中学受験Unit.31-２　5年　速さと比３
通過算と比

例題と解説

例題１

秒速20mの電車が鉄橋を通過し始めてから25秒後に電車の先頭が鉄橋の長さの$\frac{5}{7}$のところまで来ました。

その後、電車は18秒で鉄橋を通過しました。このとき次の問いに答えなさい。

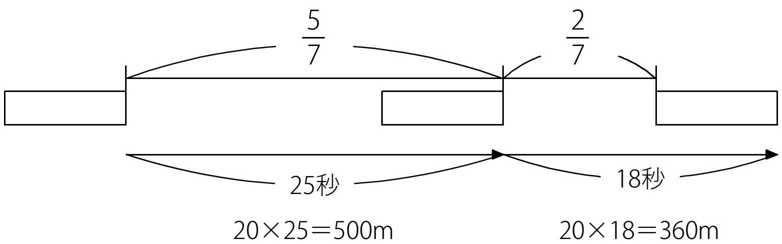
（１）　鉄橋の長さは何mですか。

（２）　電車の長さは何mですか。

<u>答え（１）700m（２）160m</u>

[例題１の解説]

（１）　線分図で表すと下図のようになります。



20×25＝500(m) が鉄橋の長さの$\frac{5}{7}$にあたるので (鉄橋の長さ)＝500÷$\frac{5}{7}$＝700(m)

※ 実際の値を割合で割ると１、つまり「もとになる数」を求めることができます。

(鉄橋の長さ)×$\frac{5}{7}$＝500(m) という式からも 500÷$\frac{5}{7}$ で鉄橋の長さを求められることがわかります。

（２）　(鉄橋と電車の合計の長さ)＝500＋360＝860(m) なので (電車の長さ)＝860－700＝160(m)

中学受験Unit.31-２　5年　速さと比３
通過算と比

例題と解説

例題２

ある電車は600mの鉄橋を通過するのに48秒かかり、960mのトンネルを通過するときに完全にかくれている時間は56秒でした。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　電車の速さは時速何kmですか。

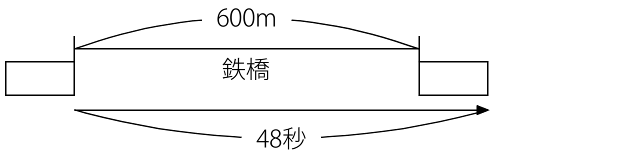
（２）　電車の長さは何mですか。

答え（１）時速54km（２）120m

[例題２の解説]

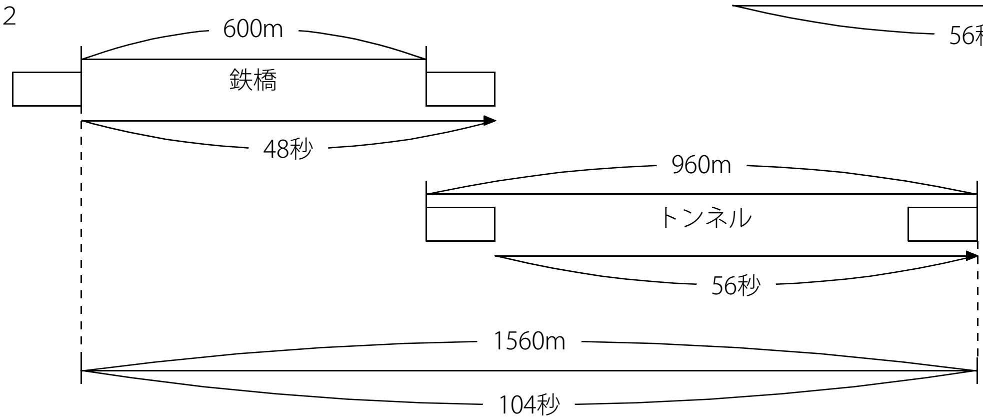
（１）　線分図で表すと右図１のようになります。

図１



このままではわかりづらいので下図２のように線分図を横にずらして考えます。

図２



上図より電車は 600＋960＝1560(m) 進むのに 48＋56＝104(秒) かかることがわかります。

よって (電車の秒速)＝1560÷104＝(秒速)15(m)

求めたいのは時速なので (電車の時速)＝15×60×60＝(時速)54000(m)＝(時速)54(km)

(別解)

