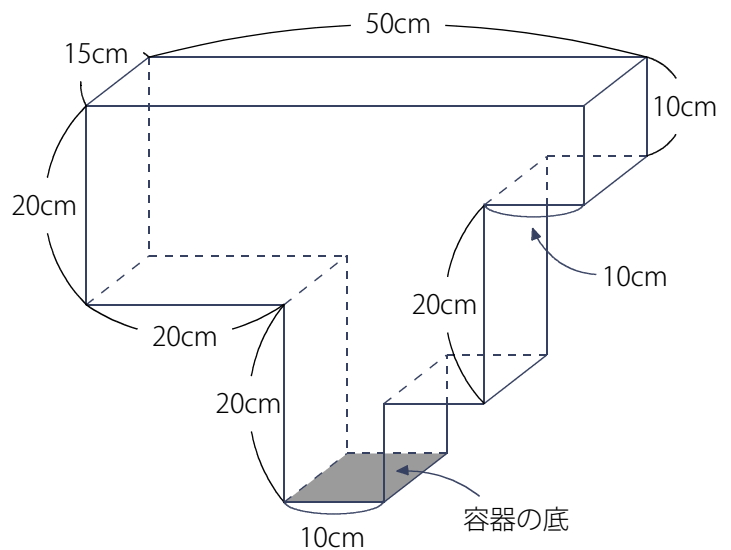




例題と解説

例題 1

直方体を組み合わせてできる形をした右図のような容器に水を12L入れます。このとき容器の底から水面までの高さは何cmになりますか。



答え 32cm

[例題 1 の解説]

1L=1000cm³ なので 12L=12000cm³

右図のようにようきをア～エに分けて考えます。

水を入れていくとアから順番に満水になっていきます。

(アの体積)= $10 \times 15 \times 10 = 1500(\text{cm}^3)$

(イの体積)= $20 \times 15 \times 10 = 3000(\text{cm}^3)$

(ウの体積)= $40 \times 15 \times 10 = 6000(\text{cm}^3)$

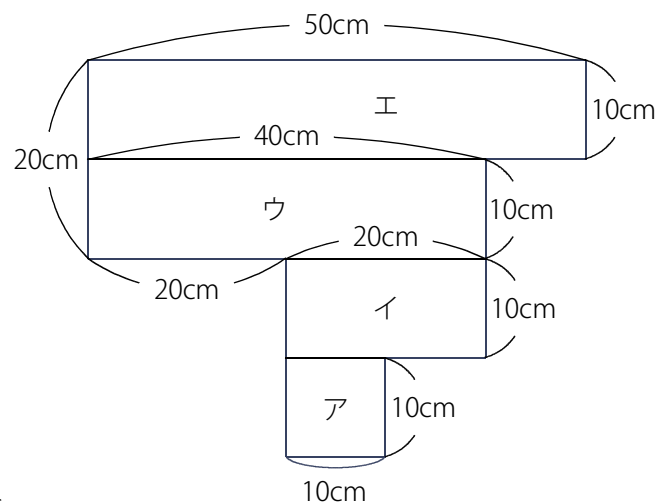
アからウまでが満水になったとき

(残りの水)= $12000 - (1500 + 3000 + 6000) = 1500(\text{cm}^3)$

エの部分の底面積は $50 \times 15 = 750(\text{cm}^2)$ なので 1500cm^3 の水を入れると

水面の高さは $1500 \div 750 = 2(\text{cm})$ になります。

エの2cmの部分まで水が入るので、水面の高さは $10 + 10 + 10 + 2 = 32(\text{cm})$





例題と解説

(別解)

