



例題と解説

例題 1

円柱の形をした容器Aと容器Bがあり、底面積の比は 5 : 4 です。容器Aと容器Bに同じ量の水を入れたところ容器Aの水の深さは8cmになりました。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 容器Bの水の深さは何cmですか。
- (2) この後、2つの容器の水の深さが等しくなるように水を一方からもう一方へ移します。
このとき水の深さは何cmになりますか。

答え (1) 10cm (2) $8\frac{8}{9}$ cm

[例題 1 の解説]

- (1) 容器AとBの底面積の比が 5 : 4 で同じ量の水を入れるので水の深さの比は逆比の 4 : 5 になります。

よって (容器Bの水の深さ) = $8 \times \frac{5}{4} = 10(\text{cm})$

※ (容器Aの底面積) = $5(\text{cm}^2)$, (容器Bの底面積) = $4(\text{cm}^2)$ として、それぞれの容器に 100cm^3 の水を入れるとすると
(容器Aの水の深さ) = $100 \div 5 = 20(\text{cm})$, (容器Bの水の深さ) = $100 \div 4 = 25(\text{cm})$ となるので
水の深さの比は $20 : 25 = 4 : 5$ と逆比になっていることがわかります。

- (2) (容器Aの底面積) = $5(\text{cm}^2)$, (容器Bの底面積) = $4(\text{cm}^2)$ とします。

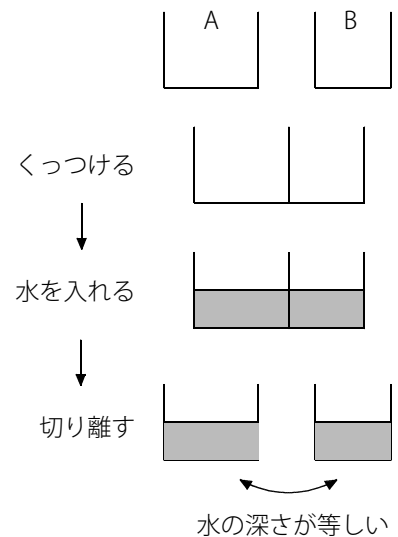
容器Aと容器Bの水の深さは8cmと10cmなので、それぞれの容器に 40cm^3 ずつの水が入っていることになります。

つまりこのとき合計で $40 \times 2 = 80(\text{cm}^3)$ の水があります。

2つの容器の水の深さをそろえたいので、右図のように2つの容器をくっつけて底面積が $5 + 4 = 9(\text{cm}^2)$ の容器に 80cm^3 の水を入れます。

このとき水の深さは $80 \div 9 = 8\frac{8}{9}(\text{cm})$ となります。

つまり水の深さが等しくなるようにすると水の深さは $8\frac{8}{9}\text{cm}$ となります。





例題と解説

例題 2

円柱の形をした容器Aと容器Bがあります。容器Aの高さは容器Bの高さの2倍です。容器Bが満水になるまで水を入れ、空の容器Aに移したところ容器Aの水の深さは容器Aの高さの $\frac{2}{9}$ になりました。容器Aと容器Bの底面の円の半径の比を求めなさい。

答え 3 : 2

[例題 2 の解説]

容器Aの高さは容器Bの高さの2倍なので (容器Aの高さ)=2 , (容器Bの高さ)=1 とします。

容器Aに水を移すと水の深さが容器Aの高さの $\frac{2}{9}$ になったので (容器Aの水の深さ) $=2 \times \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$