(電車の秒速)＝①(m) とします。

600mの鉄橋を通過するのに48秒かかるので　　600＋(電車の長さ)＝㊽　…式１

960mのトンネルにかくれているのは56秒なので　　960－(電車の長さ)＝㊿　…式２

式１＋式２ より (電車の長さ) が消えて 600＋960＝㊽＋56 となります。

つまり 1560＝104 より ①＝1560÷104＝15(m) であることがわかります。

秒速15mなので 15×60×60＝(時速)54000(m)＝(時速)54(km)

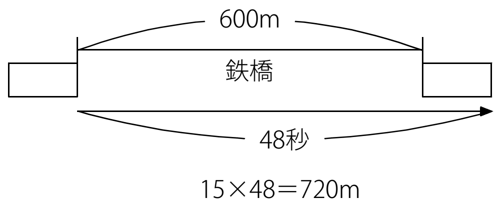
※ (電車の長さ) のような文字を使って式で整理するとわかりやすくなります。

（２）　600mの鉄橋を通過するのに48秒かかるので

右図３のようになります。

よって (電車の長さ)＝15×48－600＝120(m)

図３



例題３

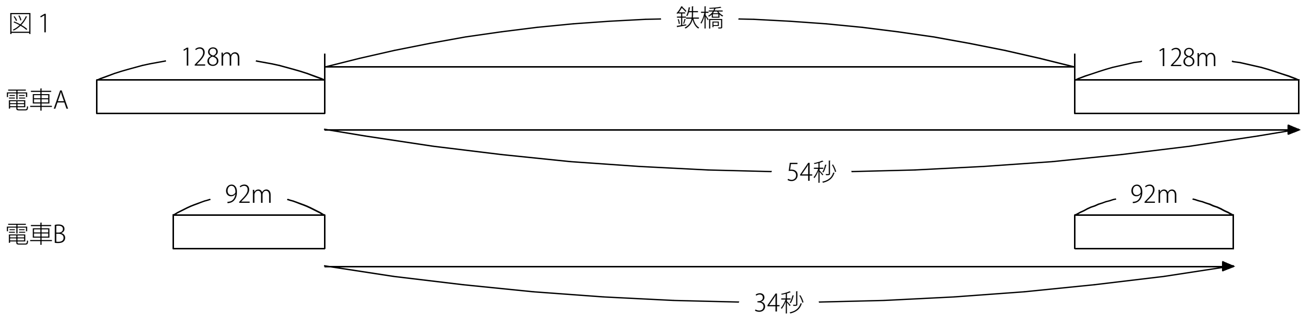
長さ128mの電車Aがある鉄橋を通過するのにかかる時間は54秒です。長さ92mの電車Bがこの鉄橋を通過するのにかかる時間は34秒です。電車Bの速さは電車Aの速さの1.5倍です。電車Aの速さは秒速何mですか。

答え (秒速)12(m)

[例題３の解説]

線分図で表すと下図１のようになります。

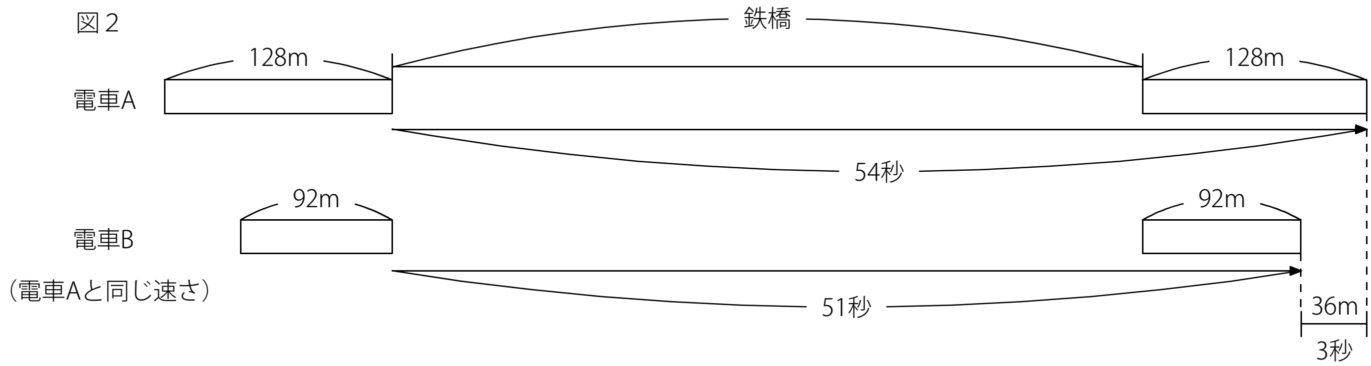
図１



電車Bは電車Aの速さの1.5倍です。仮に電車Aと同じ速さなら速さが $\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3}$(倍) になり鉄橋を通過するのにかかる時間は