容器全体の体積から12Lをひいて、水を入れたときの空いた部分の体積を求めます。

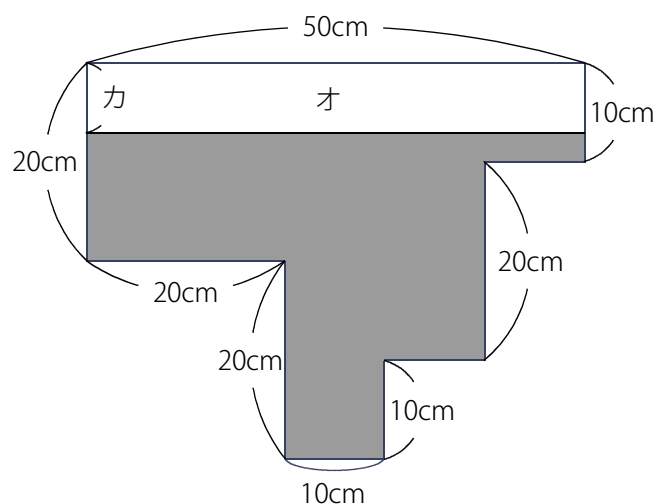
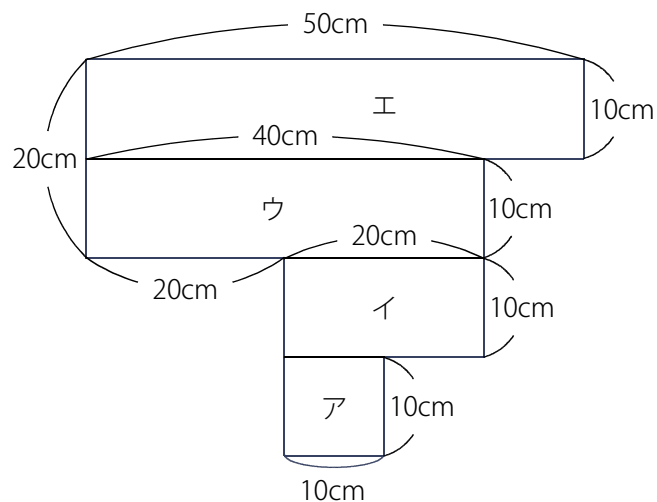
$$(\text{右図の面積}) = \text{ア} + \text{イ} + \text{ウ} + \text{エ} = 100 + 200 + 400 + 500 = 1200(\text{cm}^2)$$

$$(\text{容器の体積}) = 1200 \times 15 = 18000(\text{cm}^3)$$

$$(\text{空いた部分の体積}) = 18000 - 12000 = 6000(\text{cm}^3)$$

右図のオの部分の体積が 6000cm^3 なので
オ $=6000 \div (50 \times 15) = 8(\text{cm})$

よって (水面の高さ) $=40 - 8 = 32(\text{cm})$





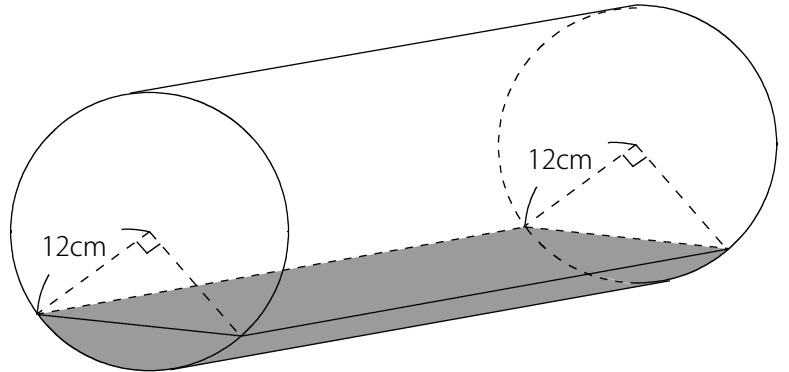
例題と解説

例題 2

底面の半径が12cmで高さが30cmの円柱に水を入れて横にたおしたところ、右図のようになりました。

次の問いに答えなさい。円周率は3.14とします。

- (1) 入っている水の体積を求めなさい。
- (2) 底面の円が底になるように立てた場合の水面の高さは何cmになりますか。
小数第3位を四捨五入して求めなさい。



答え (1) 1231.2cm^3 (2) 2.72cm

[例題 2 の解説]

