



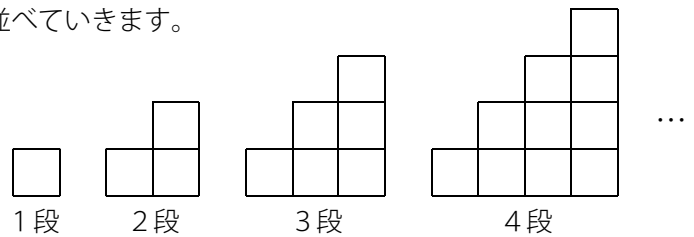
例題と解説

例題1

1辺1cmの正方形を右のように1段，2段，…と規則正しく並べていきます。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 10段並べたときのまわりの長さは何cmですか。
(2) 15段並べたときの面積は何 cm^2 ですか。

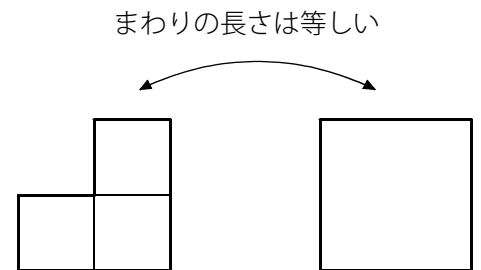


答え (1) 40cm (2) 120 cm^2

[例題1の解説]

- (1) 例えば右図のように2段の場合は1辺2cmの正方形のまわりの長さと同じです。

10段並べたときは1辺10cmの正方形のまわりの長さと同じです。
よって $10 \times 4 = 40(\text{cm})$



- (2) 正方形の数は、1段のときは1個、2段のときは $1+2=3$ (個)、3段のときは $1+2+3=6$ (個)、…となっています。
つまり三角数なので15段並べたときの正方形の数は $1+2+\cdots+15=(1+15) \times 15 \div 2 = 120$ (個)

正方形1個の面積は $1 \times 1 = 1(\text{cm}^2)$

よって15段並べたときの面積は $1 \times 120 = 120(\text{cm}^2)$



例題と解説

例題2

図1のように小さいリングと大きいリングがあります。太さはどちらも5mmです。このリングを図2のように小・大・大の順番でつなぎます。まっすぐにのばして1.5m以上にするには大きいリングが何個必要ですか。

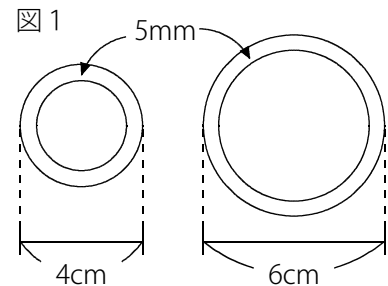
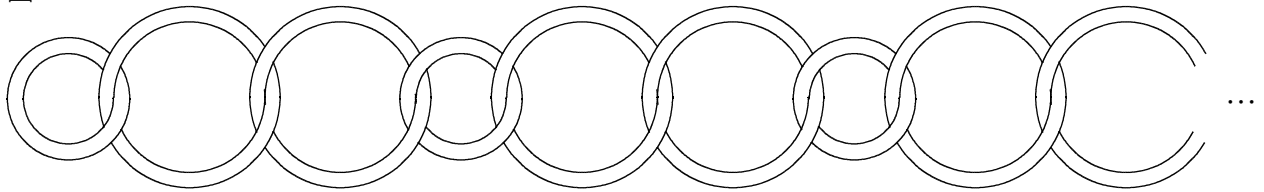