逆比の $\frac{3}{2}$＝1.5(倍) の 34×1.5＝51(秒) となります。このとき下図２のようになります。

図２



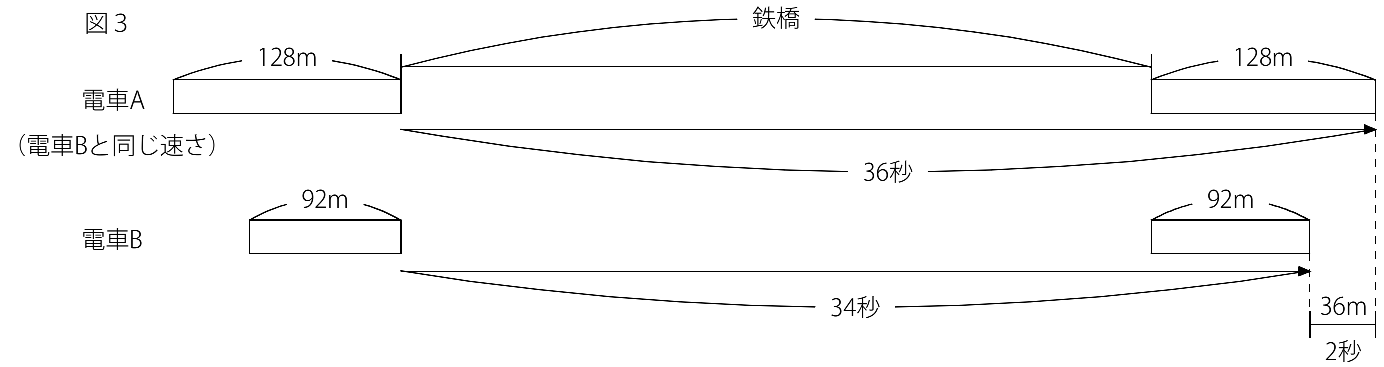
差に着目すると 128－92＝36(m) は電車Aの速さで3秒にあたることがわかります。

よって (電車Aの秒速)＝36÷3＝(秒速)12(m)

(別解)

仮に電車Aの速さが電車Bの速さと同じであれば、速さが $1.5=\frac{3}{2}$(倍) になり鉄橋を通過するのにかかる時間は

逆比の$\frac{2}{3}$倍になるので $54\times\frac{2}{3}=36$(秒) となります。このとき下図３のようになります。



差に着目すると 128－92＝36(m) は電車Bの速さで2秒にあたることがわかります。(電車Bの秒速)＝36÷2＝(秒速)18(m)
よって (電車Aの秒速)＝18÷1.5＝(秒速)12(m)

※ 通過算では線分図を書くときに「どこをそろえるか」「どの部分に情報を書き入れるか」が重要です。
慣れるまではいろいろな線分図を自分の手で書いてみるようにしましょう。

※ 速さが2倍になればかかる時間は$\frac{1}{2}$になります。速さが3倍になればかかる時間は$\frac{1}{3}$になります。
同じように速さが○倍になれば、かかる時間は$\frac{1}{○}$倍になります。

例題と解説

例題４

電車Aと電車Bの長さの比は ２：３ で、速さの比は ４：５ です。電車Aは線路の横に立っている電柱の前を通過するのに7.5秒かかります。また電車Bは1920mの鉄橋を通過するのに73秒かかります。このとき次の問いに答えなさい。

（１） 電車Bの速さは秒速何mですか。

（２） 電車Aの長さは何mですか。

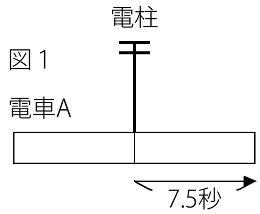
答え（１）秒速30m（２）180m

[例題４の解説]