- (1) 右図のアの部分の面積は、中心角90度・半径12cmのおうぎ形から直角二等辺三角形の面積をひいて求めることができます。

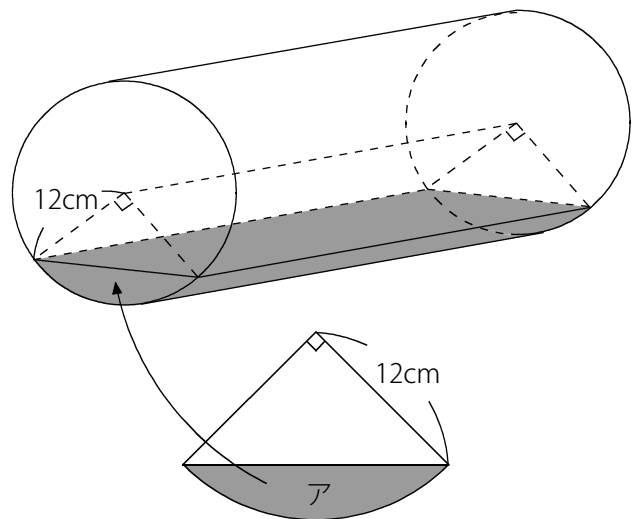
$$\begin{aligned}(\text{アの面積}) &= 12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{1}{4} - 12 \times 12 \div 2 \\ &= 36 \times 3.14 - 72 \\ &= 113.04 - 72 \\ &= 41.04(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\text{よって (水の体積)} = 41.04 \times 30 = 1231.2(\text{cm}^3)$$

- (2) (底面の円の面積) $= 12 \times 12 \times 3.14 = 452.16(\text{cm}^2)$

$$\text{よって (水面の高さ)} = 1231.2 \div 452.16 = 2.722\cdots$$

小数第3位を四捨五入して 2.72cm





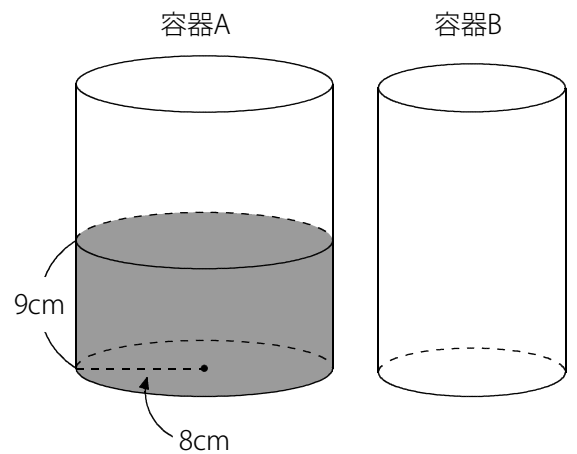
例題と解説

例題 3

右図のように高さの等しい円柱の容器AとBがあります。

今、容器Aには9cmの高さまで水が入っています。そしてこの水を全て容器Bに移すと水面の高さは16cmになりました。次に容器Bの水の一部を空の容器Aに移して、容器AとBの水面の高さを等しくしました。このときの水面の高さは何cmですか。

円周率は3.14とします。



答え 5.76cm

[例題 3 の解説]

容器Aに入っている水の量は $8 \times 8 \times 3.14 \times 9 = 576 \times 3.14$ (cm³)

この水を容器Bにすべて移すと水面の高さが16cmになるので、容器Bの底面積は $576 \times 3.14 \div 16 = 36 \times 3.14$ (cm²)

このあと、容器Bの水の一部を容器Aに移して水面の高さを同じにするのでこのとき右図1 のようになります。

図1の水面の高さは、容器Aと容器Bをくっつけてできる図2のような底面の容器に 576×3.14 cm³ の水を入れた場合と同じです。

(図2の底面積) = $8 \times 8 \times 3.14 + 6 \times 6 \times 3.14 = 64 \times 3.14 + 36 \times 3.14 = 100 \times 3.14$ (cm²)

よって (水面の高さ) = $(576 \times 3.14) \div (100 \times 3.14) = 576 \div 100 = 5.76$ (cm)