図2



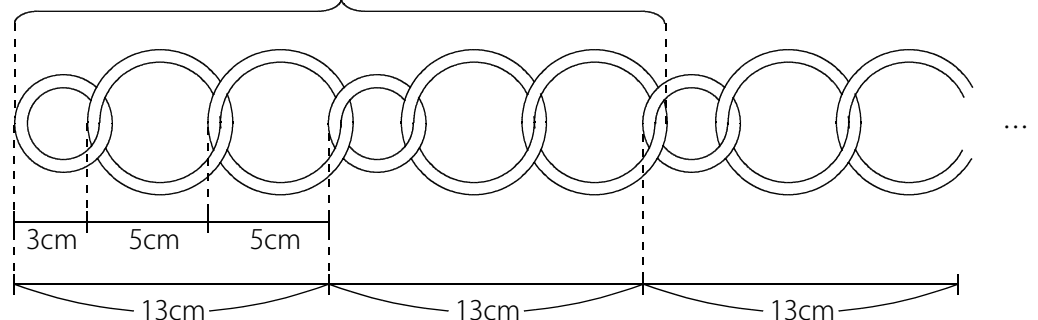
答え 23個

[例題2の解説]

図1のように分けて考えます。
小・大・大の1周期は重なりを
のぞいて13cmです。

図1

例えば2周期で終わった場合は
最後の重ならない1cmも加えて $13 \times 2 + 1 = 27(\text{cm})$



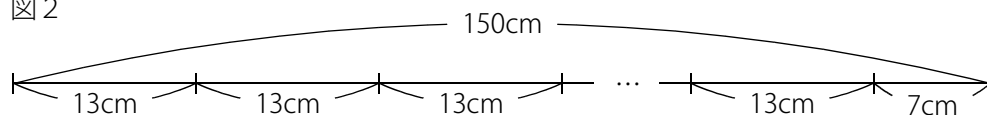
13cmずつで150cm以上にしたいので $150 \div 13 = 11(\text{周期}) \cdots 7(\text{cm})$

よって図2のようになります。このとき最後は7cm以上にすればいいので、小1個・大1個をつなぎます。

1周期に大きいリングは2個で最後にも1個必要なので、全部で $2 \times 11 + 1 = 23(\text{個})$ ※このとき長さは152cm

※11周期で終わった場合は、最後の重ならない1cmも加えて $13 \times 11 + 1 = 144(\text{cm})$ です。

図2



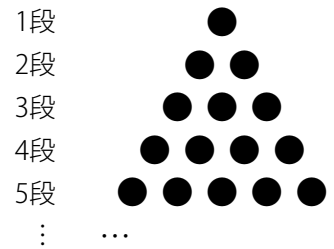


例題と解説

例題 3

右図のようにご石を正三角形に並べていきます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 12段まで並べたとき、使ったご石の数は全部で何個ですか。
- (2) 30段まで並べます。このとき15段目から30段目までに使ったご石の個数は何個ですか。



答え (1) 78個 (2) 360個

[例題 3 の解説]

- (1) 1段のときは1個、2段のときは $1+2=3$ (個)、3段のときは $1+2+3=6$ (個)、… となっています。
つまり三角数なので12段並べたときのご石の数は $1+2+\cdots+12=(1+12)\times 12\div 2=78$ (個)

- (2) 30段並べたときはのご石の数は $1+2+\cdots+30=(1+30)\times 30\div 2=465$ (個)

(15段目から30段目までのご石の数) = (1段目から30段目までのご石の数) - (1段目から14段目までのご石の数) です。
14段並べたときはのご石の数は $1+2+\cdots+14=(1+14)\times 14\div 2=105$ (個)

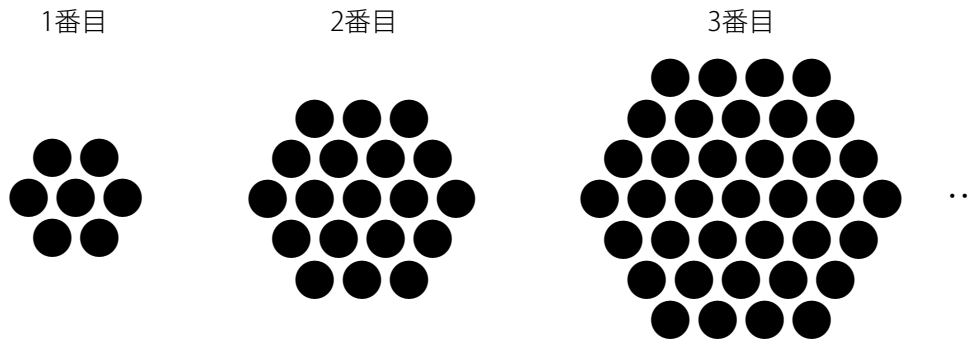
よって (15段目から30段目までのご石の数) = $465-105=360$ (個)



