**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

## 例題１

図１のように直方体を組み合わせた形の容器に、給水管のA管とB管がついています。まず初めにA管を開き、途中でB管も開きます。図２のグラフはA管を開いてから容器が満水になるまでの時間と底面Pから測った水面の高さを表したものです。B管を開いたのはA管を開いてから何分後ですか。ただし給水管から入る水の量はそれぞれ毎分一定です。

図１

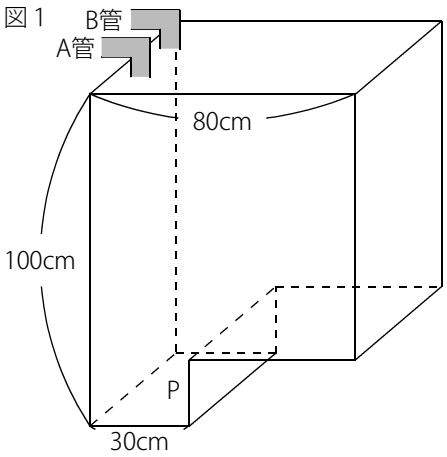
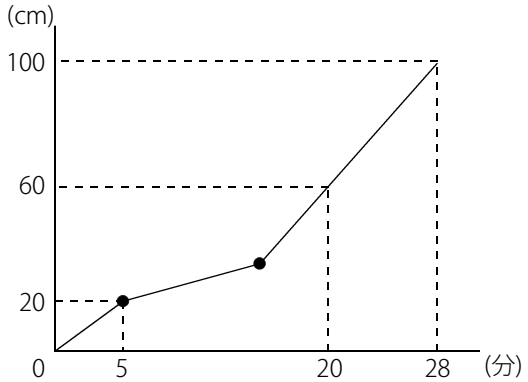



図２




●はグラフの折れ曲がる点を表しています。

答え　15分後

[例題１の解説]

下図３のように容器を正面から見て Ｓ，Ｔ の2つの部分に分けて考えます。

図３

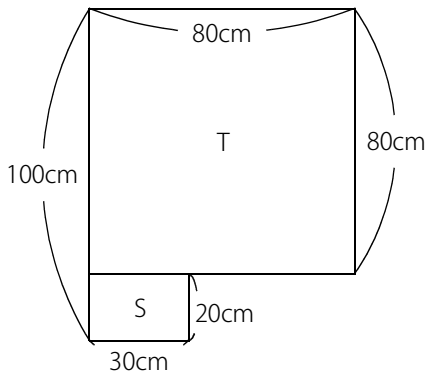
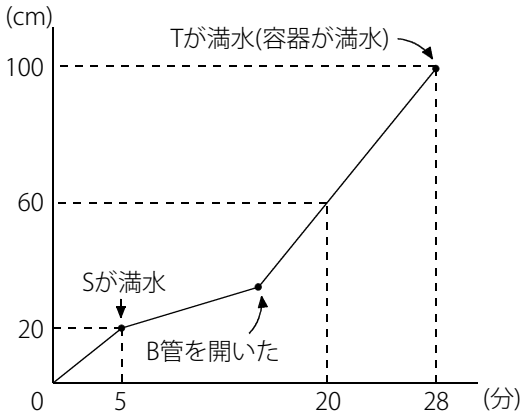



図４




A管だけでSが満水になっています。このとき水面は毎分 20÷5＝4(cm) ずつ上がっています。

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

次に底面が広くなったTの部分に水がたまり始めます。

グラフからは読み取れませんが、Tの底面積はSの底面積の $80\div30=\frac{8}{3}$(倍) なので水面が上がる速さは逆の$\frac{3}{8}$倍になります。

