



例題 1

1個80円の商品Aと1個110円の商品Bを同じ個数ずつ買いました。商品Bの合計代金が商品Aの合計代金よりも210円多いとき、商品Aと商品Bの全部の合計代金を求めなさい。

答え 1330円

[例題 1 の解説]

A1個とB1個の代金の差は $110 - 80 = 30$ (円) です。個数が増えていくと差は次のようになります。

Aの個数(個)	1	2	3	4	5	…
Bの個数(個)	1	2	3	4	5	…
代金の差(円)	30	60	90	120	150	…

つまりAとBが2個ずつであれば代金の差は1個ずつのときの2倍、3個ずつであれば3倍、4個ずつであれば4倍、… となります。

1個ずつのときは差が30円なので、210円の差になるのは $210 \div 30 = 7$ (個) ずつのときであることがわかります。

よって全部の合計代金は $80 \times 7 + 110 \times 7 = 190 \times 7 = 1330$ (円)

このように小さな差が集まって大きな差になっていくような問題を^{さあつざん}差集め算といいます。

つるかめ算も差集め算のひとつです。差集め算では小さな差がどれだけ集まって大きな差になったのかを知るために (大きな差) \div (小さな差) という計算をすることがよくあります。

例えば分速50mで歩く人と分速70mで歩く人が同じ場所から同じ向きに同時に出発して、あるときに差が100mになったとします。1分では $70 - 50 = 20$ (m) の差になるので、差が100mになるのは出発してから $100 \div 20 = 5$ (分後) となります。

このように差集め算の考え方は速さの問題でもとても重要です。



例題2

箱に赤玉が白玉よりも10個多く入っています。この箱から同時に赤玉3個と白玉5個を取り出す作業を何回か行ったところ、白玉がちょうどなくなったときに赤玉は箱に18個残っていました。はじめに赤玉は箱に何個ありましたか。

答え 30個

[例題2の解説]

はじめは赤玉のほうが10個多く、何回か作業を行ったあとは赤玉が18個で白玉が0個なので、赤玉のほうが18個多くなっています。つまりはじめの差は10個で、作業後は差が18個になっているので、差が $18-10=8$ (個) 大きくなっています。

なぜ差が大きくなったのかというと、1回の作業で取り出すのは赤玉が3個だけで白玉が5個だからです。つまり1回の作業で差は $5-3=2$ (個) 大きくなります。

差が2個ずつ大きくなっていき、8個になったので $8\div 2=4$ より作業は4回行ったことがわかります。

4回の作業で取り出した赤玉は $3\times 4=12$ (個)

このとき箱にはまだ18個残っているので、赤玉は全部で $12+18=30$ (個) あったことがわかります。

白玉で確認をしておきましょう。4回の作業で取り出した白玉は $5\times 4=20$ (個)

はじめ箱に白玉は20個なので、赤玉は $20+10=30$ (個)

※時間があるのであればこのように検算をして答えがあっているかどうかの確認をするようにしましょう。

わかりづらい場合ははじめの箱の玉の数を仮定して試してみましょう。

赤玉が20個で白玉が10個だとします。1回の作業後には赤玉が17個で白玉が5個になります。差は12個です。

よって1回の作業で差が $12-10=2$ (個) 大きくなっていることがわかります。

※作業が複雑なほど試してみることが大切になってきます。



例題3

箱に赤玉と白玉が同じ数だけ入っています。この箱から同時に赤玉7個と白玉4個を取り出す作業を何回か行ったところ箱に赤玉は5個、白玉は32個残っていました。取り出した玉をすべて箱にもどし、次にこの箱から赤玉3個と白玉5個を取り出す作業を何回か行ったところ、箱に白玉は3個残っていました。このとき箱に赤玉は何個残っていますか。

答え 29個

[例題3の解説]