（１） 電車Aは電柱を通過するのに7.5秒かかります。

つまり右図１のように**電車Aは自分自身の長さを進むのに7.5秒かかる**ことがわかります。

電車Bは自分自身の長さを進む(電柱を通過する)のに何秒かかるのでしょうか。



ここで「 長さの比 ２：３ 」と「 速さの比 ４：５ 」に着目します。

仮に (電車Aの長さ)＝200(m)，(電車Bの長さ)＝300(m) とします。

また (電車Aの速さ)＝(秒速)40(m)，(電車Bの速さ)＝(秒速)50(m) とします。

このとき

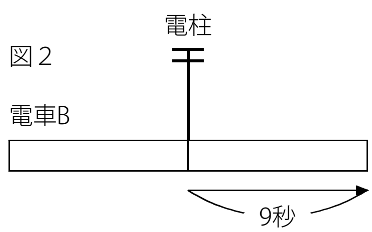
電車Aが電柱を通過するのにかかる時間は 200÷40＝5(秒)

電車Bが電柱を通過するのにかかる時間は 300÷50＝6(秒)

よって電柱を通過するのにかかる時間の比は ５：６ であることがわかります。

実際に電車Bが電柱を通過するのにかかる時間を○秒とすると ５：６＝7.5秒：○秒 なので

$○=7.5\times\frac{6}{5}=9$(秒)



電車Bは電柱を通過するのに9秒かかるので右図２のようになります。

電車Bは自分自身の長さを進むのに9秒かかるということです。

例題と解説

次に電車Bが鉄橋を通過する線分図を考えます。下図３のようになります。

図３

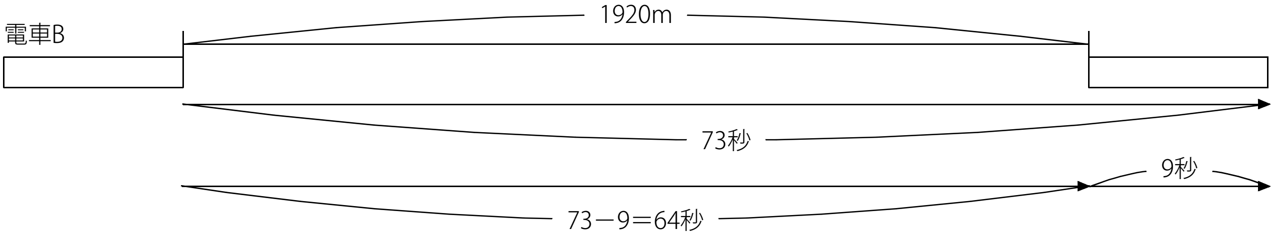


図２より電車Bは自分の長さを進むのに9秒かかるので、1920mを進むのに 73－9＝64(秒) かかることがわかります。よって (電車Bの秒速)＝1920÷64＝(秒速)30(m)

（２）　(電車Bの長さ)＝30×9＝270(m) なので (電車Aの長さ)＝270×$\frac{2}{3}$＝180(m)