よってA管だけでTに水を入れるとき、水面は毎分 $4\times\frac{3}{8}=1.5$(cm) ずつ上がっています。

途中でB管が開きます。このとき水面は毎分 (100－60)÷(28－20)＝5(cm) ずつ上がっています。

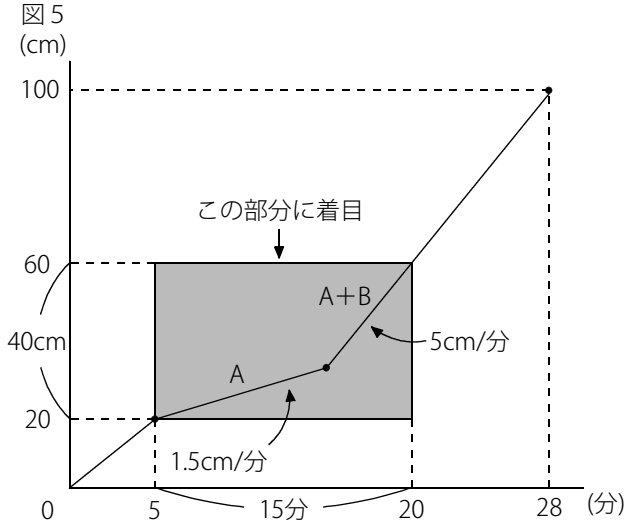
整理するとTの部分の水面は**A管だけだと毎分1.5cm**ずつ、**A管とB管だと毎分5cm**ずつ上がるということになります。

ここで右図５のようにグラフの5～20分に着目すると
20－5＝15(分) で 60－20＝40(cm) 上がっていることがわかります。

A管だけだと1分で1.5cm，A管とB管では1分で5cm
あわせて20分で40cmになったということです。

読み替えると次のようになります。
「商品Xは1個1.5円，商品Yは1個5円，あわせて20個買うと
　合計代金が40円でした。」

図５




つるかめ算を利用します。
Tに水が入り始めてA管だけを使った時間は (5×15－40)÷(5－1.5)＝35÷3.5＝10(分)

よってB管を開いたのはA管を開いてから 5＋10＝15(分後) であることがわかります。

※「個」や「円」でなくてもつるかめ算がすばやく引き出せるようにしておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

## 例題２

図１のように直方体の容器に長方形の仕切りが底面に垂直に取り付けられており、管から一定の量で水を入れ始めます。ただし底面Q側の手前の面には穴が空いていて、水面が穴の高さに達すると毎分一定の量の水が容器の外へ出ていきます。図２のグラフは水を入れ始めてから容器が満水になるまでの時間と底面Pから水面までの高さを表したものです。ただし仕切りの厚さと穴の大きさは考えないものとします。穴は底面から何cmのところにありますか。

図１

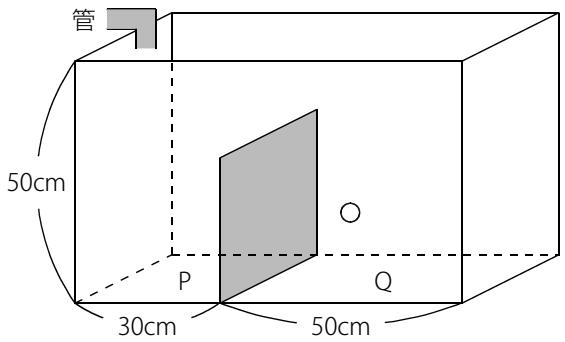
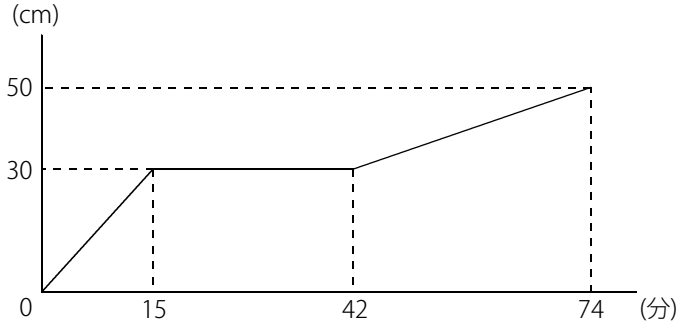



図２




答え　18cm

[例題２の解説]