つまり容器Bで高さが1の体積は容器Aで高さが $\frac{4}{9}$ の体積と等しいということになります。

$$(Aの底面積) \times \frac{4}{9} = (Bの底面積) \times 1 \text{ なので}$$

$$(Aの底面積) : (Bの底面積) = 9 : 4$$

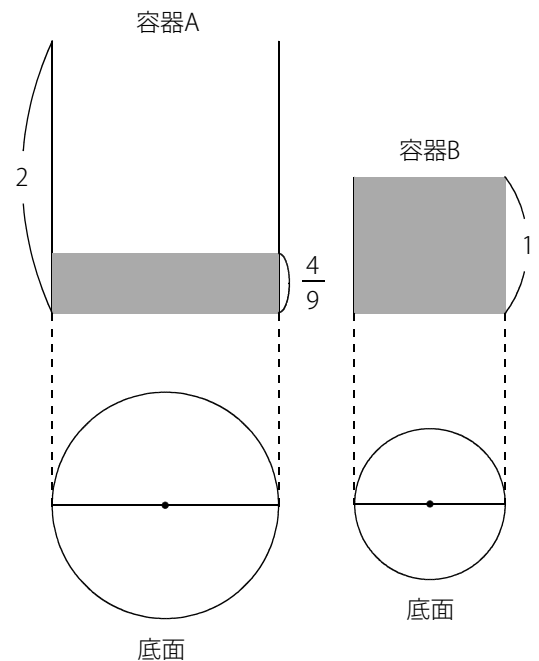
底面はともに円なので

$$(Aの半径) \times (Aの半径) \times (\text{円周率}) : (Bの半径) \times (Bの半径) \times (\text{円周率}) = 9 : 4$$

$$\text{つまり } (Aの半径) \times (Aの半径) : (Bの半径) \times (Bの半径) = 9 : 4$$

$$9 = 3 \times 3, 4 = 2 \times 2 \text{ より}$$

$$(Aの半径) : (Bの半径) = 3 : 2 \text{ であることがわかります。}$$





例題と解説

(別解)

考えやすくするために (容器Aの高さ)=18(cm) , (容器Bの高さ)=9(cm) とします。

このとき

容器Aに水を移すと水の深さが容器Aの高さの $\frac{2}{9}$ になったので (容器Aの水の深さ)= $18 \times \frac{2}{9} = 4$ (cm)

つまり容器Bで高さ9cmの体積は容器Aで高さ4cmの体積と等しいということになります。

(Aの底面積) $\times 4$ cm=(Bの底面積) $\times 9$ cm なので

(Aの底面積) : (Bの底面積)=9 : 4

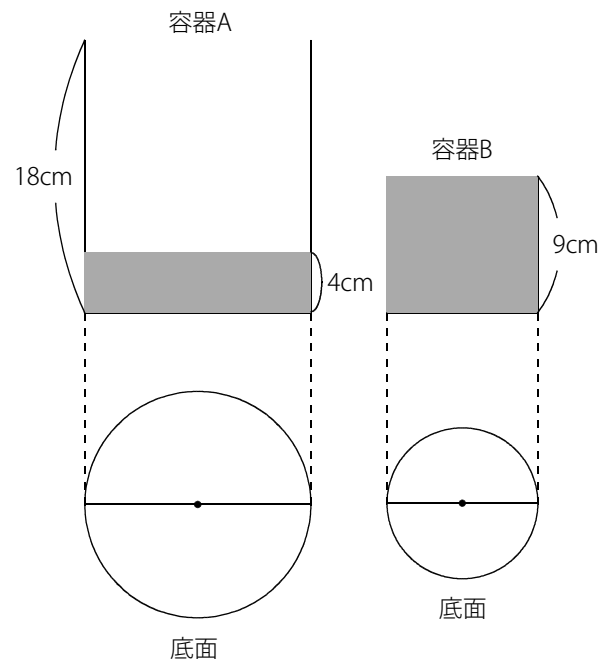
底面はともに円なので

(Aの半径) $\times$ (Aの半径) $\times$ (円周率) : (Bの半径) $\times$ (Bの半径) $\times$ (円周率)=9 : 4

