



例題と解説

例題1

50人の生徒が算数と国語のテストを受けました。算数と国語が両方とも70点以上だった人は12人で、算数と国語がともに70点未満だった人は10人でした。また、算数だけが70点以上だった人と国語だけが70点以上だった人の人数は同じでした。算数が70点以上だった人は何人ですか。

答え 26人

[例題1の解説]

ベン図を用いて整理します。ベン図をもちいる問題を**集合算**と呼ぶことがあります。ベン図について基礎を確認しておきます。

(例) 20人のうちイヌを飼っている人は12人、ネコを飼っている人は5人です。

またどちらも飼っていない人は11人です。

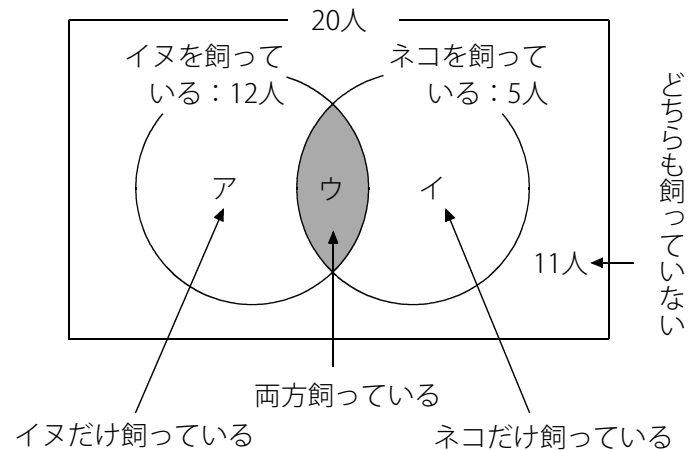
イヌだけ飼っている人は何人ですか。

右のベン図のように重なったウの部分が

イヌとネコを両方飼っている人です。

どちらも飼っていないのは11人なので

少なくともどちらか一方を飼っている人は $20 - 11 = 9$ (人)



イヌを飼っている人とネコを飼っている人を足すと

$12 + 5 = 17$ (人) なので 重なったウの部分は $17 - 9 = 8$ (人) です。

よってイヌだけ飼っている人(アの部分)は $12 - 8 = 4$ (人) であることがわかります。

※「少なくともどちらか一方を飼っている」というのは

「イヌだけを飼っている」か「ネコだけを飼っている」か「イヌもネコも飼っている」の合計です。

「どちらか一方だけを飼っている」であれば

「イヌだけを飼っている」か「ネコだけを飼っている」の合計です。両方とも飼っている人は数えません。

※小学生にとってこのような表現はわかりづらいですが、ベン図のどの部分であるかを

しっかりと理解しておきましょう。

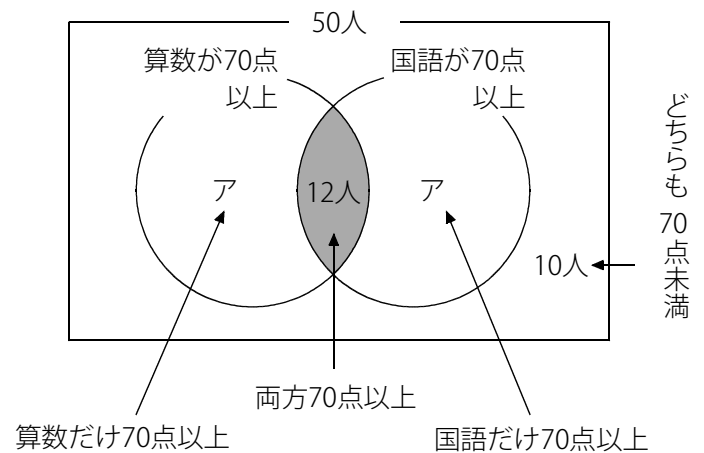


例題と解説

算数と国語が両方とも70点以上だった人は12人なので
重なった部分が12人ということがわかります。

算数と国語がともに70点未満だった人は10人なので
円(雪ダルマ)以外の部分は10人です。

算数だけが70点以上だった人と国語だけが
70点以上だった人の人数は同じなのでアとすると
ベン図は右図のようになります。



$ア \times 2 + 12 + 10 = 50(\text{人})$ なので $ア \times 2 = 28(\text{人})$ よって $ア = 14(\text{人})$