例題と解説

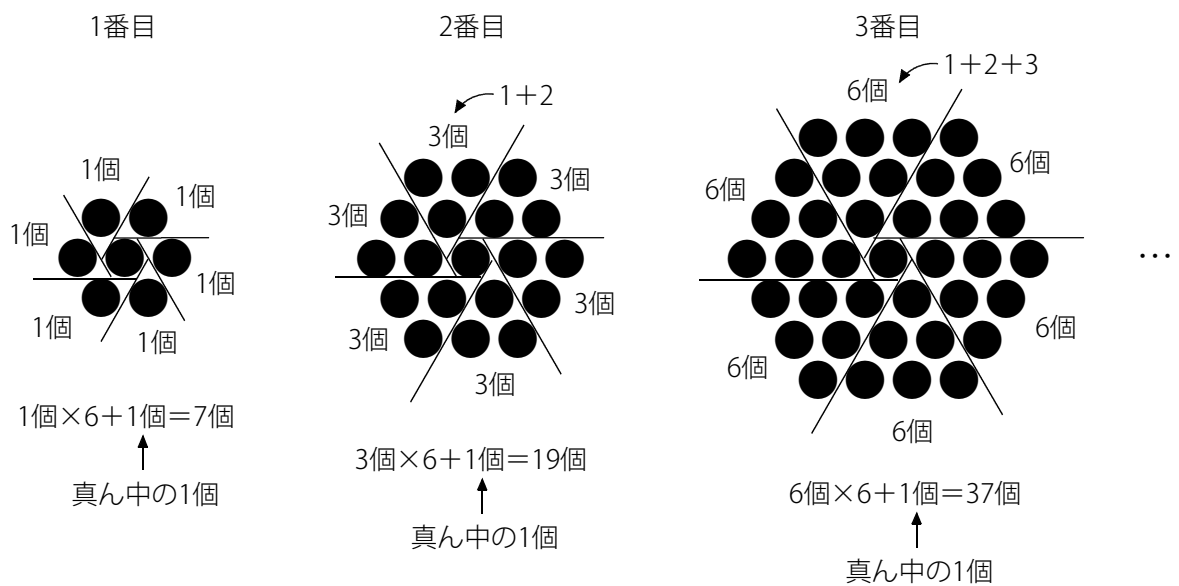
例題4

下図のようにご石を正六角形に並べていきます。10番目の図には何個のご石が使われていますか。



答え 331個

[例題4の解説]



上図のように真ん中の1個とまわりの三角形6個に分けて考えます。

○番目のまわりの三角形1個には $1 + \dots + \text{○個}$ のご石が使われています。

10番目の三角形1個のご石は $(1+10) \times 10 \div 2 = 55$ (個) 使われています。

よって10番目の図は全部で $55 \times 6 + 1 = 331$ (個) ※このように三角形に分けて数える方法を覚えておきましょう。



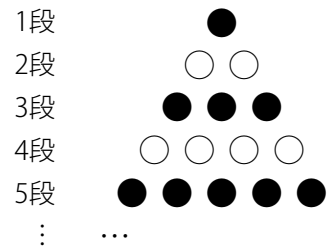
例題と解説

例題5

右図のように白のご石と黒のご石を三角形に並べていきます。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 12段まで並べたとき、黒のご石は全部で何個使いましたか。
(2) 17段まで並べたとき、使ったご石はどちらが何個多いですか。



