

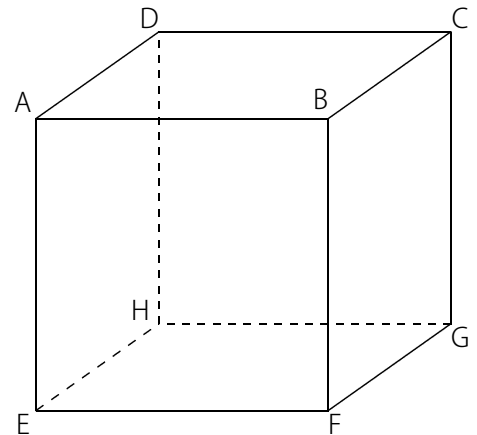


例題と解説

例題 1

右図は1辺6cmの立方体です。この立方体を3点 A , C , F を通る平面で切り分けます。このとき次の問に答えなさい。

- (1) 右図に切断面をかきなさい。
- (2) 切ってできる立体のうち点Bを含む立体の体積を求めなさい。

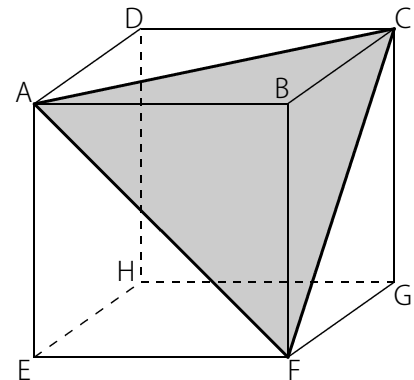


答え (1) 省略 (2) 36cm^3

[例題 1 の解説]

- (1) 立体切断の作図方法の基本は
同じ平面上にある点を直線で結ぶことです。

AとCは同じ平面上にあるので直線で結びます。
AとFは同じ平面上にあるので直線で結びます。
CとFは同じ平面上にあるので直線で結びます。
このとき切断面は右図のような正三角形になります。



- (2) 切ってできる立体のうち、点Bを含む立体は三角すいです。
底面積は $6 \times 6 \div 2 = 18\text{cm}^2$ で高さが6cmなので $6 \times 6 \div 2 \times 6 \div 3 = 36\text{cm}^3$
※ 角すいの体積は 底面積×高さ÷3 で求められます。

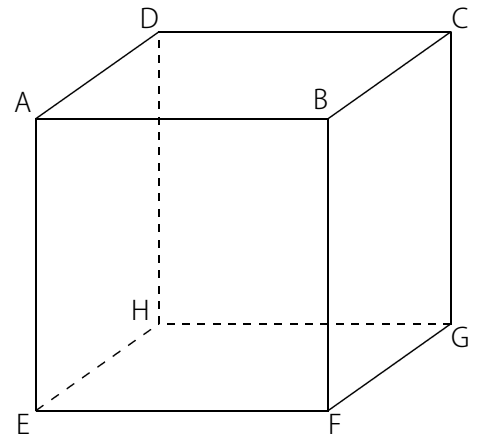


例題と解説

例題2

右図は1辺6cmの立方体です。この立方体を3点 C , D , F を通る平面で切り分けます。このとき次の問に答えなさい。

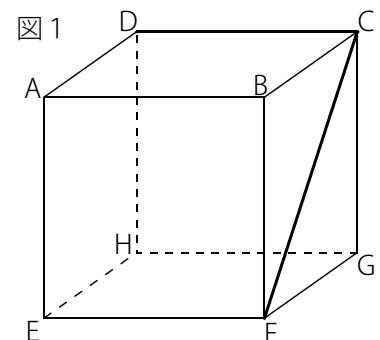
- (1) 右図に切断面をかきなさい。
- (2) 切ってできる立体のうち点Bを含む立体の体積を求めなさい。



答え (1) 省略 (2) 108cm^3

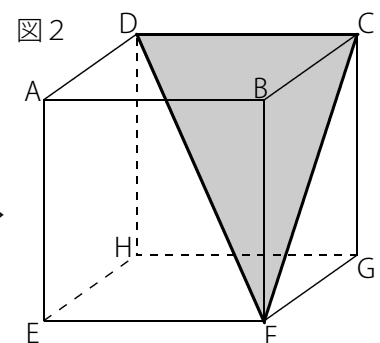
[例題2の解説]