※このように水面の高さをそろえる問題では2つの容器をくっつけてできる容器に水を入れて考えましょう。容器が3つの場合でも考え方は同じです。

図1

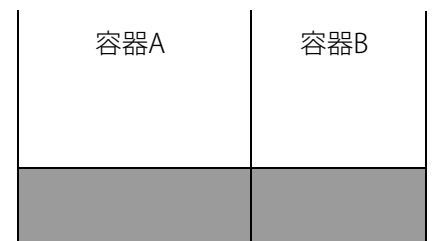
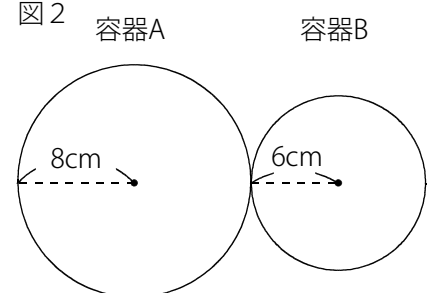


図2



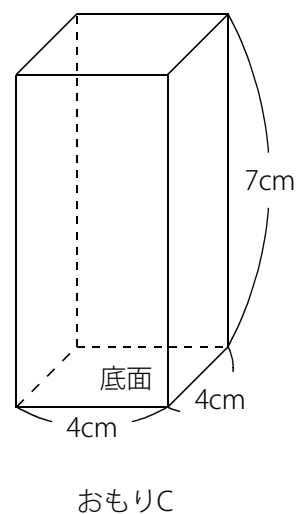
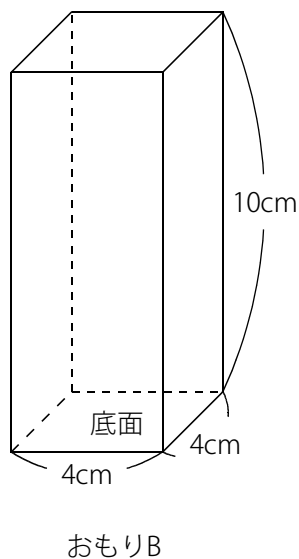
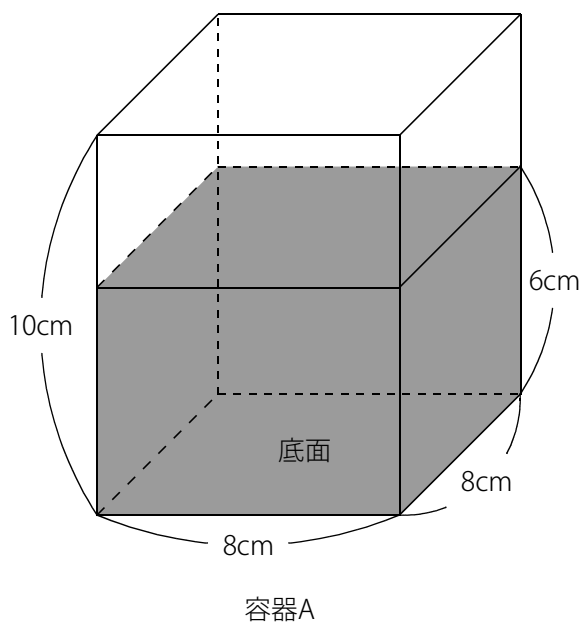


例題と解説

例題 4

下図の容器Aに6cmまで水が入っています。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 容器Aの底面におもりBの底面がくっつくようにおもりBを入れたときの水面の高さは何cmですか。
- (2) 容器Aの底面におもりCの底面がくっつくようにおもりCを入れたときの水面の高さは何cmですか。



答え (1) 8cm (2) 7.75cm

[例題 4 の解説]

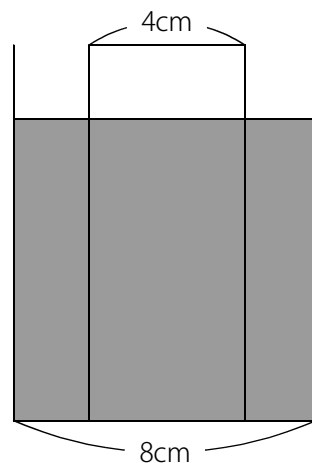
- (1) (容器Aに入っている水の量) $=8 \times 8 \times 6 = 384(\text{cm}^3)$