つまり (Aの半径) $\times$ (Aの半径) : (Bの半径) $\times$ (Bの半径)=9 : 4

9=3 $\times$ 3 , 4=2 $\times$ 2 より

(Aの半径) : (Bの半径)=3 : 2 であることがわかります。



※ 比の計算がわかりづらい場合は実際の数をあてはめて考えてみましょう。

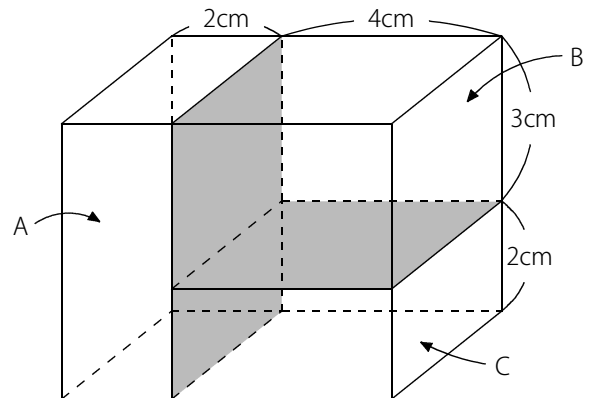


例題と解説

例題3

大きな直方体を色のついた2枚の仕切りで右図のようにA～Cの3つの部分に分けました。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) BとCの体積の比を求めなさい。
- (2) Aと大きな直方体の体積の比を求めなさい。
- (3) AとBとCの体積の比を求めなさい。



答え (1) 3 : 2 (2) 1 : 3 (3) 5 : 6 : 4

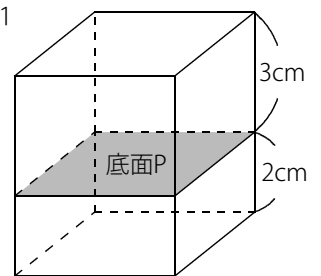
[例題3の解説]

- (1) 右図のように仕切りを底面Pとすると

(Bの体積) = (Pの面積) × 3, (Cの体積) = (Pの面積) × 2 なので

BとCの体積の比は (Pの面積) × 3 : (Pの面積) × 2 = 3 : 2 となります。

図1

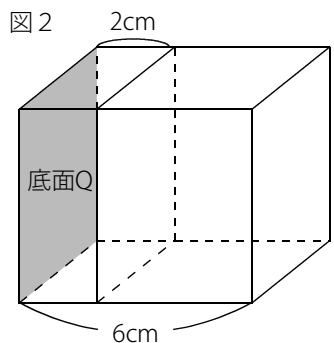


- (2) 右図2のように底面Qをもとに考えます。

(Aの体積) = (Qの面積) × 2, (大きな直方体の体積) = (Qの面積) × 6 なので

Aと大きな直方体の体積の比は (Qの面積) × 2 : (Qの面積) × 6 = 2 : 6 = 1 : 3

図2



- (3) (Aの体積) = ① とすると (大きな直方体の体積) = ③

このとき (Bの体積) + (Cの体積) = ③ - ① = ②

(Bの体積) : (Cの体積) = 3 : 2 なので

(Bの体積) = ② × $\frac{3}{3+2}$ = ①.2, (Cの体積) = ② × $\frac{2}{3+2}$ = ①.8

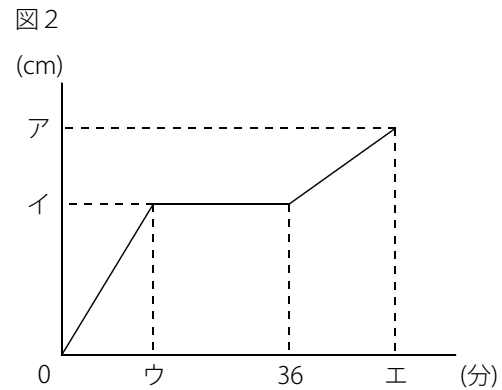
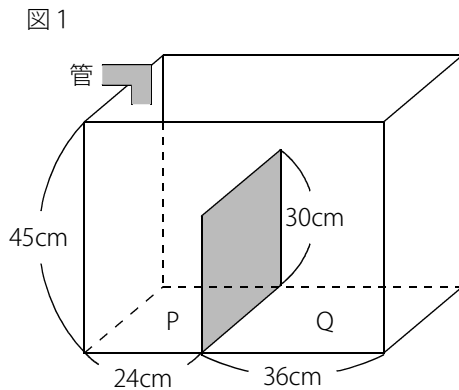
よってAとBとCの体積の比は ① : ①.2 : ①.8 = 10 : 12 : 8 = 5 : 6 : 4