- (1) 立体切断の基本は同じ平面上にある点を直線で結ぶことです。
CとDは同じ平面上(同じ辺上)にあるので直線で結びます。
CとFは同じ平面上にあるので直線で結びます。
このとき右図1のようになります。



次に右図2のようにDとFを直線で結ぶのはまちがいなので
気をつけましょう。図2のDFのように切断面の辺が立体の内部を
通ることはありません。

まちがい →





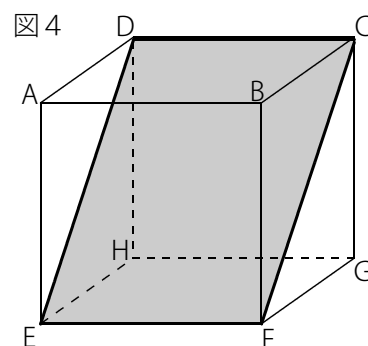
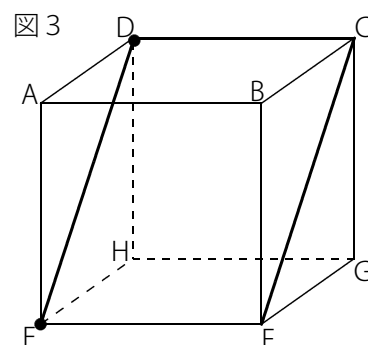
例題と解説

立体切断の作図方法の2つ目のルールは
平行な2枚の平面上には平行な切断線を描くことです。

面AEHDと面BFGCは平行です。

面BFGC上の直線CFと平行な直線を、点Dを通るように面AEHDにも
描くと右図3のようになります。

EとFは同じ平面上(同じ辺上)にあるので直線で結ぶと
右図4のようになり、切断面が完成します。



(2) 切断面DEFCによって立方体はちょうど半分に分けられていることがわかります。

※ 三角柱2個に分けられています。

ちょうど半分なので点Bを含む立体の体積は $6 \times 6 \times 6 \div 2 = 108\text{cm}^3$



例題と解説

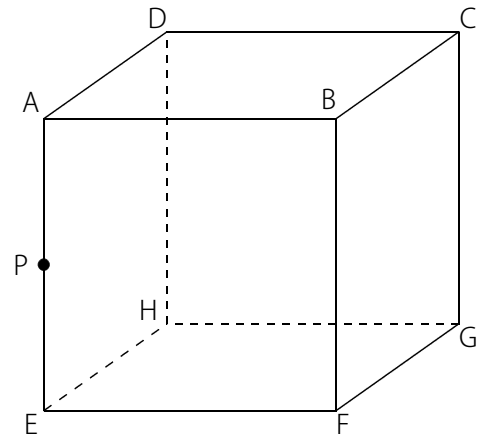
例題 3

右図は 1 辺6cmの立方体です。点Pは辺AEの中点です。

この立方体を 3 点 D , F , P を通る平面で切り分けます。

このとき次の問に答えなさい。

- (1) 右図に切断面をかきなさい。
- (2) 切ってできる立体のうち点Bを含む立体の体積を求めなさい。



答え (1) 省略 (2) 108cm^3

[例題 3 の解説]