答え (1) 36個 (2) 黒が9個多い

[例題5の解説]

- (1) 黒のご石は奇数段目で増えるので、12段まで並べたときの黒のご石の数は11段までのときと同じです。
黒のご石の個数だけを考えると、1段のとき1個、3段のとき $1+3=4$ (個)、5段のとき $1+3+5=9$ (個)、…
となっています。

よって11段まで並べたときの黒のご石の個数は $1+3+5+\cdots+11=(1+11)\times6\div2=36$ (個)

- (2) (17段のときの黒のご石の個数) $= (1+17)\times9\div2=81$ (個)
(17段のときのご石の個数の合計) $= 1+2+3+\cdots+17=(1+17)\times17\div2=153$ (個)
よって (17段のときの白のご石の個数) $= 153-81=72$ (個)

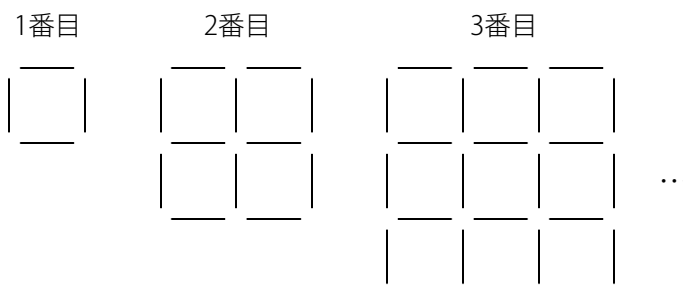
17段のとき $81-72=9$ (個) より黒が9個多いということになります。



例題と解説

例題6

1cmの棒を右図のように正方形に並べていきます。
9番目の図には棒は何本使いますか。



答え 180本

[例題6の解説]

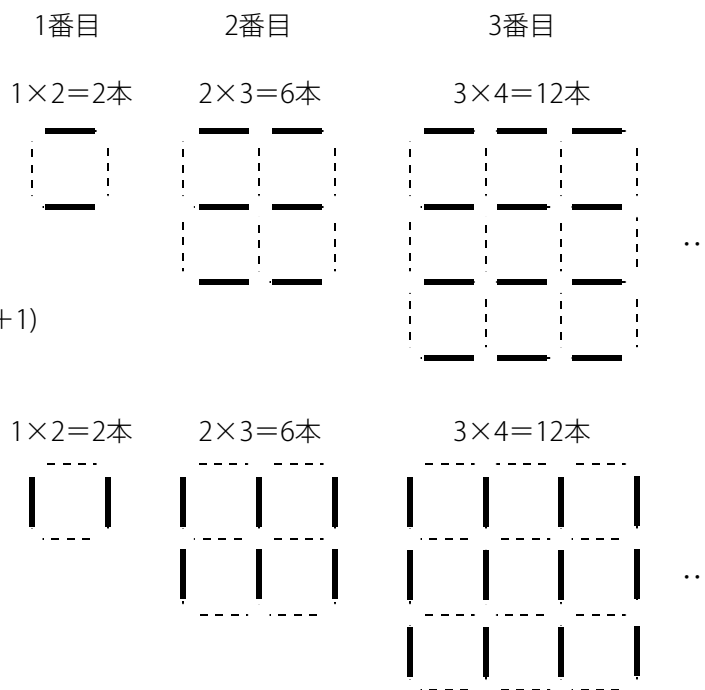
右図のように横向きと縦向きで分けて数えます。

横向きと縦向きの棒の数は等しくなっていることが
わかります。

(○番目の横向きの棒の数)=(○番目の縦向きの棒の数)= $\bigcirc \times (\bigcirc + 1)$

よって合計は $2 \times \bigcirc \times (\bigcirc + 1)$

(9番目の棒の数)= $2 \times 9 \times 10 = 180$ (本)