下図３のように容器を正面から見て Ｓ，Ｔ，Ｕ の3つの部分に分けて考えます。

図３

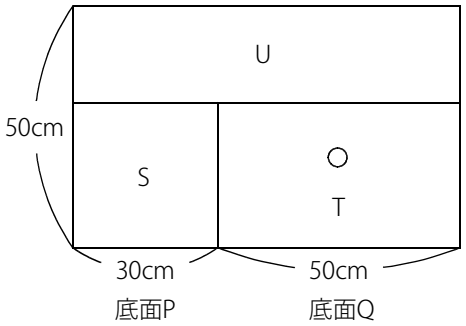
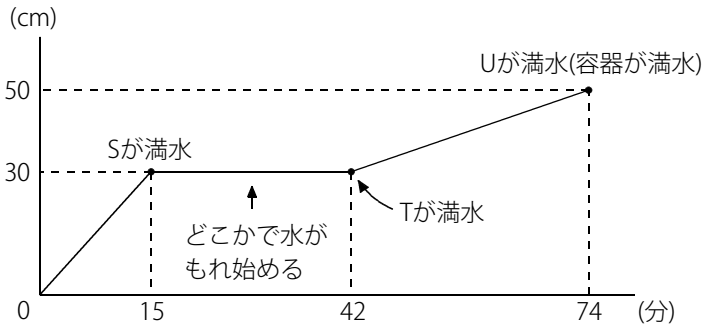



図４




グラフは底面Pから測った水面の高さを表しているので、水が穴からもれ始めたことは見ただけではわかりません。

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

まずは水面の上がる速さに着目します。

Sに水が入っているときは15分間で水面は30cm上がっているので、水面は毎分 30÷15＝2(cm) ずつ上がっています。

Uに水が入っているときは 74－42＝32(分) で水面は 50－30＝20(cm) 上がっているので、

水面は毎分 $20\div32=\frac{5}{8}$(cm) ずつ上がっています。

仮に穴が空いていなかったとすると、Uの底面積はSの底面積の $80\div30=\frac{8}{3}$(倍) なので

Uの水面が上がる速さはSの$\frac{3}{8}$倍になり $2\times\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$(cm) ずつ水面が上がるはずです。

実際にはUの水面が上がる速さは毎分$\frac{5}{8}$cmなので $\frac{5}{8}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{6}$(倍) になっています。

つまり管から入れている水の$\frac{1}{6}$が穴からもれていることがわかります。

Tの底面積はSの底面積の$\frac{5}{3}$倍なので、穴より下の部分では水面は毎分 $2\times\frac{3}{5}=1.2$(cm) ずつ上がります。

穴より上の部分では穴から$\frac{1}{6}$ずつもれて$\frac{5}{6}$倍になるので水面の上がる速さは毎分 $1.2\times\frac{5}{6}=1$(cm)

毎分1.2cmずつ，毎分1cmずつ あわせて 42－15＝27(分) で水面の高さが30cmになっています。

読み替えると「商品Xは1個1.2円，商品Yは1個1円，あわせて27個買うと合計代金が30円でした。」ということです。

つるかめ算を利用します。1.2cmずつ水面が上がった時間は (30－1×27)÷(1.2－1)＝15(分)

よって穴は底面から 1.2×15＝18(cm) のところにあるということになります。

(C) 2014 min-san.com

(別解1)

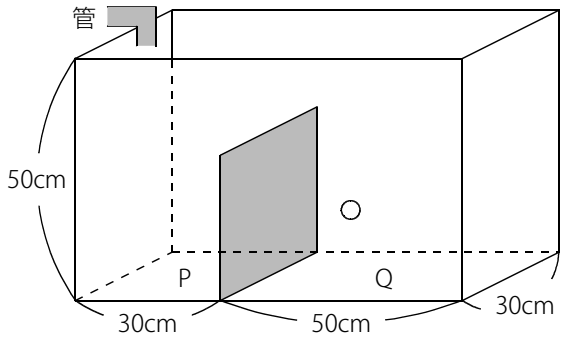
右図５のように (底面の縦の長さ)＝30(cm) とします。

このとき (底面Pの面積)＝30×30＝900($cm^2$)

1分で2cmずつ水面が上がっているので

(管から1分で入る水の量)＝900×2＝1800($cm^3$)

図５




Uに水が入っているときは32分で水面は20cm上がっているので、

水面は毎分 $20\div32=\frac{5}{8}$(cm) ずつ上がっています。

このとき (1分で入っている水の量)＝$80\times30\times\frac{5}{8}$＝1500($cm^3$) なので (1分で穴からもれる水の量)＝1800－1500＝300($cm^3$)

(底面Qの面積)＝50×30＝1500($cm^2$) なので

(穴より下で水面が上がる速さ)＝1800÷1500＝(毎分)1.2(cm) , (穴より上で水面が上がる速さ)＝1500÷1500＝(毎分)1(cm)