例題と解説

例題4

図1のように直方体の容器に長方形の仕切りが底面に垂直に取り付けられており、管から毎分一定の量で水を入れていきます。図2のグラフは水を入れ始めてから容器が満水になるまでの時間と底面Pから水面までの高さを表したものです。グラフのア～エにあてはまる数を求めなさい。ただし仕切りの厚さは考えないものとします。



答え ア 45 , イ 30 , ウ 14.4 , エ 54

[例題4の解説]

グラフは満水になるまでを表しているのだから ア=(容器の高さ)=45(cm)

右図3のように容器を正面から見て A～C の3つの部分に分けて考えます。

グラフのイはAが満水になったときの高さなので イ=(仕切りの高さ)=30(cm)

AとBは仕切りを底面と考えると底面積が等しいので

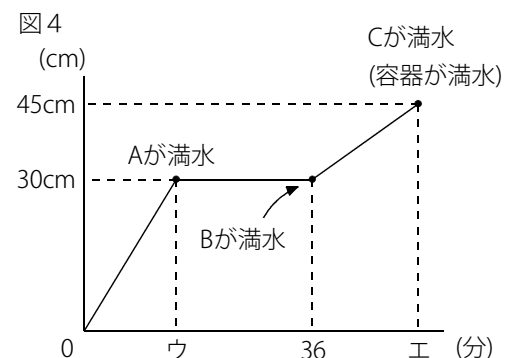
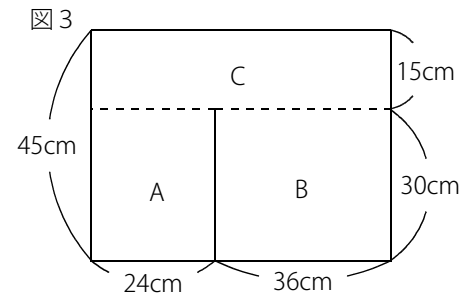
$$(\text{Aの体積}) : (\text{Bの体積}) = 24 : 36 = 2 : 3$$

よって

$$(\text{Aが満水になるのにかかる時間}) : (\text{Bが満水になるのにかかる時間}) = 2 : 3$$

(AとBをあわせた部分が満水になるのにかかる時間)=36(分) なので

$$\text{ウ} = (\text{Aが満水になるのにかかる時間}) = 36 \times \frac{2}{2+3} = 14.4(\text{分})$$





例題と解説

AとBをあわせた部分とCは底面積が等しいので

(AとBをあわせた部分の体積) : (Cの体積)

= (AとBをあわせた部分の高さ) : (Cの高さ) = 30 : 15 = 2 : 1

よって

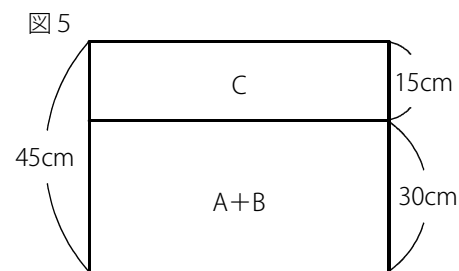
(AとBをあわせた部分が満水になるのにかかる時間) : (Cが満水になるのにかかる時間) = 2 : 1

(AとBをあわせた部分が満水になるのにかかる時間) = 36(分) なので

(Cが満水になるのにかかる時間) = $36 \times \frac{1}{2} = 18$ (分)

よって エ = $36 + 18 = 54$ (分)

※ 水量とグラフに関する問題では容器を正面から見て、部分ごとに考えましょう。





例題と解説

例題5

図1のように直方体の容器に2枚の長方形の仕切りが底面に垂直に取り付けられており、管から毎分一定の量で水を入れていきます。PQとQRとRSの長さの比は 3 : 4 : 2 です。図2のグラフは水を入れ始めてから容器が満水になるまでの時間と底面Xから水面までの高さを表したものです。グラフのア～エにあてはまる数を求めなさい。ただし仕切りの厚さは考えないものとします。

