



例題と解説

例題 1

池の周りの同じ地点からA君とB君は同じ向きに、C君は反対向きに同時に出発したところ、A君はB君を36分ごとに追いつき、C君と9分ごとに会いました。B君とC君は何分ごとに会いますか。

答え 12分

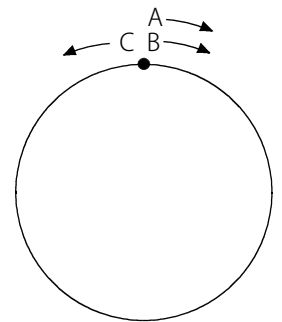
[例題 1 の解説]

(1周の距離)=1 とします。

A君はB君を36分ごとに追いつきます。

つまり36分でA君はB君より1周多く進むので $(A君の分速) - (B君の分速) = 1 \div 36 = \frac{1}{36}$

A君とC君は9分ごとに会うので $(A君の分速) + (C君の分速) = 1 \div 9 = \frac{1}{9}$



整理すると

$$(A君の分速) - (B君の分速) = \frac{1}{36} \quad \dots \text{式1}$$

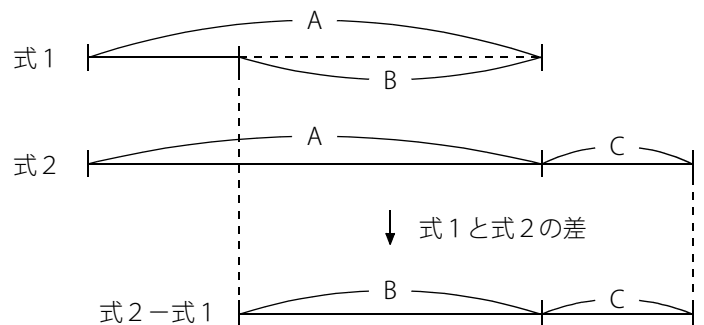
$$(A君の分速) + (C君の分速) = \frac{1}{9} \quad \dots \text{式2}$$

線分図で表すと右図のような関係になります。

$$\text{式2} - \text{式1} = (B君の分速) + (C君の分速) = \frac{1}{9} - \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$$

$(B君の分速) + (C君の分速) = \frac{1}{12}$ なので $1 \div \frac{1}{12} = 12$ (分) よりB君とC君は12分で会うことがわかります。

※ 3人それぞれの速さを決定することはできません。





(別解)

A君はB君を36分ごとに追いつき、C君と9分ごとに会うので、1周の距離を36と9の最小公倍数の36mとします。

(1周の距離)=36(m)

36分でA君はB君より1周多く進むので (A君の分速)-(B君の分速)= $36 \div 36 = 1$ (m)

A君とC君は9分ごとに会うので (A君の分速)+(C君の分速)= $36 \div 9 = 4$ (m)

整理すると

(A君の分速)-(B君の分速)=1(m) …式1

(A君の分速)+(C君の分速)=4(m) …式2

式2 - 式1 = (B君の分速)+(C君の分速)= $4 - 1 = 3$ (m)

$36 \div 3 = 12$ (分) よりB君とC君は12分で会うことがわかります。

※ 3人それぞれの速さを決定することはできません。

例えば次のような場合などが考えられます。

(A君)=分速3m , (B君)=分速2m , (C君)=分速1m

(A君)=分速2m , (B君)=分速1m , (C君)=分速2m

(A君)=分速3.5m , (B君)=分速2.5m , (C君)=分速0.5m



例題2

池の周りの同じ地点からA君とB君が反対向きに同時に出発したところ、2人は9分後に会いました。そこで、B君が速さを3倍にしたところ、2人はその6分後に再び会いました。A君は1周するのに何分かかりますか。

答え 12分

[例題2の解説]

(1周の距離)=1 とします。

$$2\text{人は}9\text{分後に会うので (A君の分速)}+(B君の分速)=1\div 9=\frac{1}{9}$$

$$B\text{君が速さを}3\text{倍にしたところ、}2\text{人はその}6\text{分後に再び会うので (A君の分速)}+(B君の分速)\times 3=1\div 6=\frac{1}{6}$$