算数が70点以上だった人は $14 + 12 = 26(\text{人})$

※算数と国語の少なくともどちらか一方が70点以上だったのは $ア \times 2 + 12 = 40(\text{人})$

算数と国語のどちらか一方だけが70点以上だったのは $ア \times 2 = 28(\text{人})$

※70点未満というのは70点より下ということなので69点以下ということになります。

以上・以下・より大きい・より小さい・未満 などの表現で迷わないようにしておきましょう。



例題と解説

例題2

70人の生徒が問題Aと問題Bと問題Cの3問のテストを受けました。Aが解けた人は29人、Bが解けた人は32人、Cが解けた人は19人です。また、Aだけ解けた人は8人、Bだけ解けた人は10人、Cだけ解けた人は5人、AとBが解けてCが解けなかった人は9人です。3問すべて解けた人は何人ですか。また3問すべて解けなかった人は何人ですか。

答え 3問すべて解けた人：11人，3問すべて解けなかった人：24人

[例題2の解説]

ベン図に整理すると右図のようになります。

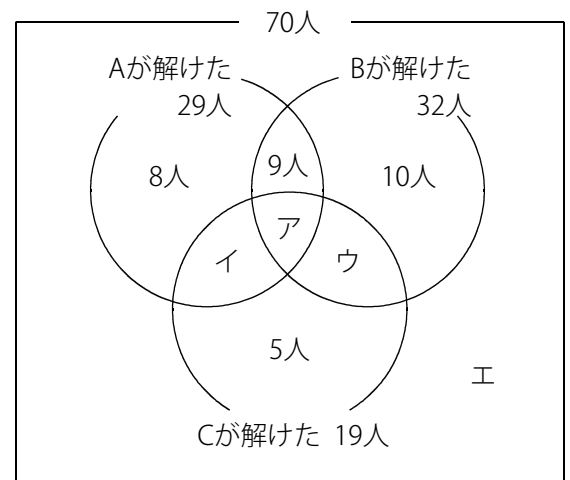
わかっていない人数をア，イ，ウ，エとします。

ア：3問すべて解けた人の人数

イ：AとCが解けてBが解けなかった人の人数

ウ：BとCが解けてAが解けなかった人の人数

エ：3問すべて解けなかった人の人数



ベン図の情報を式で表します。

$$8+9+\text{ア}+\text{イ}=29(\text{人}) \text{ なので } \text{ア}+\text{イ}=12(\text{人}) \quad \cdots \text{ 式1}$$

$$9+10+\text{ア}+\text{ウ}=32(\text{人}) \text{ なので } \text{ア}+\text{ウ}=13(\text{人}) \quad \cdots \text{ 式2}$$

$$5+\text{ア}+\text{イ}+\text{ウ}=19(\text{人}) \text{ なので } \text{ア}+\text{イ}+\text{ウ}=14(\text{人}) \quad \cdots \text{ 式3}$$

式3から式2を引きます。イ=14-13=1(人)

式1より ア+イ=12(人) なので ア=12-1=11(人) ← 3問すべて解けた人の人数

式2より ア+ウ=13(人) なので ウ=13-11=2(人)

$$8+9+10+\text{ア}+\text{イ}+\text{ウ}+5=8+9+10+11+1+2+5=46(\text{人}) \quad \leftarrow \text{ 中の人数の和}$$

$$\text{エ}=70-46=24(\text{人}) \quad \leftarrow \text{ 3問すべて解けなかった人の人数}$$



例題3

次の問いに答えなさい。

- (1) 4つの整数があります。この4つの整数のうち3つを選んで和を求めたところ全部で 65, 77, 87, 92 の4通りになりました。4つの整数をすべて求めなさい。
- (2) 4つの整数があります。この4つの整数のうち2つを選んで和を求めたところ全部で 61, 63, 76, 79, 92, 94 の6通りになりました。4つの整数をすべて求めなさい。
- (3) 4つの整数があります。この4つの整数のうち2つを選んで和を求めたところ全部で 84, 97, 103, 109, 122 の5通りになりました。4つの整数をすべて求めなさい。

答え (1) 15, 20, 30, 42 (2) 24, 37, 39, 55 (3) 39, 45, 58, 64

[例題3の解説]