つるかめ算を利用して (1.2cmずつ水面が上がった時間)＝(30－1×27)÷(1.2－1)＝15(分)

よって穴は底面から 1.2×15＝18(cm) のところにあることがわかります。

(C) 2014 min-san.com

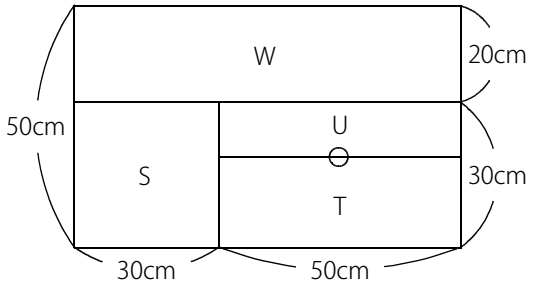
(別解2)

右図のように Ｓ，Ｔ，Ｕ，Ｗ の4つの部分に分けます。

(Sの底面積)：(Tの底面積)＝30：50＝3：5 なので

(Sの底面積)＝③，(Tの底面積)＝⑤ とします。

図６




Sに水が入っているときは水面が毎分 30÷15＝2(cm) ずつ上がっているので

(1分で管から入る水の量)＝③×2＝⑥

Wに着目します。(Wの底面積)＝③＋⑤＝⑧

Wに水が入っているときは水面が毎分 (50－30)÷(74－42)＝$\frac{5}{8}$(cm) ずつ上がっているので

(1分で入っている水の量)＝⑧×$\frac{5}{8}$＝⑤

※ (穴から1分でもれている水の量)＝⑥－⑤＝①

よってUに水が入っているときは水面が毎分 ⑤÷⑤＝1(cm) ずつ上がることがわかります。

Tでは毎分 ⑥÷⑤＝1.2(cm) ずつ水面が上がります。

毎分1.2cmと毎分1cmであわせて 42－15＝27(分) で30cmになればいいのでつるかめ算を利用して

(1.2cmずつ上がった時間)＝(30－1×27)÷(1.2－1)＝15(分)

穴は底面から 1.2×15＝18(cm) のところにあることがわかります。

※ 様々な解き方がありますが、比の利用を得意にしておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

## 例題３

水の入った高さ30cmの容器と、底面積が100cm²で高さが30cmの円柱のおもりAと、底面積が60cm²で高さが30cmの円柱のおもりBがあります。図１のようにおもりAを容器の底まで沈めると水面の高さは16cmとなり、おもりBを容器の底まで沈めると水面の高さは12cmとなりました。おもりが入っていないときの水面の高さは何cmですか。

図１

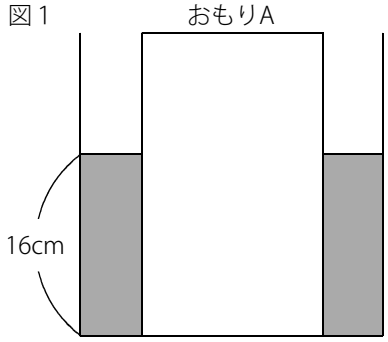
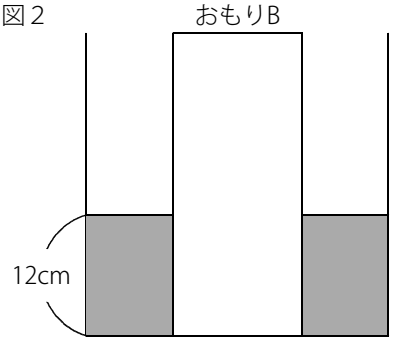



図２

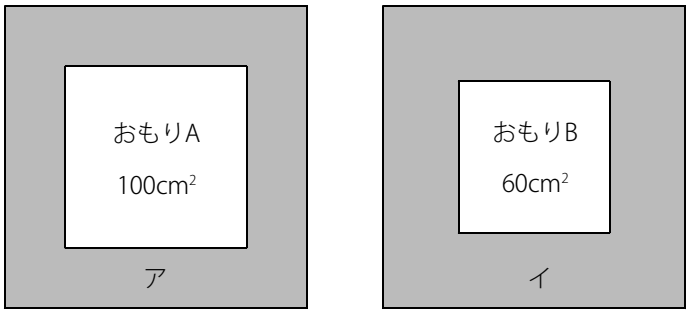



答え $8\frac{8}{11}$cm

[例題３の解説]