整理すると

$$(A\text{君の分速})+(B\text{君の分速})=\frac{1}{9} \quad \dots\text{式}1$$

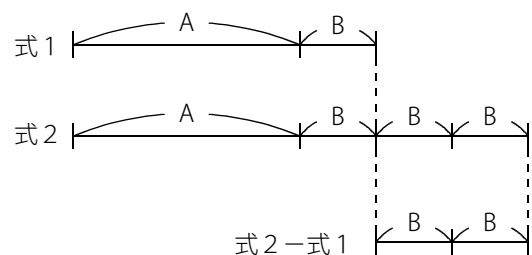
$$(A\text{君の分速})+(B\text{君の分速})\times 3=\frac{1}{6} \quad \dots\text{式}2$$

$$\text{式}2-\text{式}1=(B\text{君の分速})\times 2=\frac{1}{6}-\frac{1}{9}=\frac{1}{18}$$

$$(B\text{君の分速})\times 2=\frac{1}{18} \text{ より } (B\text{君の分速})=\frac{1}{18}\div 2=\frac{1}{36}$$

$$(A\text{君の分速})+(B\text{君の分速})=\frac{1}{9} \text{ より } (A\text{君の分速})=\frac{1}{9}-\frac{1}{36}=\frac{1}{12}$$

よってA君は1周するのに $1\div\frac{1}{12}=12(\text{分})$ かかることがわかります。





例題3

A君がP地点を出発してQ地点に向かいます。A君が出発してから9分後にB君がQ地点を出発してP地点に向かったところ、2人はP地点から1.2kmのところですれちがいました。PQ間を進むのにA君は36分、B君は45分かかるとするとPQ間の距離は何kmですか。

答え 1.8km

[例題3の解説]

(PQ間の距離)=1 として1.2kmがPQ間のどれだけにあたるかを求めます。

PQ間を進むのに

A君は36分かかるので (A君の分速) $=1 \div 36 = \frac{1}{36}$, B君は45分かかるので (B君の分速) $=1 \div 45 = \frac{1}{45}$

A君が先に出発して9分進みます。

A君は9分で $\frac{1}{36} \times 9 = \frac{1}{4}$ 進むので右図1のようになります。

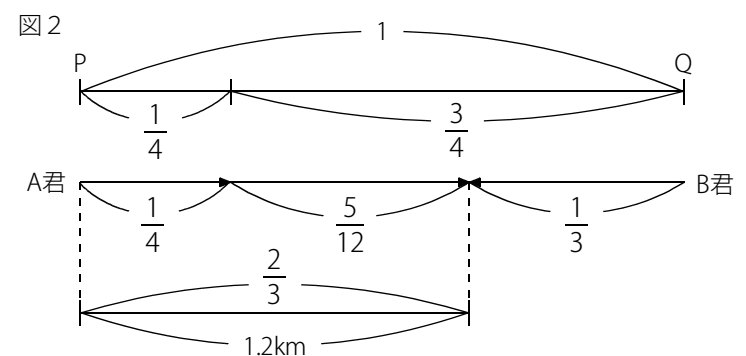
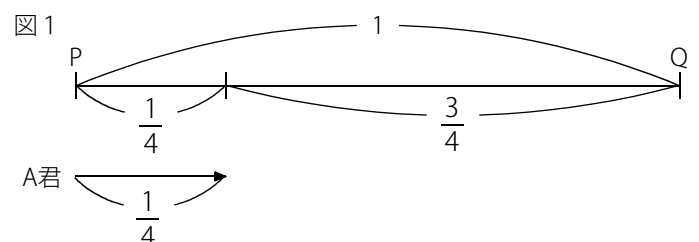
このとき2人の間の距離は $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

この後、2人が出会うまでにかかる時間は $\frac{3}{4} \div \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{45} \right) = 15$ (分)

A君は15分で $\frac{1}{36} \times 15 = \frac{5}{12}$ 進みます。

A君は出会うまでにあわせて $\frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{2}{3}$ 進んでいます。

PQ間の $\frac{2}{3}$ が1.2kmなので (PQ間の距離) $=1.2 \div \frac{2}{3} = 1.8$ (km)