おもりBを入れたときに右図のようになるとして考えます。

このとき水が入る部分の底面積は $8 \times 8 - 4 \times 4 = 48(\text{cm}^2)$

(水面の高さ) $=384 \div 48 = 8(\text{cm})$

おもりBの高さは10cmで水面の高さが8cmになるので右図のようになると考えたのが正しかったということになります。





例題と解説

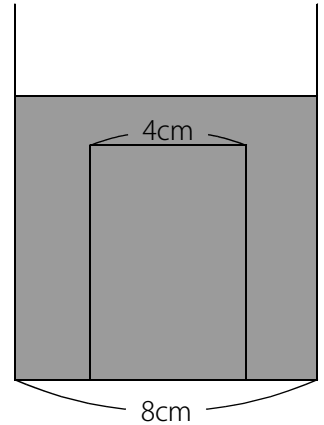
- (2) (1)で水面の高さが8cmになっているのでおもりCをしずめたときは右図のようになります。

$$(\text{おもりCの体積}) = 4 \times 4 \times 7 = 112(\text{cm}^3)$$

このときおもりCは水の中に完全にしずんでいるので、 384cm^3 の水の中に 112cm^3 の石をしずめた場合と同じです。

$$(\text{体積の合計}) = 384 + 112 = 496(\text{cm}^3)$$

$$(\text{底面積}) = 8 \times 8 = 64(\text{cm}^2) \quad \text{なので} \quad (\text{水面の高さ}) = 496 \div 64 = 7.75(\text{cm})$$



※水の中に立体をしずめるとき、水面から上に飛び出すとして水面の高さを求めて、水面が立体の高さをこえる場合(または同じ場合)には完全にしずむ場合として、もう一度計算して水面の高さを求めましょう。