- (1) 4つの整数を小さい順に A, B, C, D とします。

$$A+B+C=65 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+B+D=77 \quad \cdots \text{式2}$$

$$A+C+D=87 \quad \cdots \text{式3}$$

$$B+C+D=92 \quad \cdots \text{式4}$$

式1と式2をくらべると $A+B$ に C を足して65, $A+B$ に D を足して77になっているので D は C より $77-65=12$ 大きいことがわかります。

式2と式3をくらべると $A+D$ に B を足して77, $A+D$ に C を足して87になっているので C は B より $87-77=10$ 大きいことがわかります。

式4で $B+C+D=92$ なので線分図は右図のようになります。

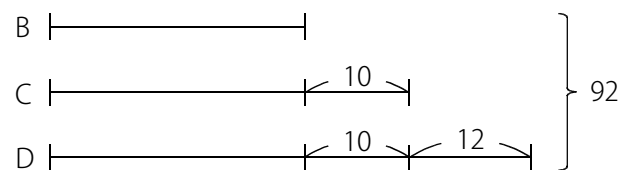
$$B=(92-10-10-12)\div 3=20$$

$$C=20+10=30$$

$$D=30+12=42$$

$$\text{式1より } A+B+C=65 \text{ なので } A=65-B-C=65-20-30=15$$

※式1～式4が正しかったからこそ線分図できちんと整数を求めることができます。





(別解)

4つの整数を小さい順に A, B, C, D とします。

$$A+B+C=65 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+B+D=77 \quad \cdots \text{式2}$$

$$A+C+D=87 \quad \cdots \text{式3}$$

$$B+C+D=92 \quad \cdots \text{式4}$$

式1から式4をすべて足します。 A, B, C, D はそれぞれ3つずつあります。

$$A+A+A+B+B+B+C+C+C+D+D+D=65+77+87+92$$

整理すると

$$(A+B+C+D) \times 3 = 321$$

左右を3で割ります。

$$A+B+C+D=107 \quad \cdots \text{式5}$$

$$\text{式5} - \text{式4} \rightarrow (A+B+C+D) - (B+C+D) = 107 - 92 \quad \text{よって } A=15$$

$$\text{式5} - \text{式3} \rightarrow (A+B+C+D) - (A+C+D) = 107 - 87 \quad \text{よって } B=20$$

$$\text{式5} - \text{式2} \rightarrow (A+B+C+D) - (A+B+D) = 107 - 77 \quad \text{よって } C=30$$

$$\text{式5} - \text{式1} \rightarrow (A+B+C+D) - (A+B+C) = 107 - 65 \quad \text{よって } D=42$$

※このタイプの問題では「式と式で差に着目する方法」と「すべての式を足す方法」のどちらでも考えられるようにしておきましょう。

※4つの整数のうち3つの和なので、4つから3つを選ぶ、つまり ${}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$ なので和が4通りになります。



例題と解説

(2) 4つの整数を小さい順に A, B, C, D とします。

4つのうち2つの和の問題では $A+D$ と $B+C$ のどちらが大きいのがポイントになります。

まずは $A+D$ が小さくて $B+C$ のほうが大きいと仮定して式を立てます。

$$A+B=61 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+C=63 \quad \cdots \text{式2}$$

$$A+D=76 \quad \cdots \text{式3}$$

$$B+C=79 \quad \cdots \text{式4}$$

$$B+D=92 \quad \cdots \text{式5}$$

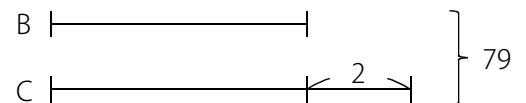
$$C+D=94 \quad \cdots \text{式6}$$

差に着目します。

式1と式2をくらべるとAにBを足して61, AにCを足して63になっているので

CはBより $63-61=2$ 大きいことがわかります。

式4で $B+C=79$ なので線分図は右図のようになります。



$$B=(79-2)\div 2=38.5$$

A～Dは整数でなければならないのにBが小数になってしまいます。

つまり最初の式がまちがえていたことがわかります。

正しい式は $B+C$ が小さくて $A+D$ のほうが大きいので次のようになります。

$$A+B=61 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+C=63 \quad \cdots \text{式2}$$