- (1) 立体切断の 2 つの作図のルールを確認しておきます。

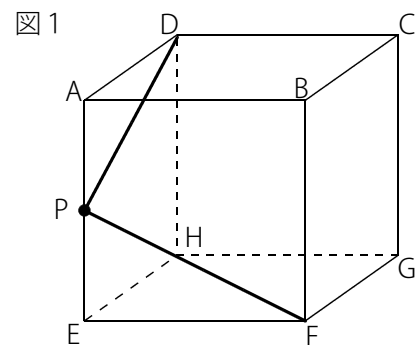
ルール① 同じ平面上にある点を直線で結ぶ

ルール② 平行な 2 枚の平面上には平行な切断線を描く

DとPは同じ平面上にあるので直線で結びます。

PとFは同じ平面上にあるので直線で結びます。

このとき右図 1 のようになります。

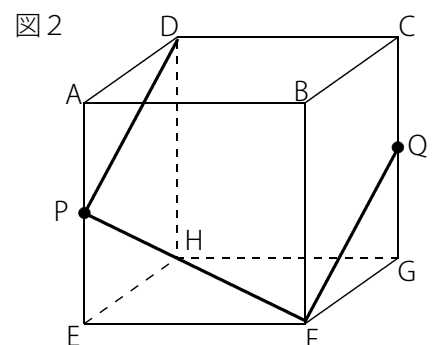


次にルール②にしたがって、面AEHDと面BFGCが平行なので、

DPと平行な直線を点Fを通るように描きます。

このとき右図 2 のようになります。

この直線とCGが交わる点をQとします。

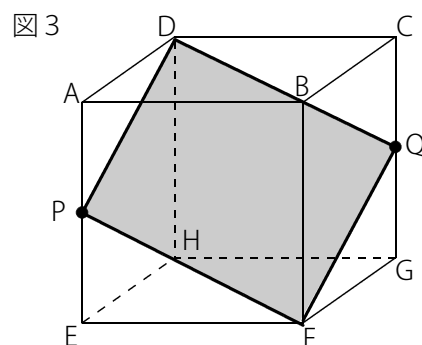


DPとQFは平行なので、QはCGの中点です。



例題と解説

最後に同じ面上にあるDとQを結ぶと右図3のようになります。
これで切断面の作図が完成です。



(2) 切断面DPFQによって立方体はちょうど半分に分けられています。

ちょうど半分なので点Bを含む立体の体積は $6 \times 6 \times 6 \div 2 = 108\text{cm}^3$



例題と解説

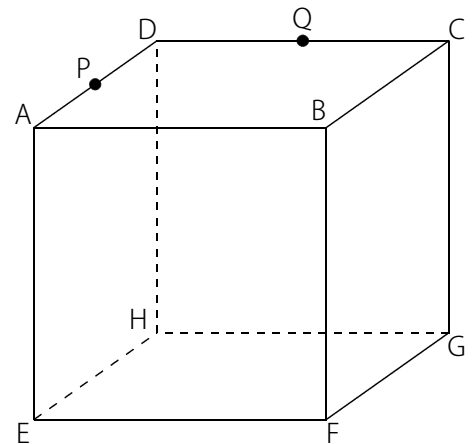
例題 4

右図は 1 辺6cmの立方体です。点PとQはそれぞれ辺の中点です。

この立方体を 3 点 P , Q , E を通る平面で切り分けます。

このとき次の問に答えなさい。

- (1) 右図に切断面をかきなさい。
- (2) 切ってできる立体のうち点Hを含む立体の体積を求めなさい。



答え (1) 省略 (2) 63cm^3

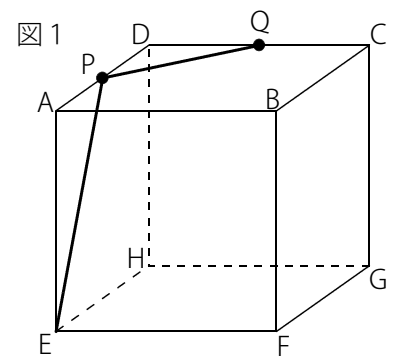
[例題 4 の解説]