図1

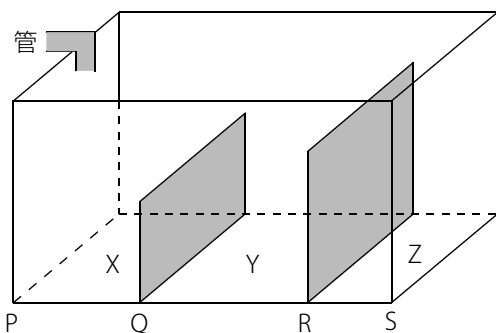
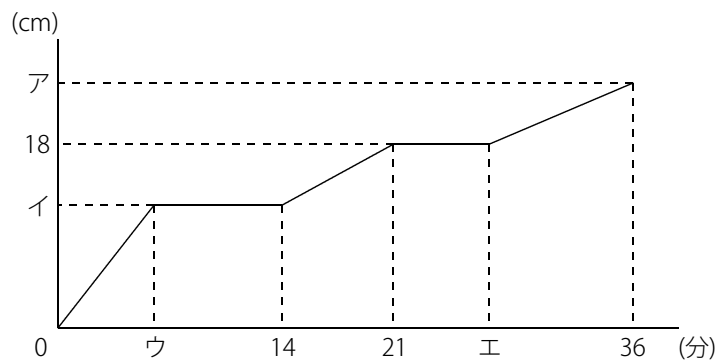


図2



答え ア 24 , イ 12 , ウ 6 , エ 27

[例題5の解説]

下図3のように容器を正面から見て A～E の5つの部分に分けて考えます。

図3

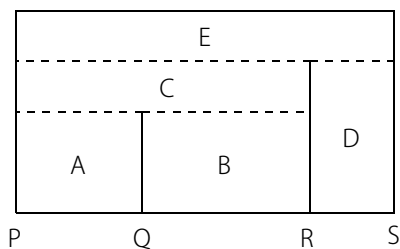
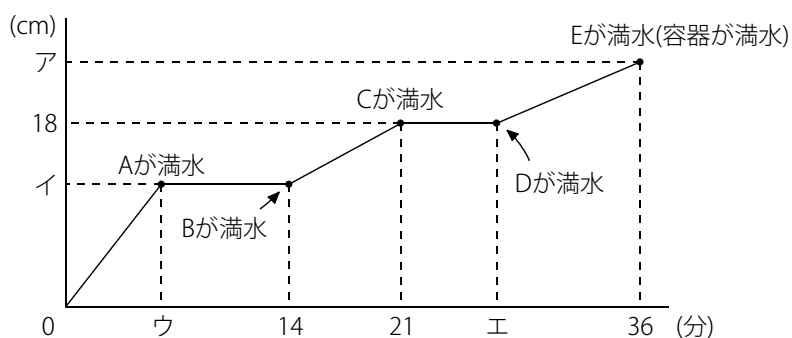


図4



PQ : QR : RS = 3 : 4 : 2 でAとBは仕切りを底面と考えると底面積が等しいので

(Aの体積) : (Bの体積) = PQ : QR = 3 : 4



例題と解説

(Aの体積) : (Bの体積) = 3 : 4 なので (Aが満水になるのにかかる時間) : (Bが満水になるのにかかる時間) = 3 : 4

(AとBをあわせた部分が満水になるのにかかる時間) = 14分 なので

$$ウ = (Aが満水になるのにかかる時間) = 14 \times \frac{3}{3+4} = 6(\text{分})$$

次にイを考えます。

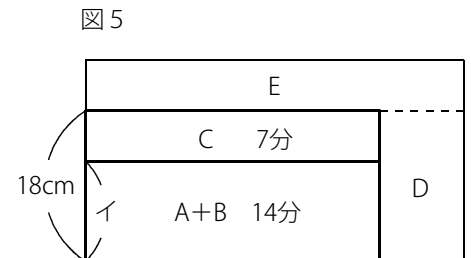
(Cが満水になるのにかかる時間) = 21 - 14 = 7(分) なので

(AとBをあわせた部分が満水になるのにかかる時間) : (Cが満水になるのにかかる時間)