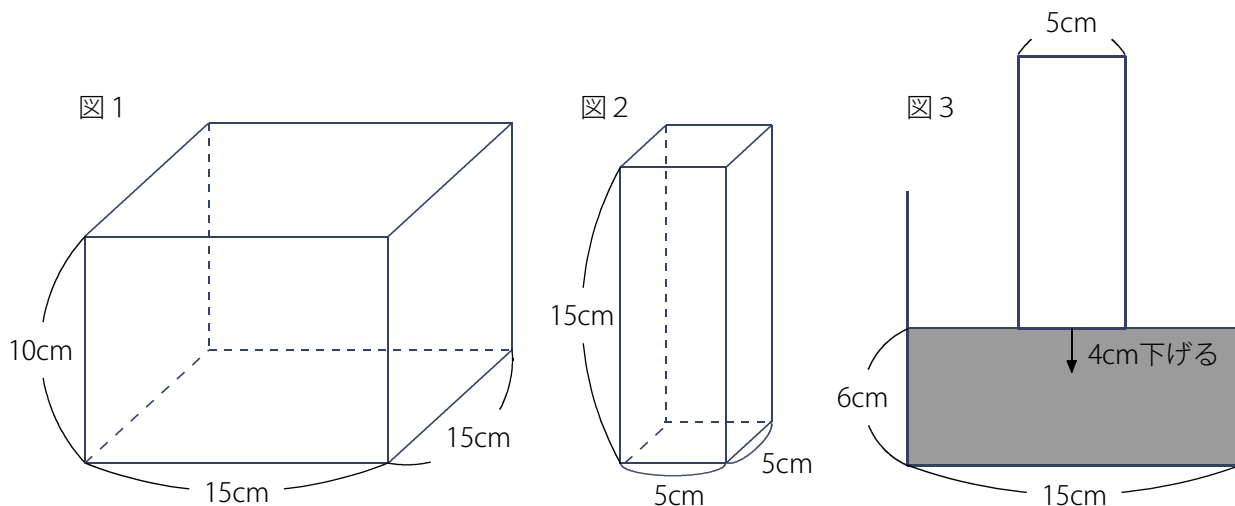
※立体が水の中に完全にしずむ場合は同じ体積の水を入れるのと同じです。



例題と解説

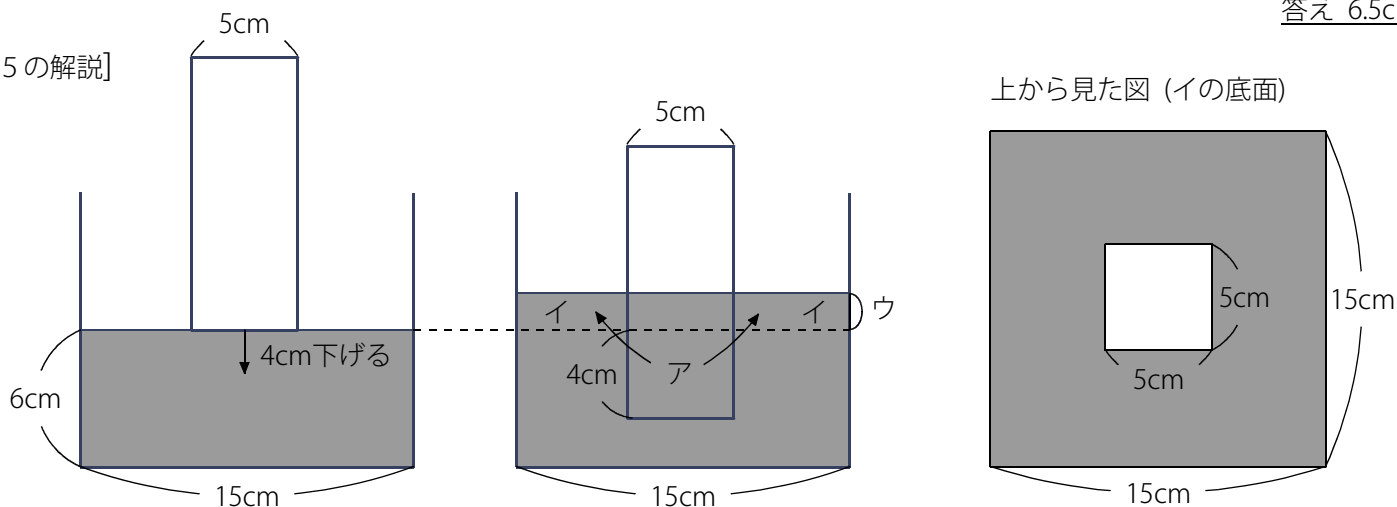
例題 5

図1のような水そうに高さ6cmまで水を入れ、その水面に図2の直方体の形をしたおもりの底面を図3のようにぴったりとつけます。図3の状態からおもりをまっすぐ下に4cm下げると、水面の高さは何cmになりますか。



答え 6.5cm

[例題 5 の解説]



4cm下げたときにアの部分にあった水が押しよけられてイの部分にきます。つまり (アの体積)=(イの体積)

(アの体積) $=5 \times 5 \times 4 = 100(\text{cm}^3)$, (イの部分の底面積) $=15 \times 15 - 5 \times 5 = 200(\text{cm}^2)$

よって $ウ = 100 \div 200 = 0.5(\text{cm})$ なので (水面の高さ) $=6 + 0.5 = 6.5(\text{cm})$



例題と解説

例題6

水の入った立方体の容器に図1のおもりを図2，図3のように2通りの方法でしずめたところ、水面の高さが下図のようになりました。立方体の容器の1辺の長さは何cmですか。また水の量は何 cm^3 ですか。