図１と図２を上から見ると右図３のようになっています。
水が入る部分の底面を ア，イ とします。

図３




水面の高さの比は 16：12＝4：3
容器の中の水の量はどちらも同じなので
アとイの面積の比は逆比の 3：4
※ ア×16＝イ×12 より ア：イ＝3：4

ここで (アの面積)＝③，(イの面積)＝④ とします。差は ④－③＝①
アとイの面積の差は 100－60＝40(cm²) なので ①＝40(cm²)
よって (アの面積)＝③＝40×3＝120(cm²) より (容器の底面積)＝120＋100＝220(cm²)
(水の量)＝120×16＝1920(cm³) なので (おもりが入っていないときの水面の高さ)＝1920÷220＝$8\frac{8}{11}$(cm)

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

## 例題４

図１のように水の入った直方体の容器に直方体の形をしたおもりが沈んでいます。おもりには糸が付いていておもりの底面と容器の底面が平行のままゆっくりと毎秒1cmの速さで引き上げたところ、水面の高さは図２のグラフのようになりました。このとき次の問いに答えなさい。ただし糸の太さは考えないものとします。

（１）　グラフのアにあてはまる数を求めなさい。

（２）　容器とおもりの底面積の比を求めなさい。

図１

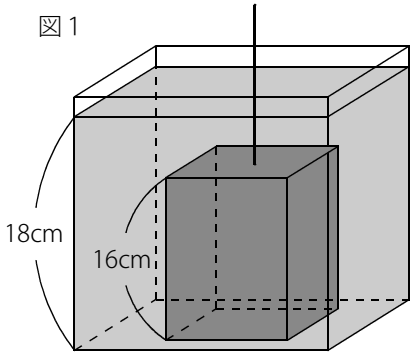
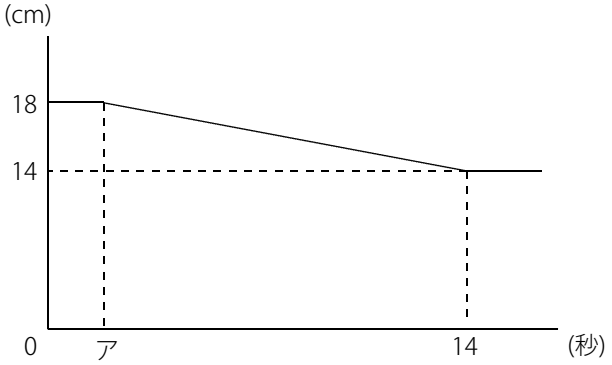



図２




答え（１）２（２）４：１

[例題４の解説]