$$= 14 : 7 = 2 : 1 \text{ より } (AとBをあわせた部分の体積) : (Cの体積) = 2 : 1$$

AとBをあわせた部分とCは底面積が等しいので (AとBをあわせた部分の高さ) : (Cの高さ) = 2 : 1

$$\text{よって } イ = 18 \times \frac{2}{2+1} = 12(\text{cm})$$



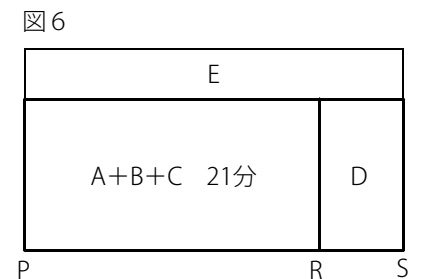
次にエを考えます。

PQ : QR : RS = 3 : 4 : 2 なので PR : RS = 7 : 2 より

(AとBとCをあわせた部分の体積) : (Dの体積) = 7 : 2

$$(Dが満水になるのにかかる時間) = 21 \times \frac{2}{7} = 6(\text{分})$$

$$\text{よって } エ = 21 + 6 = 27(\text{分})$$



(容器全体が満水になるまでにかかる時間) = 36(分)

(AとBとCとDをあわせた部分が満水になるまでにかかる時間) = 27(分)

つまり (AとBとCとDをあわせた部分の体積) : (容器全体の体積) = 27 : 36 = 3 : 4

$$\text{よって } ア = 18 \times \frac{4}{3} = 24(\text{cm})$$





例題と解説

例題6

図1のように直方体の容器に長方形の仕切りが底面に垂直に取り付けられており、A管とB管から同時にそれぞれ毎分一定の量で水を入れ始めます。図2のグラフは水を入れ始めてから容器が満水になるまでの時間と底面Pから水面までの高さを表したものです。ただし仕切りの厚さは考えないものとします。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) A管とB管から1分間に入る水の量の比を求めなさい。
- (2) 底面Pと底面Qの面積比を求めなさい。
- (3) グラフのAにあてはまる数を求めなさい。

図1

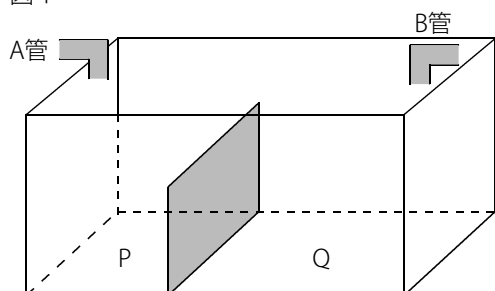
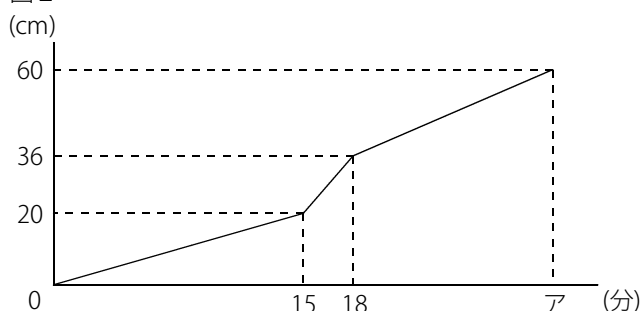


図2



答え (1) 1 : 3 (2) 3 : 5 (3) 30分

[例題6の解説]