赤玉7個と白玉4個を取り出す作業を何回か行ったところ、赤玉は5個、白玉は32個残っていました。

はじめは玉の個数が同じだったので、差が $32 - 5 = 27$ (個) になっています。

これは1回で取り出す玉の数が赤玉は7個、白玉は4個で1回に3個の差があるからです。

よって $27 \div 3 = 9$ (回) の作業を行ったことがわかります。

はじめの玉の個数を求めます。

赤玉は7個ずつ9回取り出して5個残っていたので $7 \times 9 + 5 = 68$ (個) 白玉も同じ個数なので68個

次にこの箱から赤玉3個と白玉5個を取り出す作業をします。

最後に白玉が3個になっていたので、取り出したのは $68 - 3 = 65$ (個)

よって $65 \div 5 = 13$ (回) の作業を行ったことがわかります。

取り出した赤玉は $3 \times 13 = 39$ (個)

よって箱に残っているのは $68 - 39 = 29$ (個)



例題4

80円切手を50円切手より4枚多く買って合計代金は1230円でした。80円切手は何枚買いましたか。

答え 11枚

[例題4の解説]

表を利用すると下のようになります。

50円切手(枚)	1	2	3	4	5	…
80円切手(枚)	5	6	7	8	9	…
合計代金(円)	450	580	710	840	970	…

合計代金は130円ずつ増えています。この130円は $50+80=130$ (円) として求めることができます。

450円から1230円は $1230-450=780$ (円) 増えています。 $780 \div 130=6$

よって50円切手は $1+6=7$ (枚) , 80円切手は $5+6=11$ (枚)

※ $780 \div 130=6$ の6は130円が6回分ということなので間の数です。まちがえないようにしましょう。

(別解)

80円切手は4枚多いので $80 \times 4=320$ (円) ← 右図の ア

$1230-320=910$ (円) ← 右図の イ+ウ

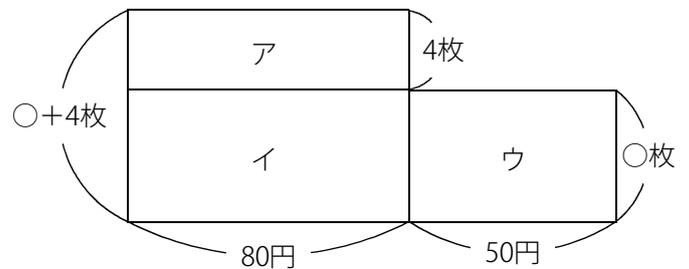
80円切手と50円切手が同じ枚数で910円なので

その枚数を○とすると $80 \times \bigcirc + 50 \times \bigcirc = 910$

つまり $(80+50) \times \bigcirc = 910$

よって $\bigcirc=7$ (枚) ← 50円切手の枚数

$7+4=11$ (枚) ← 80円切手の枚数





例題5

1個90円のリンゴと1個55円のミカンを全部で42個買いました。リンゴの合計代金がミカンの合計代金よりも280円少ないとき、買ったミカンの個数を求めなさい。

答え 28個

[例題5の解説]

90円のリンゴを0個、55円のミカンを42個からはじめて1つずつ交換したときの代金の差は次のようになります。

90円のリンゴ(個)	0	1	2	3	4	…
55円のミカン(個)	42	41	40	39	38	…
合計代金の差(円)	2310	2165	2020	1875	1730	…

合計代金の差は $90+55=145$ (円) ずつ小さくなっています。

差が280円になればよいので合計代金の差が $2310-280=2030$ (円) 小さくなればよいということです。

$2030 \div 145 = 14$ よりミカンは $42-14=28$ (個)

※ リンゴは $0+14=14$ (個) なのでミカンは $42-14=28$ (個) としてもかまいません。



例題6

50円切手と80円切手をそれぞれ何枚かずつ、合わせてちょうど19枚買えるお金を持って郵便局に行きましたが、50円切手と80円切手を予定と逆の枚数で買ってしまったため、150円あまりました。それぞれ何枚買う予定でしたか。

答え 50円切手：7枚，80円切手：12枚

[例題6の解説]