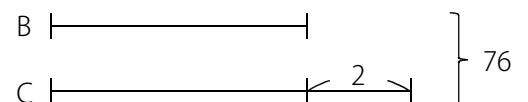
$$B+C=76 \quad \cdots \text{式3}$$

$$A+D=79 \quad \cdots \text{式4}$$

$$B+D=92 \quad \cdots \text{式5}$$

$$C+D=94 \quad \cdots \text{式6}$$

CはBより2大きく $B+C=76$ なので線分図は右図のようになります。



$$\text{よって } B=(76-2)\div 2=37$$



例題と解説

$$C=37+2=39$$

$$D=94-C=94-39=55$$

$$A=61-B=61-37=24$$

※4つのうち2つの和の問題では $A+D$ と $B+C$ のどちらが大きいかわかりませんが、整数になればならないという条件があるので計算をすることによって求めることができます。解けるだけでなく、このようにポイントが説明できるようにしっかりと理解しておきましょう。

※この問題では「すべての式を足す方法」が使えません。実際にやってみます。

$$A+A+A+B+B+B+C+C+C+D+D+D=61+63+76+79+92+94$$

$$(A+B+C+D)\times 3=465$$

$$A+B+C+D=155$$

このように求められますが、そもそも $A+B=61$, $C+D=94$ なので $A+B+C+D=61+94=155$ ということはすべての式を足さなくても簡単に求められます。そしてこの式をもとに考えても先に進むことができません。

※4つの整数のうち2つの和なので、4つから2つを選ぶ、つまり ${}_4C_2=\frac{4\times 3}{2\times 1}=6$ なので和が6通りになります。



例題と解説

- (3) 4つの整数のうち2つの和なので、4つから2つを選ぶ、つまり ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ なので和が6通りになるはずですが、

ただし和は5通りしかありません。つまりこの問題では $A+D$ と $B+C$ が同じということです。

つまり $A+D=B+C=103$ です。84, 97, 103, 109, 122

4つの整数を小さい順に A, B, C, D とします。

$$A+B=84 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+C=97 \quad \cdots \text{式2}$$

$$A+D=103 \quad \cdots \text{式3}$$

$$B+C=103 \quad \cdots \text{式4}$$

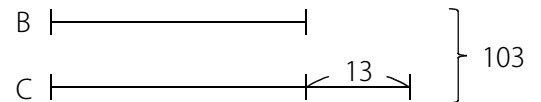
$$B+D=109 \quad \cdots \text{式5}$$

$$C+D=122 \quad \cdots \text{式6}$$

式1と式2をくらべるとAにBを足して84, AにCを足して97になっているので

CはBより $97-84=13$ 大きいことがわかります。

式4で $B+C=103$ なので線分図は右図のようになります。



$$B=(103-13) \div 2=45$$

$$C=45+13=58$$

$$D=122-C=122-58=64$$

$$A=84-B=84-45=39$$

※まとめると、4つのうち2つの和の問題では $A+D$ と $B+C$ の大きさの関係がわかりづらく、同じになる場合もあるということになります。

例えば4つの整数を 1, 2, 3, 4 とした場合も $A+D=B+C=5$ となります。



例題4

4つの整数があります。この4つの整数のうち2つを選んで和を求めたところ全部で 37, 54, 61, 65, 72, 89 の6通りになりました。4つの整数をすべて求めなさい。ただし組み合わせが複数ある場合はすべての組み合わせを求めなさい。

答え (13, 24, 41, 48), (15, 22, 39, 50)

[例題4の解説]

4つの整数を小さい方から A, B, C, D とします。

4つのうち2つの和の問題なので、次のように2通りが考えられます。

① B+C が A+Dより大きい場合

$$A+B=37 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+C=54 \quad \cdots \text{式2}$$

$$A+D=61 \quad \cdots \text{式3}$$

$$B+C=65 \quad \cdots \text{式4}$$

$$B+D=72 \quad \cdots \text{式5}$$

$$C+D=89 \quad \cdots \text{式6}$$

② A+D が B+C より大きい場合

$$A+B=37 \quad \cdots \text{式1}$$

$$A+C=54 \quad \cdots \text{式2}$$

$$B+C=61 \quad \cdots \text{式3}$$

$$A+D=65 \quad \cdots \text{式4}$$

$$B+D=72 \quad \cdots \text{式5}$$

$$C+D=89 \quad \cdots \text{式6}$$

どちらか一方は整数ではなくなってしまうので、もう一方が正しいという風に解くことがほとんどですが、
どちらの場合でもきちんと求められることがあります。このとき4つの整数の組み合わせは1通りではありません。