図1

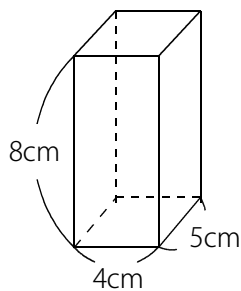


図2

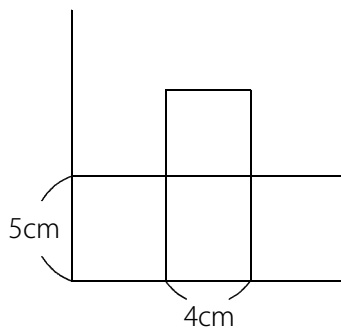
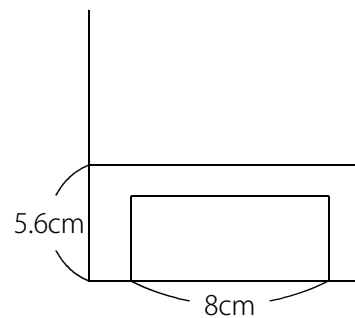


図3



答え 1辺の長さ：10cm，水の量：400 cm^3

[例題6の解説]

図4

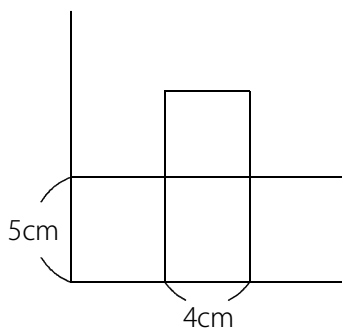


図5

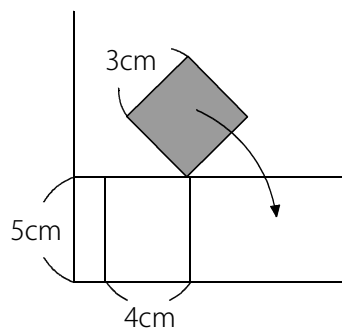


図6

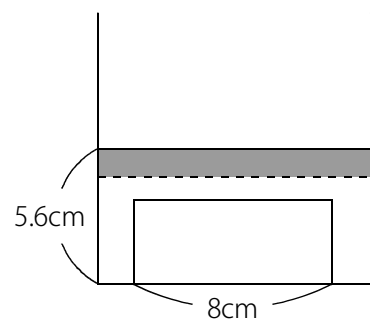


図2から図3のように横にたおしたら水面の高さが0.6cm上がっています。

これは図5のように上に呼び出した部分を切って水の中にしずめるのと同じことです。

図6の水面が上がった部分の体積が図5の切って水に入れた部分の体積に等しいので

(図6の色のついた部分の体積) = $4 \times 5 \times 3 = 60(\text{cm}^3)$ ，高さが0.6cmなので (底面積) = $60 \div 0.6 = 100(\text{cm}^2)$

容器は立方体なので底面は正方形です。面積が100 cm^2 なので (1辺の長さ) = 10(cm)

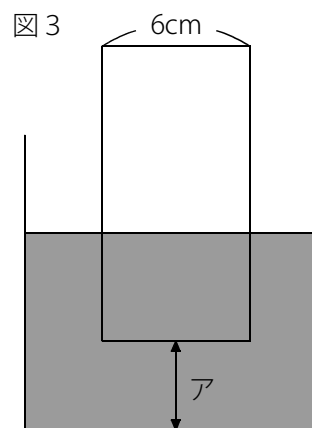
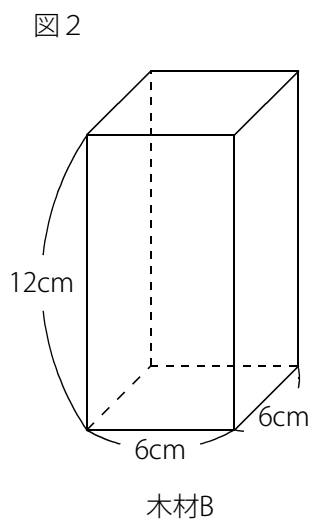
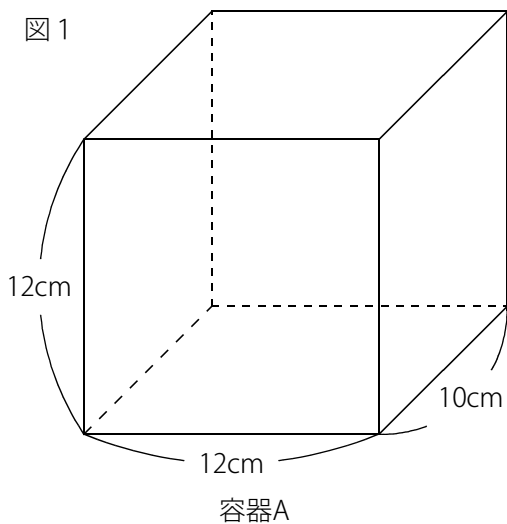
図2より (水の量) = $(10 \times 10 - 4 \times 5) \times 5 = 400(\text{cm}^3)$