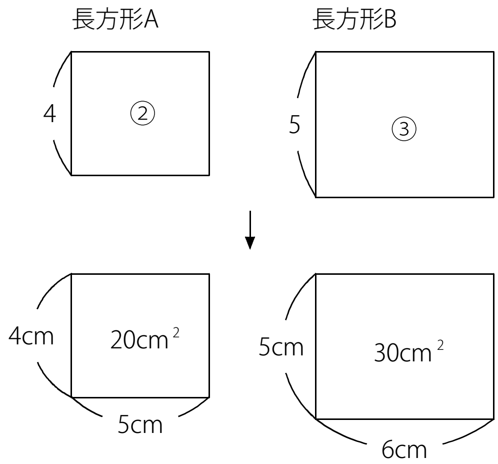
※「比を比で割る」という計算について整理しておきます。

(例題)　長方形Aと長方形Bの面積比が 2：3 で縦の長さの比は 4：5 です。横の長さの比を求めなさい。

右図のようになります。

よって横の長さの比は $\frac{2}{4}:\frac{3}{5}=5:6$

面積を20cm²と30cm²，縦の長さを4cm，5cm という風に実際の数で考えるとわかりやすくなります。



例題と解説

例題５

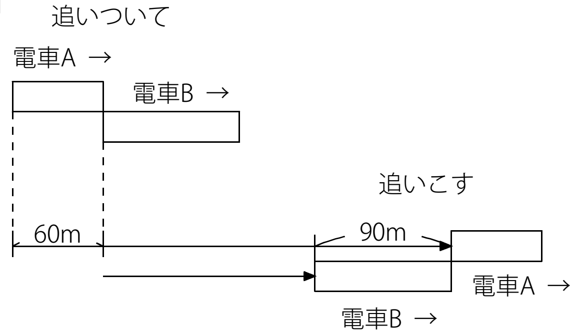
長さ60mの電車Aと長さ90mの電車Bと長さ135mの電車Cが平行に走っています。電車Aが電車Bに追いついてから追いこすまでに50秒かかり、電車Cが電車Bに追いついてから追いこすまでに30秒かかります。
電車Aと電車Cの速さの比が 3：4 のとき電車Cの速さは時速何kmですか。

答え 時速64.8km

[例題５の解説]

電車Aは電車Bに追いついてから追いこすまでに50秒かかります。
線分図で表せば右図１のようになります。
このとき電車Aは電車Bよりも (長さの和)＝60＋90＝150(m) だけ多く進んでいます。50秒で150m多く進むので電車Aは電車Bよりも1秒で 150÷50＝3(m) 多く進みます。
つまり **(電車Aの秒速)＝(電車Bの秒速)＋3** となります。

図１

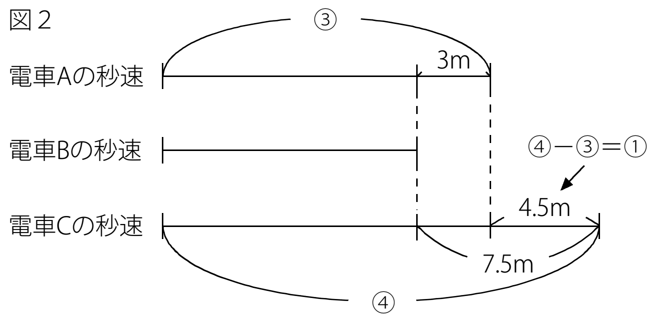


また電車Cは電車Bに追いついてから追いこすまでに30秒かかります。
電車Cは電車Bよりも30秒で 90＋135＝225(m) 多く進むということなので1秒で 225÷30＝7.5(m) 多く進みます。
つまり **(電車Cの秒速)＝(電車Bの秒速)＋7.5** となります。

3つの電車の秒速の関係を線分図で表すと右図２のようになります。
(電車Aの秒速)＝③，(電車Cの秒速)＝④ とすると
7.5－3＝4.5 が ④－③＝① にあたることがわかります。

よって (電車Cの秒速)＝4.5×4＝(秒速)18(m)
18×60×60＝(時速)64800(m)＝(時速)64.8(km)

図２



例題と解説

例題６

A君は線路に沿った道を分速80mで歩いています。A君は17分ごとに運行している電車と15分ごとにすれちがいます。
この電車の速さは時速何kmですか。

答え 時速36km

[例題６の解説]

電車は17分ごとに運行しているので、電車と電車は
電車の速さで17分の距離だけ離れています。
ある電車とすれちがったときの様子は右図１の
ようになります。

図１

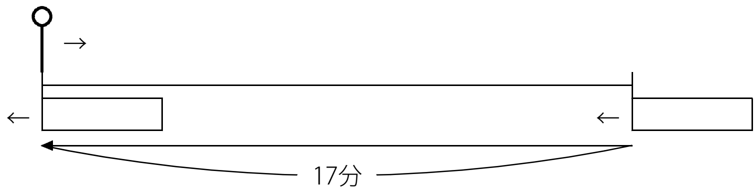
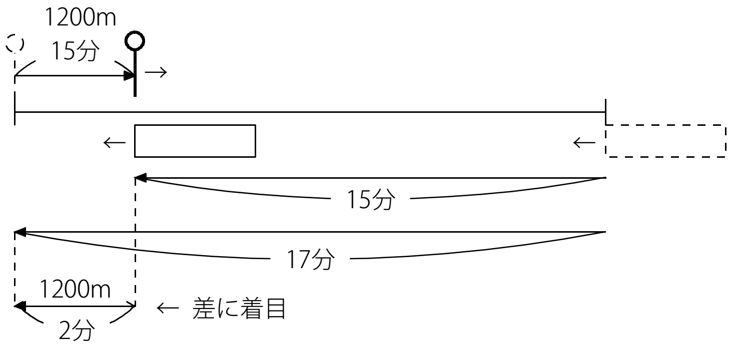