①の場合

式1と式2より $C=B+17$ また式4より $B+C=65$ なので $B=(65-17)\div 2=24$, $C=24+17=41$

このとき $A=37-24=13$, $D=89-41=48$ よってこの場合は $(A, B, C, D)=(13, 24, 41, 48)$

②の場合

式1と式2より $C=B+17$ また式3より $B+C=61$ なので $B=(61-17)\div 2=22$, $C=22+17=39$

このとき $A=37-22=15$, $D=89-39=50$ よってこの場合は $(A, B, C, D)=(15, 22, 39, 50)$



例題と解説

例題 5

連続する6つの整数をすべて足すと117になります。この6つの整数のうち最も小さい整数はいくつですか。

答え 17

[例題 5 の解説]

「連続する6つの整数」というのは 1, 2, 3, 4, 5, 6 や 13, 14, 15, 16, 17, 18 のように並んだ整数です。

他にも「連続する3つの偶数」であれば 2, 4, 6 や 144, 146, 148 のように並んだ整数です。

連続する整数は差が1の等差数列です。

連続する6つの整数のうち最も小さい整数を□とします。

このとき連続する6つの整数は □, □+1, □+2, □+3, □+4, □+5 です。

これらの和は $\square + \square + 1 + \square + 2 + \square + 3 + \square + 4 + \square + 5 = \square \times 6 + 15$

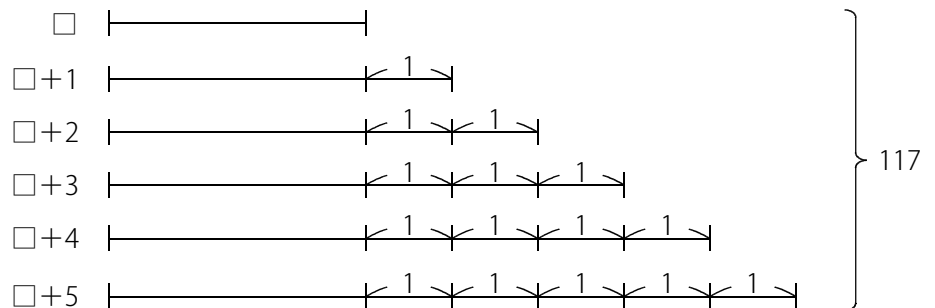
$\square \times 6 + 15 = 117$ なので $\square \times 6 = 102$ よって $\square = 102 \div 6 = 17$

(別解)

右図のように線分図で考えます。

飛び出した部分の和は15なので

$$\square = (117 - 15) \div 6 = 17$$





例題と解説

例題6

A君，B君，C君の3人が遊園地に行きました。A君は3人分の昼食代^{しほら}を支払い、B君は3人分の交通費を支払い、C君は3人分の入園料を支払いました。そして支払った金額を等しくするために、A君はB君に320円をわたし、さらにA君はC君に2180円をわたしました。3人分の昼食代と交通費を合わせると、3人分の入園料よりも660円高かったそうです。1人分の昼食代と交通費と入園料はそれぞれ何円ですか。ただし昼食は3人とも同じものを食べました。

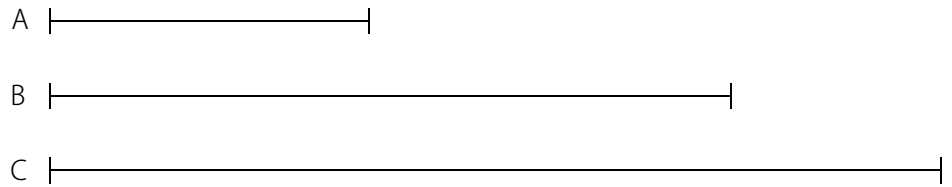
答え 昼食代：840円，交通費：1780円，入園料：2400円

[例題6の解説]

線分図に整理しましょう。

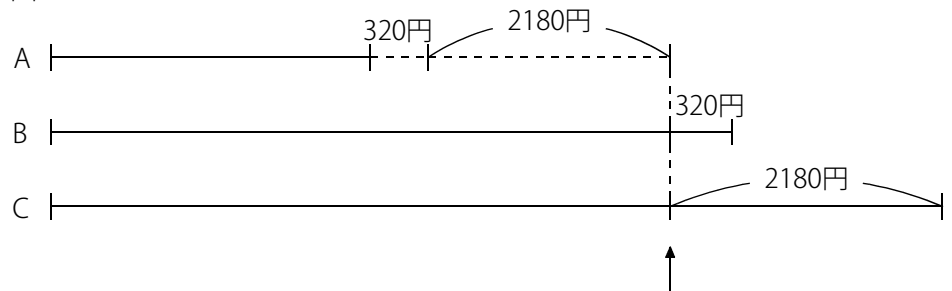
AがBに320円をわたし、
AがCに2180円をわたすことで
3人の支払った金額が等しくなるので
はじめに3人の支払った金額は図1の
ようになります。