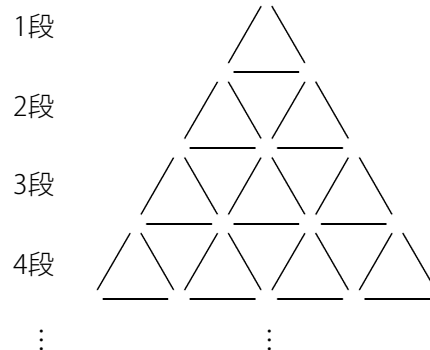




例題と解説

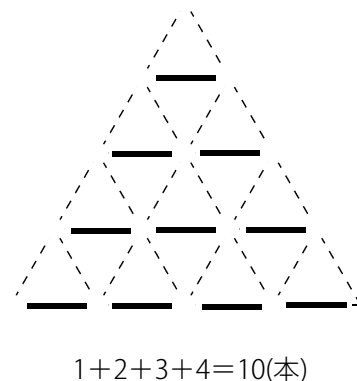
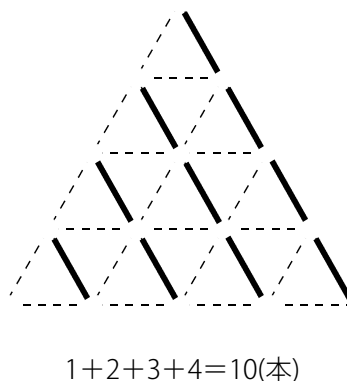
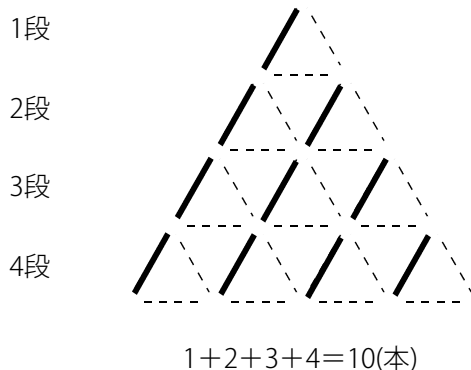
例題7

1cmの棒を右図のように正三角形に並べていきます。右図は4段目まで並べ終えた図です。13段目まで並べ終えたとき、棒は全部で何本使っていますか。



答え 273本

[例題7の解説]



上図のように3つの方向から見ると簡単に数えることができます。

上図は4段の場合で合計 $(1+2+3+4) \times 3 = 10 \times 3 = 30(\text{本})$ となります。

つまり○段の場合は $(1+2+\cdots+\text{○}) \times 3$ 本

13段のときは $(1+2+\cdots+13) \times 3 = (1+13) \times 13 \div 2 \times 3 = 273(\text{本})$



例題と解説

(別解)

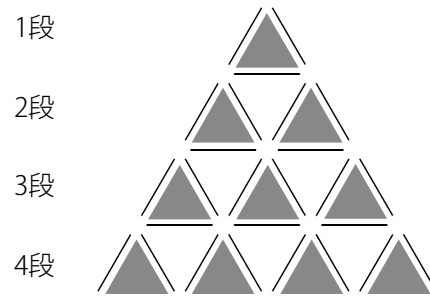
右図のように色のついた三角形が並んでいると考えます。

このとき三角形は $1+2+3+4=10$ (個)

1個に棒は3本ずつなので、4段の場合、棒は全部で $3 \times 10 = 30$ (本)

13段のとき三角形は $(1+13) \times 13 \div 2 = 91$ (個)

1個に棒は3本ずつなので、13段の場合、棒は全部で $3 \times 91 = 273$ (本)



ポイントまとめ

- ・ びんが三角形に並んでいる場合は三角数を利用しましょう。
- ・ 多角形に並んだびんの数に三角形に分けて考えると数えやすくなります。
- ・ 棒の数を求める場合は見る方向で分けて数えましょう。