図１の15分後に再び電車とすれちがうので
A君は 80×15＝1200(m) 進んで図２のようになります。

図２で差に着目するとA君が歩いた1200mの距離を
電車は 17－15＝2(分) で進むことがわかります。
よって (電車の分速)＝1200÷2＝600(m)

図２



(電車の時速)＝600×60＝(時速)36000(m)＝(時速)36(km)

※「線分図を書く」→「差に着目する」という手順が速さの問題では定番の解法です。

※ この問題では電車の長さを考える必要はありません。

例題と解説

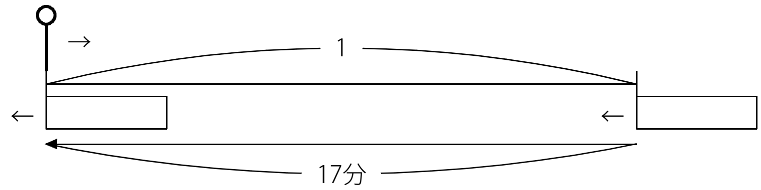
(別解)

右図３のように電車の間の距離を1として考えます。

電車は1の距離を進むのに17分かかるので

(電車の分速)＝$1 \div 17 = \frac{1}{17}$　…式１

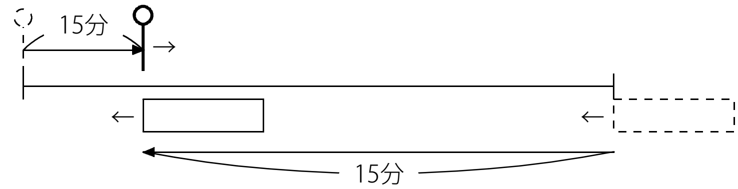
図３



また図４のようにA君と電車は15分で合わせて1進むので

(電車の分速)＋(A君の分速)＝$1 \div 15 = \frac{1}{15}$　…式２

図４



式２ー式１ より (電車の分速) が消えて (A君の分速)＝$\frac{1}{15} - \frac{1}{17} = \frac{2}{255}$ ← 分速80m

80mが$\frac{2}{255}$にあたるので１は $80 \div \frac{2}{255} = 10200$(m)

10200mを電車は17分で進むので (電車の分速)＝10200÷17＝600(m)

よって (電車の時速)＝600×60＝(時速)36000(m)＝(時速)36(km)

例題と解説

例題７

同じ速さで進む電車が上り下りともに同じ間隔（かんかく）で走っています。また線路と平行な道をA君は自転車で時速15kmの速さで走っています。このときA君は上り電車に12分ごとに追いこされ、下り電車と6分ごとにすれちがいます。
このとき次の問いに答えなさい。ただし電車と自転車の長さは考えないものとします。