- (1) 立体切断ルールは次の 2 つです。

ルール① 同じ平面上にある点を直線で結ぶ

ルール② 平行な 2 枚の平面上には平行な切断線を描く

まずルール①にしたがってPQ , PEを結ぶと右図 1 のようになります。

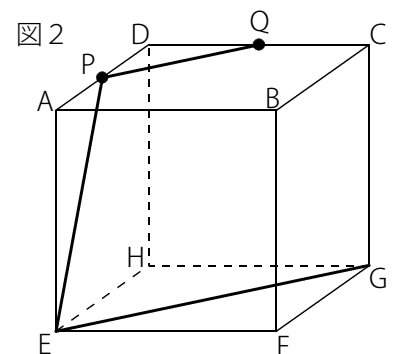


次に点Eか点Qのどちらかを通る切断線を描きます。

ここでルール②をもとにして考えます。

面ABCDと面EFGHは平行なので、点Eを通るように、面EFGHにPQと平行な直線を描きます。つまりEとGを結びます。

このとき右図 2 のようになります。



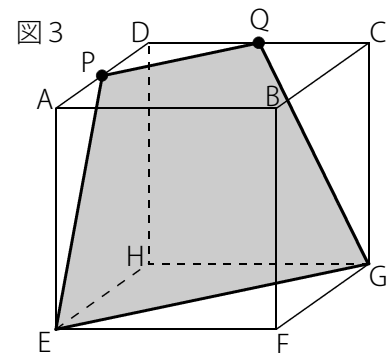
※ 三角形PQDと三角形EGHが相似なのでPQとEGは平行です。



例題と解説

最後に同じ平面上にあるQとGを結んで完成です。

切断面は台形です。



- (2) 点Hを含む立体は右図4のように、大きな三角すいR-EGHから
小さな三角すいR-PQDを引いてできる形(三角すい台)です。

三角すいの体積を求めるために、RDとRHの長さを求めます。

三角形RDQと三角形RHGは相似で、 $DQ=3\text{cm}$, $HG=6\text{cm}$ なので
相似比は $1:2$ です。つまり $RD:RH$ も $1:2$ です。

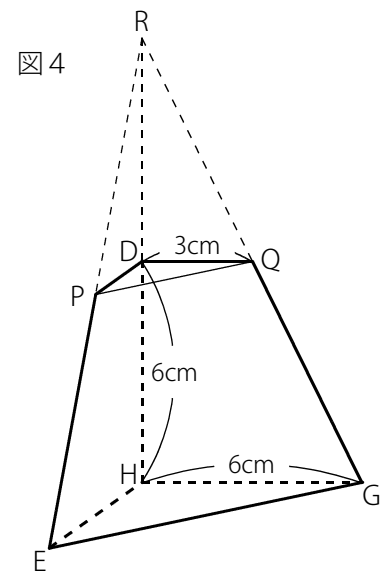
$RD=\textcircled{1}$, $RH=\textcircled{2}$ とすると $DH=\textcircled{1}$ で $DH=6\text{cm}$ なので $\textcircled{1}=6\text{cm}$ です。

よって $RD=6\text{cm}$, $RH=12\text{cm}$ であることがわかります。

$$(\text{大きな三角すいR-EGHの体積}) = 6 \times 6 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} = 72\text{cm}^3$$

$$(\text{小さな三角すいR-PQDの体積}) = 3 \times 3 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 9\text{cm}^3$$

切ってできる立体のうち点Hを含む立体の体積は $72-9=63\text{cm}^3$





例題と解説

(参考)

大きな三角すいR-EGHと小さな三角すいR-PQDは相似です。

相似比は $2:1$ なので 体積比は $2 \times 2 \times 2 : 1 \times 1 \times 1 = 8:1$ です。

大きな三角すいR-EGHの体積を 1 とすると小さな三角すいR-PQDの体積は $1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ なので

三角すい台の体積は $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ です。

大きな三角すいR-EGHの体積が 72cm^3 なので (三角すい台の体積) $= 72 \times \frac{7}{8} = 63\text{cm}^3$

この問題であれば、小さな三角すいR-PQDの体積を求めるのも簡単な計算ですむので
特に体積比を利用する必要はありませんが、辺の長さが小数や分数で計算が複雑になりそうな場合は、
体積比を利用したほうがよいでしょう。

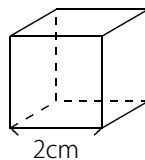
相似比・面積比・体積比の関係

相似比 $1:3$

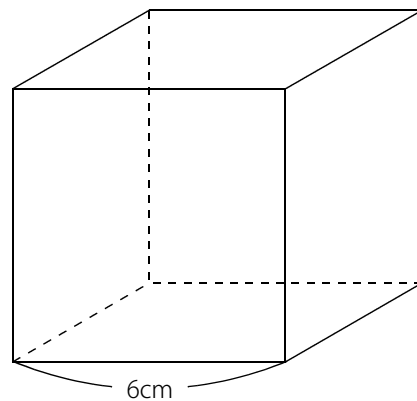
面積比 $1 \times 1 : 3 \times 3 = 1:9$

体積比 $1 \times 1 \times 1 : 3 \times 3 \times 3 = 1:27$

1辺2cmの立方体



1辺6cmの立方体





例題と解説

ポイントまとめ

- ・ 立体切断の 2 つの作図のルールは次の通りです。
ルール① 同じ平面上にある点を直線で結ぶ
ルール② 平行な 2 枚の平面上には平行な切断線を描く
- ・ 相似比が $A : B$ のとき 体積比は $A \times A \times A : B \times B \times B$ となります。