図1



次にAが320円と2180円をわたして
3人の支払った金額が等しくなるので
図2のようになります。

図2



A君の支払った金額は $320 + 2180 = 2500$ (円) 増えます。
B君はA君から320円もらうので、B君の支払った金額は320円減ります。
C君はA君から2180円もらうので、C君の支払った金額は2180円減ります。
そして図2のように3人の支払った金額が等しくなります。

3人の支払った金額が
ここで等しくなります。



例題と解説

次に「3人分の昼食代と交通費を合わせると、3人分の入園料よりも660円高かった」について考えます。

下図のように3人の昼食代を3人の交通費に付け足します。

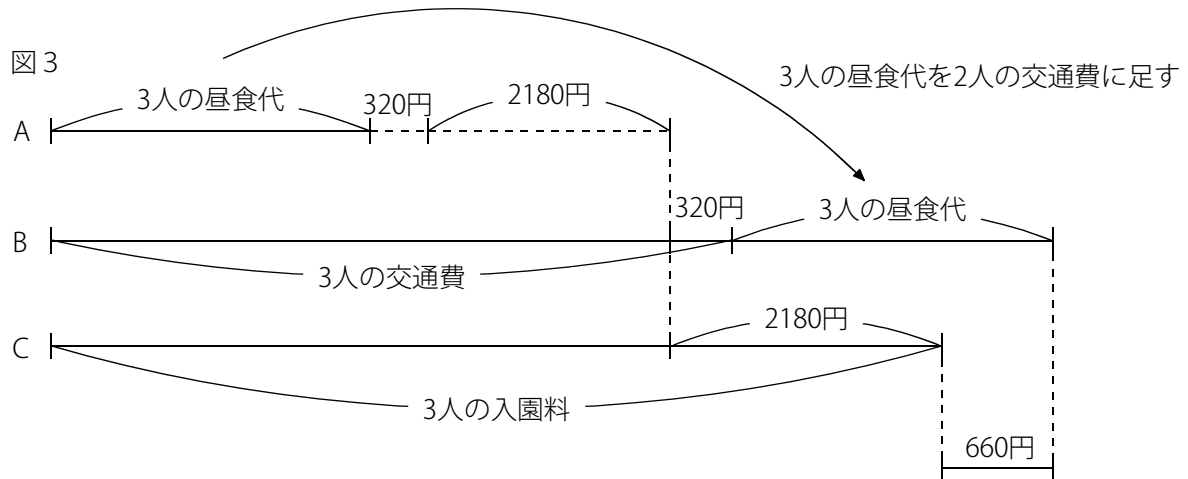


図3より $320 + (3\text{人の昼食代}) = 2180 + 660 = 2840(\text{円})$ であることがわかります。

よって $(3\text{人の昼食代}) = 2840 - 320 = 2520(\text{円})$ つまり $(1\text{人の昼食代}) = 2520 \div 3 = 840(\text{円})$

図3より3人の交通費は $(3\text{人の昼食代}) + 320 + 2180 + 320$ なので

$(3\text{人の交通費}) = 2520 + 320 + 2180 + 320 = 5340(\text{円})$ つまり $(1\text{人の交通費}) = 5340 \div 3 = 1780(\text{円})$

図3より3人の入園料は $(3\text{人の昼食代}) + 320 + 2180 + 2180$ なので

$(3\text{人の入園料}) = 2520 + 320 + 2180 + 2180 = 7200(\text{円})$ つまり $(1\text{人の入園料}) = 7200 \div 3 = 2400(\text{円})$



ポイントまとめ

- ・ベン図をもちいる問題を**集合算**と呼ぶことがあります。
- ・以上・以下・より大きい・より小さい・未満 などの表現で迷わないようにしておきましょう。
- ・数の和の問題では「式と式で差に着目する方法」と「すべての式を足す方法」のどちらでも考えられるようにしておきましょう。
- ・4つのうち2つの整数の和の問題では答えが2通りになる場合もあります。