枚数を逆に買ってしまったために150円あまったということは高いほうの80円切手を50円切手よりも多く買う予定だったということです。

では何枚多く買う予定だったのかを求めましょう。

$150 \div (80 - 50) = 5$ (枚) より80円切手を50円切手より5枚多く買う予定だったことがわかります。

なぜこの式で求められるかという次の表のように試してみるとわかります。

	1枚差の場合				2枚差の場合				3枚差の場合				
80円切手(枚)	1	0	2	1	2	0	3	1	3	0	4	1	...
50円切手(枚)	0	1	1	2	0	2	1	3	0	3	1	4	...
合計代金(円)	80	50	210	180	160	100	290	230	240	150	370	280	...
	↖ 30円		↖ 30円		↖ 60円		↖ 60円		↖ 90円		↖ 90円		

80円切手が1枚多い場合は逆にすると30円安くなります。2枚多い場合は60円，3枚多い場合は90円安くなります。

つまり○枚多い場合は逆にすると $\text{○} \times 30$ 円 安くなります。この30円は $80 - 50 = 30$ の30円です。

この問題では150円安くなっているので $150 \div 30 = 5$ (枚) 多く買う予定だったということです。

※表で試さなくても計算で求められるようにしましょう。

あわせて19枚買う予定だったので、和差算を利用します。

(50円切手の枚数) = $(19 - 5) \div 2 = 7$ (枚)，(80円切手の枚数) = $7 + 5 = 12$ (枚)



例題7

1個60円の商品Aと1個80円の商品Bをそれぞれいくつか買ったところ合計代金が1400円でした。それぞれいくつ買いましたか。考えられる組み合わせをすべて求めなさい。例えば、Aが3個とBが5個であれば (3, 5) のように答えなさい。

答え $(2, 16), (6, 13), (10, 10), (14, 7), (18, 4), (22, 1)$

[例題7の解説]

AとBの合計の個数がわかればつるかめ算で1通りに求められますが、この問題では合計の個数がわかりません。

どちらでもかまいませんが、高いほうの商品Bをできるだけたくさん買う場合を求めます。

ただし合計代金は1400円にならなければなりません。

$$1400 \div 80 = 17(\text{個}) \cdots 40(\text{円})$$

Bが17個の場合は40円あまります。40円ではAが買えないのでこの場合はあてはまりません。

ここでBを1個減らして16個にするとあまりは $40 + 80 = 120(\text{円})$ となります。

このとき $120 \div 60 = 2(\text{個})$ となりAがちょうど2個買ってあまりがでないのでこの場合はあてはまります。

よって答えの1つは (2, 16) です。

次にBを2個減らして… と考えていけばすべての組み合わせを見つけることができますが時間がかかります。

ここで最小公倍数を利用します。60と80の最小公倍数は240です。 $240 \div 60 = 4(\text{個})$, $240 \div 80 = 3(\text{個})$

つまり、60円のAを4個増やして、80円のBを3個減らせば合計代金は1400円のまま変わらないということがわかります。

80円の商品Bがもっとも多い場合は (2, 16) なのでAを4個増やしてBを3個減らしていきます。

(6, 13), (10, 10), (14, 7), (18, 4), (22, 1) ← Bが1個になったのでこれ以上は減らせません。

よって全部で (2, 16), (6, 13), (10, 10), (14, 7), (18, 4), (22, 1) の6通りです。

※合計代金を変えずに個数を変える場合には最小公倍数を利用しましょう。このような方法は場合の数の問題でも頻出です。



例題8

はじめ、A君はB君の3倍のお金を持っています。A君が毎日200円ずつ使い、B君が毎日120円ずつ使ったところ、B君のお金がちょうどなくなったときに、A君の残りのお金は3200円になりました。はじめA君は何円持っていましたか。

答え 7200円

[例題8の解説]

お金を使った日数が1日の場合、2日の場合、3日の場合 … というふうにして2人のはじめに持っていたお金を求め、A君のはじめのお金がB君のはじめのお金の3倍になるときを探します。