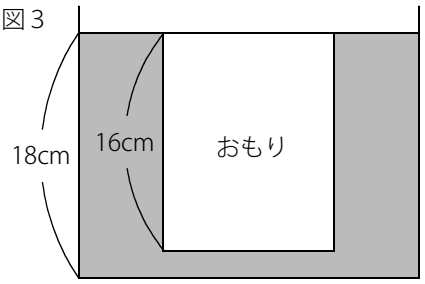
（１）　おもりが完全に水の中にあるときは水面の高さは変わりません。

初めの水面の高さは18cmでおもりの高さは16cmなので
おもりが2cm上がるまでは水面の高さは18cmのままです。

アはおもりの上の底面が水面と同じ高さに来たときの時間です。

おもりは毎秒1cmずつ上がるので　ア＝2÷1＝2(秒)　となります。
このとき右図３のようになっています。

図３



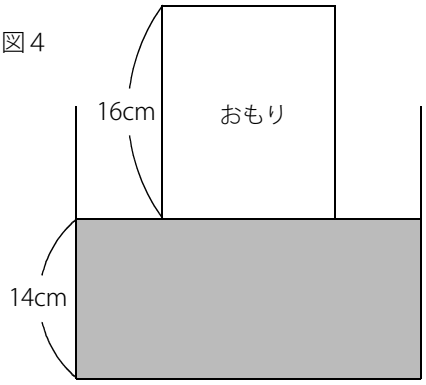

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

（２）　14秒後以降は水面の高さが14cmのまま変化しないので
14秒後は右図４のようにおもりの下の底面が水面と同じ高さに
なっています。

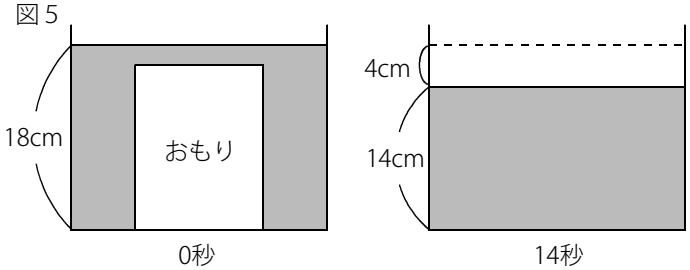
図４




つまり14秒後におもりは完全に水から出たということです。
このとき水面の高さは14cmになっています。

最初(0秒のとき)と14秒後の状態を図で表すと
右図５のようになります。

図５




おもりが無くなると水面は4cm下がっているので
(容器の底面積)×4cm＝(おもりの体積)
であることがわかります。

(容器の底面積)×4cm＝(おもりの体積) なので
(容器の底面積)×4cm＝(おもりの底面積)×16cm より (容器の底面積)：(おもりの底面積)＝16：4＝4：1

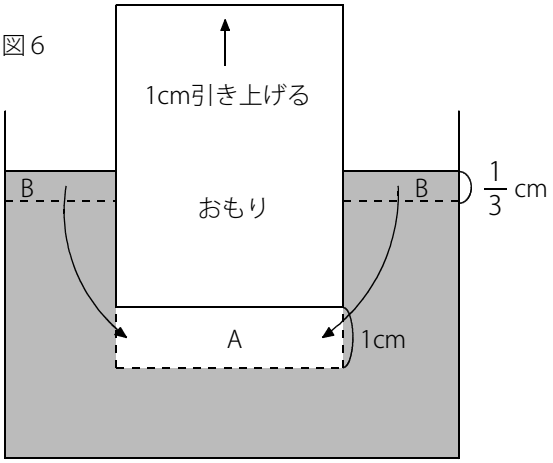
(C) 2014 min-san.com

(別解)

2〜14秒の12秒間で水面は 18－14＝4(cm) 下がっているので、1秒では $4\div12=\frac{1}{3}$(cm) ずつ下がっています。

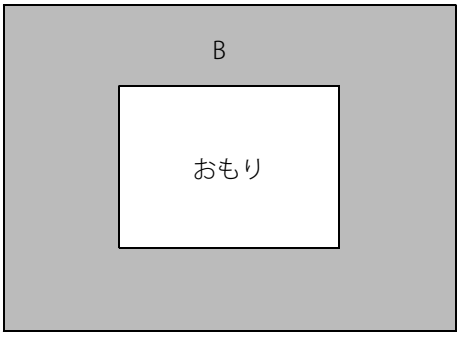
1秒でおもりは1cmずつ上がるのでこれを図で表すと下図6のようになります。

図６




正面から見た図

図７




上から見た図

おもりを1cm引き上げてできたAの部分にBの部分から水が流れこんで、水面が$\frac{1}{3}$cm下がります。

Bの部分は上から見ると図７のようになっています。

(Aの体積)＝(Bの体積) なので (おもりの底面積)×1＝(Bの底面積)×$\frac{1}{3}$

よって (おもりの底面積)：(Bの底面積)＝1：3

(Bの底面積)＝(容器の底面積)－(おもりの底面積) なので (容器の底面積)：(おもりの底面積)＝(3＋1)：1＝4：1

※ おもりを引き上げたときにできる空間に水が流れこんで水面が下がるという考え方に慣れておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

**中学受験Unit.35- 2　5年　水量変化**
**水量とグラフ2**

# 例題と解説

## 例題５

図１のように高さ90cmの直方体の容器と、長い棒の付いた直方体の形をした高さ27cmのおもりがあります。はじめ、おもりの下の底面は容器の底面から90cmのところにあります。この容器に毎秒一定量の水を入れ始めると同時に、おもりに付いた棒をまっすぐ下に押して、容器の底面とおもりの底面が平行のまま毎秒2cmの速さでおもりを下げていきます。図２のグラフは水を入れ始めてから容器が満水になるまでの時間と水面の高さを表したものです。ただし棒の太さは考えないものとします。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　容器の底面とおもりの底面の面積の比を求めなさい。