(別解)

PQ間を進むのにA君は36分、B君は45分かかるので (A君の速さ) : (B君の速さ) = 45 : 36 = 5 : 4

ここで (A君の分速) = ⑤, (B君の分速) = ④ とします。

このとき (PQ間の距離) = ⑤ × 36 = ①80

A君が先に出発して9分進むので、そのとき進む距離は ⑤ × 9 = ④5

このときA君とB君の間の距離は ①80 - ④5 = ①35

この後、2人が出会うまでにかかる時間は ①35 ÷ (⑤ + ④) = 15(分)

A君は出会うまでにあわせて 9 + 15 = 24(分) 進みます。

(A君の進んだ距離) = ⑤ × 24 = ①20 ← 1200m

① = 1200 ÷ 120 = 10(m)

よって (PQ間の距離) = ①80 = 10 × 180 = 1800(m) = 1.8(km)



例題4

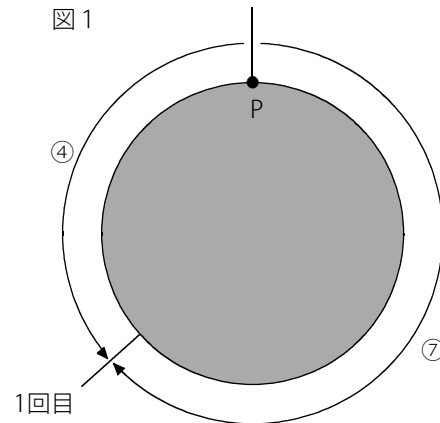
池の周りのP地点からA君は時計回りに、B君は反時計回りに同時に出発したところ、2人が2回目に出会ったのは、P地点から時計回りに180mの地点でした。この池の周りの長さは何mですか。ただしA君とB君の速さの比は 7 : 4 です。

答え 660m

[例題4の解説]

A君とB君の速さの比は 7 : 4 なので1回目に出会うまでに
(A君が進んだ距離)=⑦, (B君が進んだ距離)=④ とすると
右図1のようになります。

このとき (1周の距離)=⑦+④=⑪



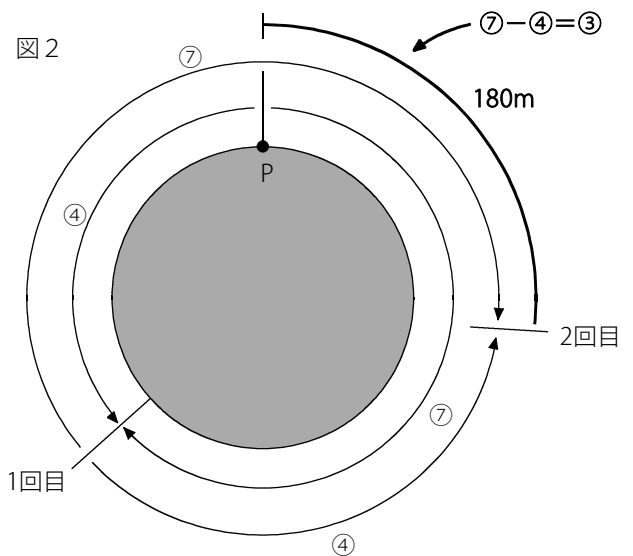
次に2回目に出会ったときは右図2のようになります。

1回目に出会った地点からA君は7進みます。

このとき2回目に出会ったのはP地点から時計回りに ⑦-④=③
の地点になります。

この ③=180(m) なので ①=180÷3=60(m)

よって (1周の距離)=⑪=60×11=660(m)



※ 2回目出会うまでにA君は ⑦×2=⑭ 進みます。

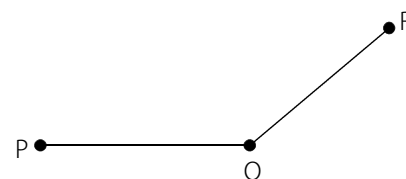
よって2回目出会う地点は ⑭-①=⑬ よりP地点から時計回りに③ずれたところとなります。