お金を使った日数(日)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A君のはじめのお金(円)	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400	4600	4800	5000	5200
B君のはじめのお金(円)	0	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	1200

お金を使った日数(日)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A君のはじめのお金(円)	5400	5600	5800	6000	6200	6400	6600	6800	7000	7200
B君のはじめのお金(円)	1320	1440	1560	1680	1800	1920	2040	2160	2280	2400

上の表より20日間お金を使ったとするとはじめのA君のお金は7200円でB君は2400円なので
 $7200 \div 2400 = 3(\text{倍})$ になっています。よってはじめのA君のお金は7200円

(別解)

表を使わずに解きます。この問題は最初の2人のお金が同じではないので解きづらくなっています。

そこで、**B君のはじめのお金を3倍にしてA君と同じにします。そしてB君が毎日使うお金も3倍にします。**

B君のはじめのお金を3倍にしますが、使うお金も3倍にするので、なくなるまでの日数は変わりません。

整理すると、はじめ2人は同じお金を持っていて、A君は毎日200円、B君は毎日 $120 \times 3 = 360(\text{円})$ 使います。

そして、B君のお金がなくなったときにA君の残りのお金は3200円ということです。基本的な差集め算です。

1日で2人のお金の差は $360 - 200 = 160(\text{円})$ 。そして最後に3200円の差になっているので $3200 \div 160 = 20(\text{日間})$

よってA君のはじめのお金は $200 \times 20 + 3200 = 7200(\text{円})$



例題9

赤玉と白玉と箱がそれぞれいくつかあります。1つの箱に赤玉4個と白玉8個の12個ずつを入れていくと白玉の残りが0個になるとき赤玉の残りは8個で、箱もいくつか残ります。また1つの箱に赤玉4個と白玉5個の9個ずつを入れていくと赤玉の残りが0個になるとき白玉の残りは5個で、箱は3個残ります。赤玉と白玉と箱はそれぞれ何個ありますか。

答え 赤玉：28個，白玉：40個，箱：10箱

[例題9の解説]

整理しましょう。2種類の作業があるのでこれらを作業A，Bとします。

	箱1個に入れる玉			残った玉と箱		
	赤	白		赤	白	箱
作業A	4個ずつ	8個ずつ	→	8個	0個	?個
作業B	4個ずつ	5個ずつ		0個	5個	3個

まず赤玉と箱に着目します。赤はどちらにしても4個ずつ箱に入れます。作業Bでは3箱残り、作業Aでは何箱かわかりません。作業Aでは赤玉が8個残っているので $8 \div 4 = 2$ よりあと2箱使えば作業Bと同じように赤玉は残り0個になっていたはずですが。よって $3 + 2 = 5$ (個) より作業Aの場合に残った箱は5個であることがわかります。

次に白玉に着目します。作業Bでは箱の残りが3個で作業Aでは箱の残りが5個なので、作業Bで残りの箱が5箱のときを考えます。

このとき右図のようになります。

残りの箱が同じ5個なので使った箱の数も同じです。

8個ずつ入れる場合と5個ずつ入れる場合で、差が $15 - 0 = 15$ (個)

よって $15 \div (8 - 5) = 5$ (個) より使った箱の個数は5個であることがわかります。

残った玉と箱

赤	白	箱
8個	0個	5個
8個	15個	5個

(箱) = $5 + 5 = 10$ (個) , (赤玉) = $4 \times 5 + 8 = 28$ (個) , (白玉) = $5 \times 5 + 15 = 40$ (個)



ポイントまとめ

- ・ 小さな差が集まって大きな差になっていくような考え方を^{まあつ ざん}差集め算と言います。
- ・ (大きな差)÷(小さな差) という計算をすることがよくあります。
- ・ 差集め算の考え方は速さの問題でもとても重要です。
- ・ 作業が複雑なほど試してみることが大切になってきます。
- ・ 合計代金を変えずに個数を変える場合には最小公倍数を利用しましょう。