（２）　グラフのアにあてはまる数を求めなさい。

図１

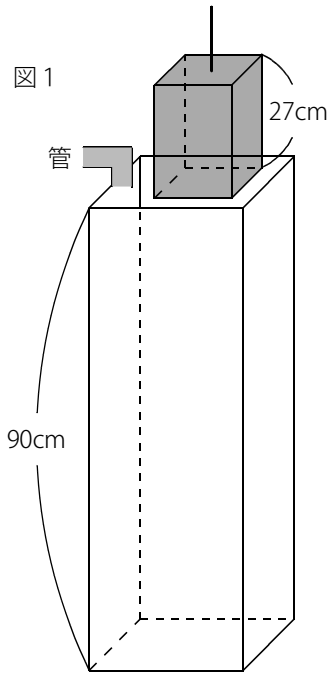
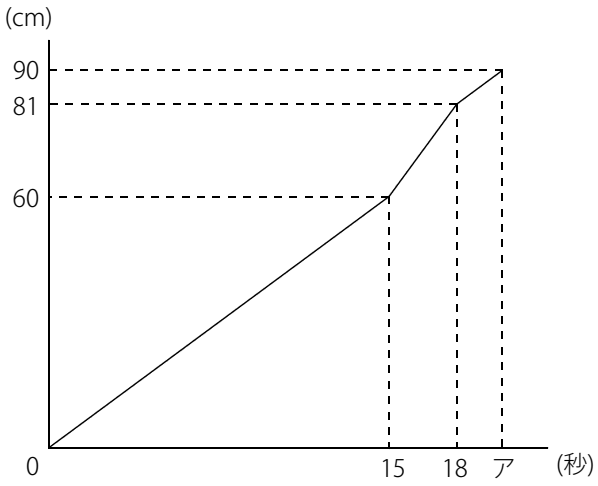



図２




答え（１）３：１（２）20.25

[例題５の解説]

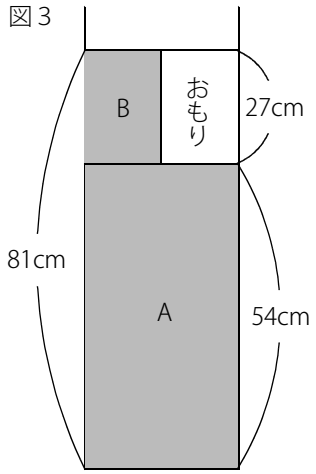
（１）　グラフより水を入れ始めてから15秒後におもりの下の底面が水面の高さと同じ位置にきて18秒後にはおもりが完全に水の中に入った状態であることがわかります。

(C) 2014 min-san.com

# 例題と解説

おもりがちょうど全部水の中に入った18秒後の状態は右図３のようになります。
※ 考えやすいようにおもりを端によせてあります。

図３




ここで (容器の底面積)＝① とします。
初めの15秒間では1秒で水面が 60÷15＝4(cm) ずつ上がっているので
(管から1秒で入る水の量)＝①×4＝④ と表すことができます。

図３の状態になるのは18秒後なので入った水の量は全部で ④×18＝㉒
つまり (Aの体積)＋(Bの体積)＝㉒

(Aの体積)＝①×54＝㊹ なので (Bの体積)＝㉒－㊹＝⑱
(Bの高さ)＝27(cm) なので (Bの底面積)＝⑱÷27＝$\frac{2}{3}$

(Bの底面積)＝$\frac{2}{3}$ なので (おもりの底面積)＝①－$\frac{2}{3}$＝$\frac{1}{3}$

よって容器の底面とおもりの底面の面積の比は ①：$\frac{1}{3}$＝3：1

（２） おもりが完全に水の中に入ってからは、最初と同じように水面は毎秒4cmずつ上がります。
水面の高さが81cmから90cmになるのに (90－81)÷4＝2.25(秒) かかるので ア＝18＋2.25＝20.25(秒)

ポイントまとめ
・「個」や「円」でなくてもつるかめ算がすばやく引き出せるようにしておきましょう。
・おもりを引き上げたときにできる空間に水が流れこんで水面が下がるという考え方に慣れておきましょう。

(C) 2014 min-san.com