例題と解説

例題5

右図のような P, Q, R の3つの地点があります。P地点からQ地点までは平地で、Q地点からR地点までは上りになっています。P地点から出発してPR間を往復したところ、行きは38分、帰りは30分かかりました。PQ間は何mですか。ただし平地は分速60m, 上りは分速45m, 下りは分速75mで歩くものとします。



答え 1080m

[例題5の解説]

情報を整理すると右図1のようになります。

行きも帰りもPQ間は同じ分速60mです。

つまり行きも帰りにもPQ間にかかる時間は同じです。

行きは38分、帰りは30分なので差の $38 - 30 = 8$ (分) は

QR間を上ったときにかかる時間と下ったときにかかる時間の差です。

$(\text{QR間の上りにかかる時間}) - (\text{QR間の下りにかかる時間}) = 8(\text{分})$

(上りの速さ) : (下りの速さ) = $45 : 75 = 3 : 5$ なので、かかる時間の比は逆比の $5 : 3$

$(\text{QR間の上りにかかる時間}) : (\text{QR間の下りにかかる時間}) = 5 : 3$

ここで

$(\text{QR間の上りにかかる時間}) = ⑤$, $(\text{QR間の下りにかかる時間}) = ③$ とします。

$(\text{QR間の上りにかかる時間}) - (\text{QR間の下りにかかる時間}) = ② \leftarrow 8\text{分}$

$① = 8 \div 2 = 4(\text{分})$, $(\text{QR間の上りにかかる時間}) = ⑤ = 4 \times 5 = 20(\text{分})$

よって $(\text{PQ間にかかる時間}) = 38 - 20 = 18(\text{分})$ より $(\text{PQ間の距離}) = 60 \times 18 = 1080(\text{m})$

※ 平地と坂道がある問題では「時間の差」が発生する坂道部分で速さと時間の逆比の関係を利用しましょう。

図1

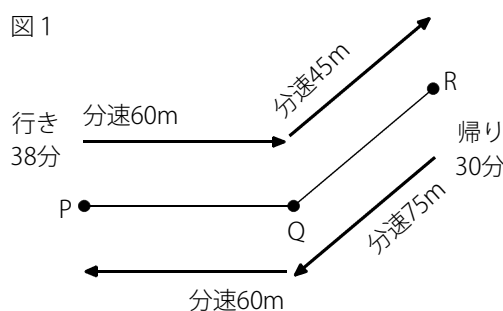
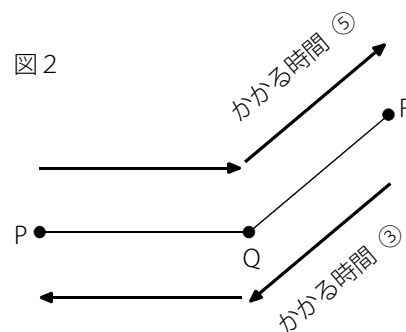


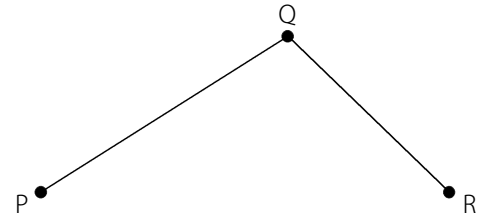
図2





例題6

右図のような P, Q, R の3つの地点があります。P地点からQ地点までは上りで、Q地点からR地点までは下りになっています。P地点から出発してPR間を往復したところ、行きは7時間半、帰りは7時間5分かかりました。PQ間は何kmですか。ただし、上りは分速20m、下りは分速30mで歩くものとします。



答え 6km

[例題6の解説]

上りは下りよりも遅いので、上の距離が長い方が時間が多くかかります。

行きと帰りでは行きの方が $7(\text{時間})30(\text{分}) - 7(\text{時間})5(\text{分}) = 25(\text{分})$ 多くかかっています。