- (1) 下図3のように容器を正面から見て S, T, U の3つの部分に分けて考えます。

図3

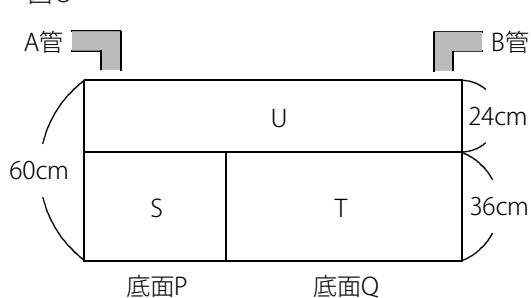
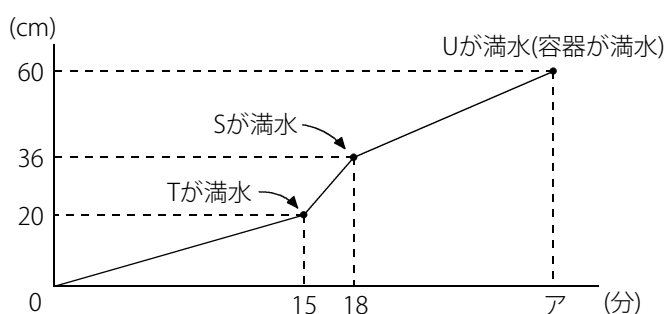


図4

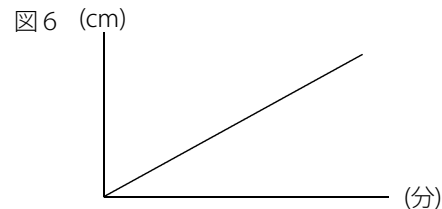
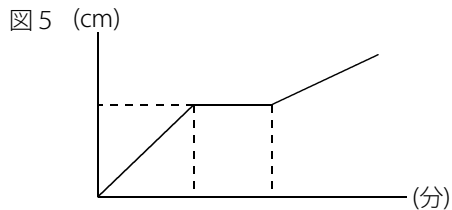


グラフより、Tが満水のと、Sの水の深さは20cmであることがわかります。



例題と解説

※ 先にSが満水になったとすると、SからTに水が流れてこむ間は水面の高さが一定のまま変わらないので
下図5のようなグラフになります。SとTが同時に満水になる場合は下図6のように1本の直線になります。



よって先にTが満水になり、Sに水が流れこんだことがわかります。

水を入れ始めてから15分後に水面の高さが20cmになっているので1分で $20 \div 15 = \frac{4}{3}$ (cm) ずつ水面の高さが上がっています。つまり (A管から1分で入る水の量) = (Pの面積) $\times \frac{4}{3}$

15分後～18分後までの3分間で水面の高さは $36 - 20 = 16$ (cm) 上がっているので1分で $16 \div 3 = \frac{16}{3}$ (cm) ずつ水面の高さが上がっています。

つまり (A管から1分で入る水の量) + (B管から1分で入る水の量) = (Pの面積) $\times \frac{16}{3}$

よって (B管から1分で入る水の量) = (Pの面積) $\times \frac{16}{3} - (Pの面積) \times \frac{4}{3} = (Pの面積) \times \frac{12}{3}$

(A管から1分で入る水の量) : (B管から1分で入る水の量) = (Pの面積) $\times \frac{4}{3} : (Pの面積) \times \frac{12}{3} = \frac{4}{3} : \frac{12}{3} = 1 : 3$



例題と解説

(2) (A管から1分で入る水の量)=①, (B管から1分で入る水の量)=③ とします。

(Tが満水になるのにかかる時間)=15(分) なので (Tの体積)=③×15=④⑤

Sの部分はA管で15分、A管とB管で3分水を入れて満水になっているので

(Sの体積)=①×15+(①+③)×3=②⑦

SとTの高さは等しいので (Pの面積):(Qの面積)=(Sの体積):(Tの体積)=②⑦:④⑤=3:5

(3) (Sの体積)+(Tの体積)=②⑦+④⑤=⑦②

仕切りの高さは36cmで容器の高さは60cmなので

(SとTをあわせた部分の体積):(容器の体積)=36:60=3:5 より (容器の体積)=⑦②× $\frac{5}{3}$ =①②①

1分でA管とB管からあわせて④ずつの水が入るので

ア=(容器が満水になるまでにかかる時間)=①②①÷④=30(分) であることがわかります。

ポイントまとめ

- ・グラフの折れ曲がるときの状態をていねいに読み取りましょう。
- ・容器を部分ごとに分けて体積比に着目しましょう。