例題と解説

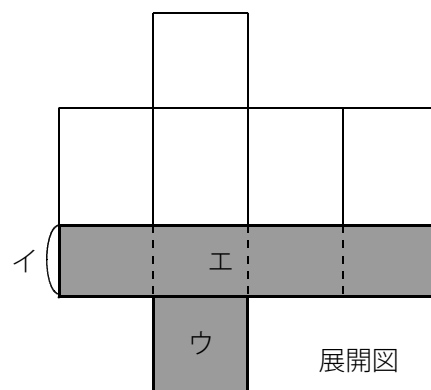
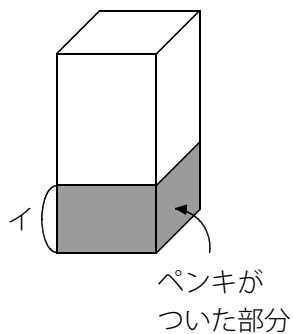
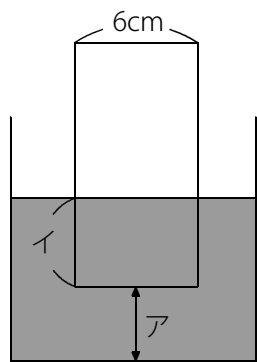
例題 7

図1の容器Aに 960cm^3 のペンキを入れます。そこに図2の木材Bを図3のように底面から(ア)cmのところまでしずめます。このとき木材のペンキがついた部分の面積は 156cm^2 でした。アの長さを求めなさい。



答え 4.5cm

[例題 7 の解説]



(展開図の色のついた部分の面積) $=156(\text{cm}^2)$, (ウの面積) $=6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

よって (エの面積) $=156 - 36 = 120(\text{cm}^2)$



例題と解説

イの横の長さは $6 \times 4 = 24(\text{cm})$ なので (イの長さ) $= 120 \div 24 = 5(\text{cm})$

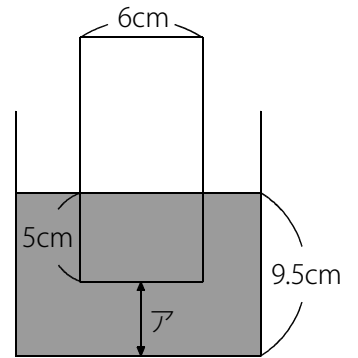
960cm^3 のペンキに木材Bを5cmしずめたので、体積の合計は $960 + 6 \times 6 \times 5 = 1140(\text{cm}^3)$

容器の底面積は $12 \times 10 = 120(\text{cm}^2)$ なので、5cmしずめたときの水面の高さは

$$1140 \div 120 = 9.5(\text{cm})$$

よって右図のようにになっていることがわかります。

$$\text{ア} = 9.5 - 5 = 4.5(\text{cm})$$



ポイントまとめ

- 水面の高さをそろえる問題では2つの容器をくっつけてできる容器に水を入れて考えましょう。
- 水の中に立体をしずめるとき、水面から上に飛び出すとして水面の高さを求めて、水面が立体の高さをこえる場合 (または同じ場合)には完全にしずむ場合として、もう一度計算して水面の高さを求めましょう。
- 立体が水の中に完全にしずむ場合は同じ体積の水を入れるのと同じです。
- 水がおしのけられてどこに移動したのかということに着目しましょう。