（１）　電車の速さは時速何kmですか。

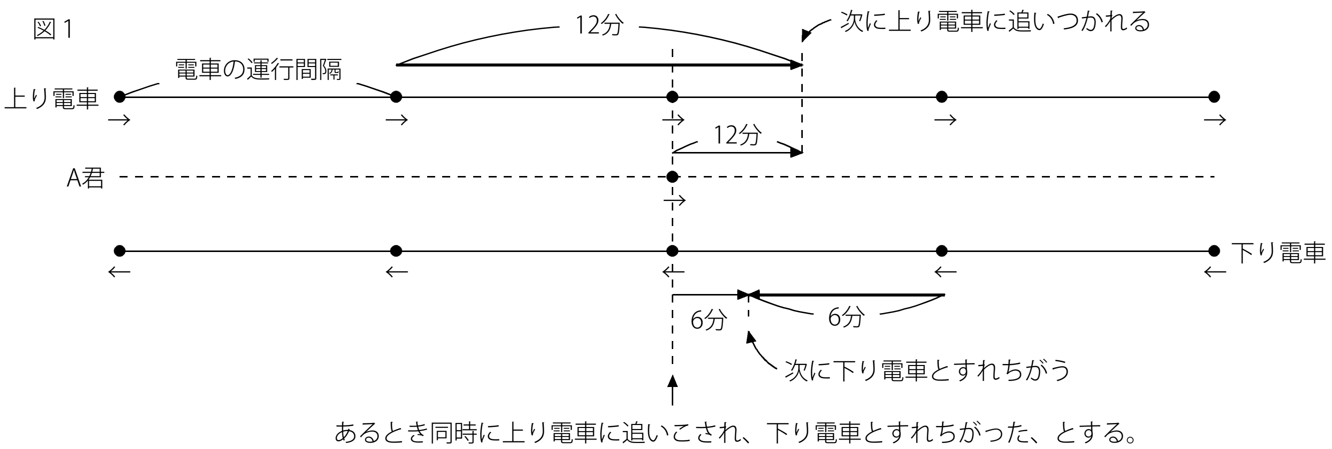
（２）　電車は何分ごとに運行していますか。

答え（１）時速45km（２）8分

[例題７の解説]

（１）　A君と上り電車と下り電車の3つが動いています。
わかりやすくするために、A君があるとき同時に上り電車に追いこされ、下り電車とすれちがったと考えます。
電車と自転車の長さは考えないので、下図１のようになります。

図１

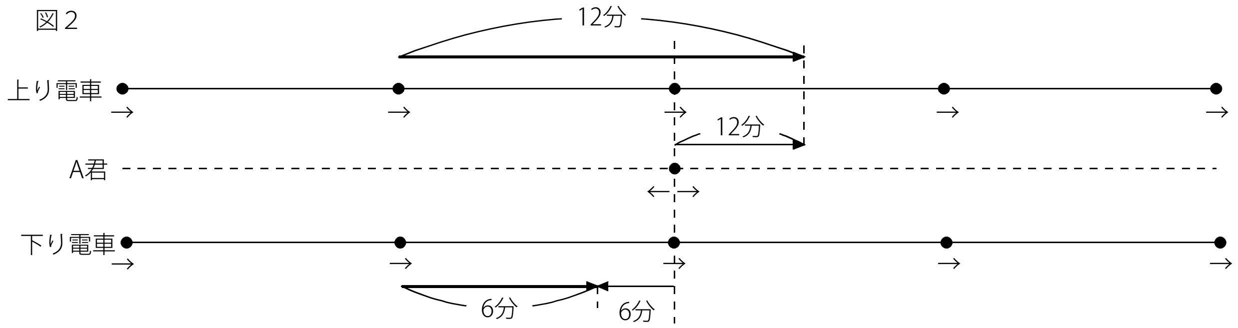


上図１はイメージしやすいように次々とやってくる電車も含めて表しています。
ただしこのままではまだ考えづらいので、下り電車を上り電車を同じ方向に動かします。
つまり上図１の下り電車の線分図を左右逆にします。

例題と解説

このとき下図２のようになります。※A君は左右両方に進んでいるようなイメージです。

図２



では図２をより簡単な線分図にします。

12分は$\frac{1}{5}$時間なのでA君は $15\times\frac{1}{5}=3$(km) 進みます。

また6分は$\frac{1}{10}$時間なのでA君は $15\times\frac{1}{10}=1.5$(km) 進みます。

このとき右図３のようになります。

図３

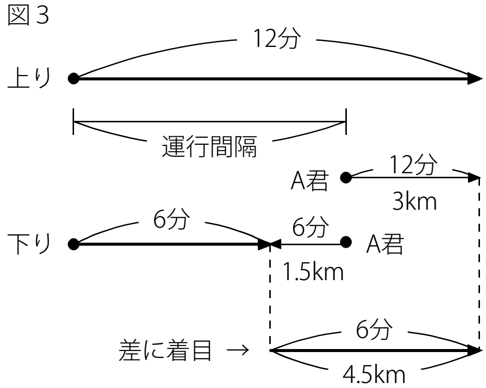


図３で差に着目すると電車は 12－6＝6(分) で 1.5＋3＝4.5(km) 進んでいることがわかります。

よって (電車の分速)＝4.5÷6＝(分速)0.75(km) なので (電車の時速)＝0.75×60＝(時速)45(km) となります。

（２）　運行間隔の距離(電車と電車の距離)は下り電車6分とA君6分をあわせた距離になっています。

(運行間隔の距離)$=45\times\frac{1}{10}+15\times\frac{1}{10}=6$(km)