$(\text{行きにかかった時間}) - (\text{帰りにかかった時間}) = 25(\text{分})$

よってPQ間の方がQR間よりも長いことがわかります。

ここでPQ間とQR間の長さを差をわかりやすくするために

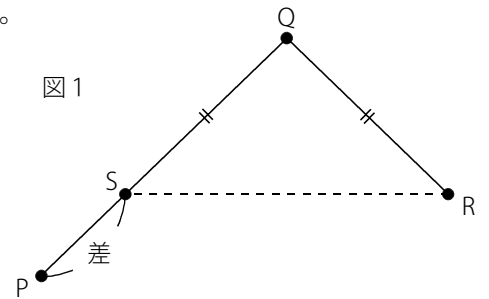
PQRを右図1のように表すことにします。

$SQ = QR$ とすると $(\text{PQ間とQR間の距離の差}) = PS$ となります。

SQを上ってQRを下るまでにかかる時間とRQを上ってQSを下るまでにかかる時間は同じなので

差の25分はPS間を上るのにかかる時間と下るのにかかる時間の差であることがわかります。

図1



$(\text{上りの速さ}) : (\text{下りの速さ}) = 20 : 30 = 2 : 3$ なので、かかる時間の比は逆比の $3 : 2$

$(\text{PS間の上りにかかる時間}) : (\text{PS間の下りにかかる時間}) = 3 : 2$

ここで

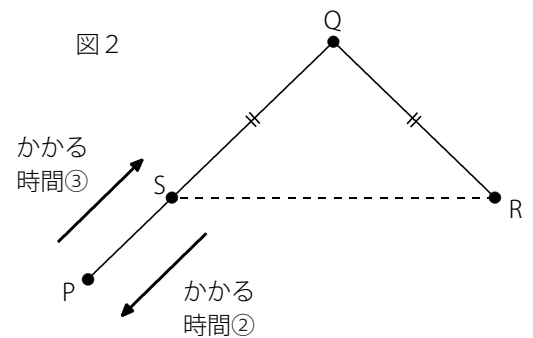
$(\text{PS間の上りにかかる時間}) = ③$, $(\text{PS間の下りにかかる時間}) = ②$ とします。

$(\text{PS間の上りにかかる時間}) - (\text{PS間の下りにかかる時間}) = ③ - ② = ① \leftarrow 25\text{分}$

$(\text{PS間の上りにかかる時間}) = ③ = 25 \times 3 = 75(\text{分})$ なので

$(\text{PS間の距離}) = 20 \times 75 = 1500(\text{m})$

図2





例題と解説

行きにかかる時間は全部で7時間30分なので450分

(PS間の上りにかかる時間)=75(分) なので

(SQ間の上りにかかる時間)+(QR間の下りにかかる時間)=450-75=375(分)

SQ=QR なので

(SQ間の上りにかかる時間):(QR間の下りにかかる時間)=3:2

375分を 3:2 に比例配分します。

(SQ間の上りにかかる時間) $=375 \times \frac{3}{3+2} = 225$ (分) , (QR間の下りにかかる時間) $=375 - 225 = 150$ (分)

よって (SQ間の距離) $=20 \times 225 = 4500$ (m)

※ (QR間の距離) $=30 \times 150 = 4500$ (m) なので SQ=QR であることが確認できます。

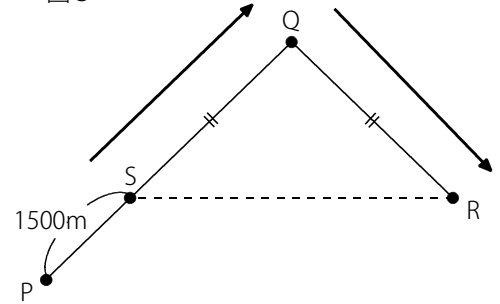
(PS間の距離) $=20 \times 75 = 1500$ (m) なので

(PQ間の距離) $=$ (PS間の距離) $+$ (SQ間の距離) $=1500 + 4500 = 6000$ (m) $=6$ (km)

※ 図1のように山を上り下りする問題では上りと下りの距離の差がわかるような図を描きましょう。

※ 上りと下りの距離の差の部分で発生する時間の差に着目しましょう。

図3





ポイントまとめ

- 平地と坂道がある問題では「時間の差」が発生する坂道部分で速さと時間の逆比の関係を利用しましょう。
- 山を上り下りする問題では上りと下りの距離の差がわかるような図を描きましょう。
- 上りと下りの距離の差の部分で発生する時間の差に着目しましょう。