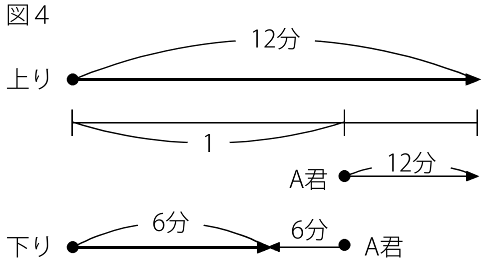
よって電車は $6\div45=\frac{2}{15}$(時間)，つまり $60\times\frac{2}{15}=8$(分) ごとに運行していることがわかります。

例題と解説

(別解1)

(電車の運行間隔の距離)＝1 と考えます。

図４



A君は12分で上り電車に追いつかれるので

(電車の分速)－(A君の分速)＝$1\div12=\frac{1}{12}$　…式１

A君は6分で下り電車とすれちがうので

(電車の分速)＋(A君の分速)＝$1\div6=\frac{1}{6}$　…式２

式１＋式２ より (A君の分速) が消えて (電車の分速)×2＝$\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$

よって (電車の分速)＝$\frac{1}{4}\div2=\frac{1}{8}$

(電車の運行間隔の距離)＝1 なので電車は $1\div\frac{1}{8}$＝8(分) ごとに運行していることがわかります。

また式１の (電車の分速) を$\frac{1}{8}$に置きかえると $\frac{1}{8}$－(A君の分速)＝$\frac{1}{12}$ より (A君の分速)＝$\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{1}{24}$

(電車の速さ)：(A君の速さ)＝$\frac{1}{8}:\frac{1}{24}$＝3：1 なので電車はA君の3倍の速さであることがわかります。

よって (電車の時速)＝15×3＝(時速)45(km)

※ 図４でA君が18分かかる距離を電車は6分で進むので、電車はA君の3倍の速さであると考えてもかまいません。

※ わからない数を１として比を利用する考え方に慣れましょう。
　分数でも考え方は整数の場合と変わりません。

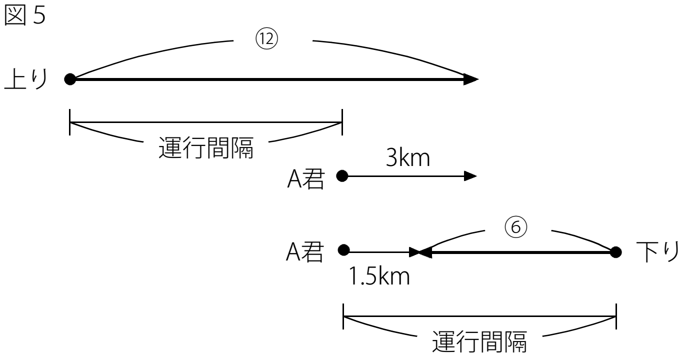
(別解2)

(電車の分速)＝① とします。

A君は12分で $15\times\frac{1}{5}$＝3(km)，6分で $15\times\frac{1}{10}$＝1.5(km) 進みます。

このとき右図５のようになります。

図５



上り電車の場合は (運行間隔)＝⑫－3(km)

下り電車の場合は (運行間隔)＝⑥＋1.5(km)

⑫－3＝⑥＋1.5 より ⑥＝4.5(km)

よって (電車の分速)＝①＝4.5÷6＝0.75(km)

(電車の時速)＝0.75×60＝(時速)45(km)

(運行間隔)＝⑫－3＝0.75×12－3＝6(km) なので

6÷45＝$\frac{2}{15}$(時間)＝8(分) ごとに運行していることがわかります。

中学受験Unit.31-２　5年　速さと比３
通過算と比

例題と解説

ポイントまとめ

・(電車の長さ) のような文字を使って式で整理するとわかりやすくなります。

・通過算では線分図を書くときに「どこをそろえるか」「どの部分に情報を書き入れるか」が重要です。

・速さが2倍になればかかる時間は$\frac{1}{2}$になります。速さが3倍になればかかる時間は$\frac{1}{3}$になります。
同じように速さが○倍になれば、かかる時間は$\frac{1}{○}$倍になります。

・(電車が電柱を通過するのにかかる時間)＝(自分の長さを進むのにかかる時間)

・「線分図を書く」→「差に着目する」という手順が速さの問題では定番の解法です。

・流水算と同様に線分図の書き方(コツ)をつかむことが重要です。