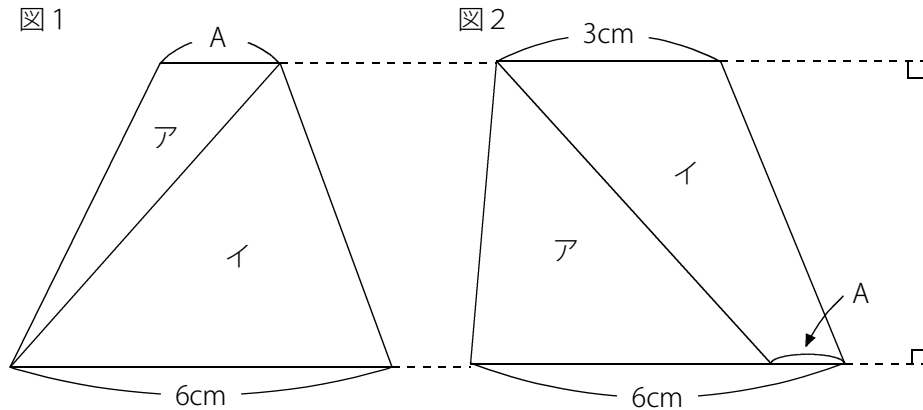




例題と解説

例題1

下図の図1、図2は台形です。次の問いに答えなさい。



- (1) 図1でイの面積はアの面積の3倍です。Aの長さは何cmですか。
- (2) 図2でアとイの面積は同じです。Aの長さは何cmですか。
- (3) 図1の台形の面積は図2の台形の面積の何倍ですか。

答え (1) 2cm (2) 1.5cm (3) $\frac{8}{9}$ 倍

[例題1の解説]

面積の求め方を確認しておきます。

(三角形の面積) = 底辺 × 高さ ÷ 2

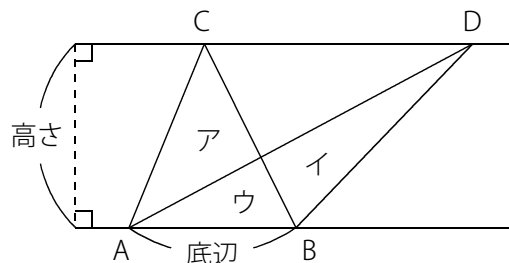
(長方形の面積) = たて × 横

(正方形の面積) = 一辺 × 一辺

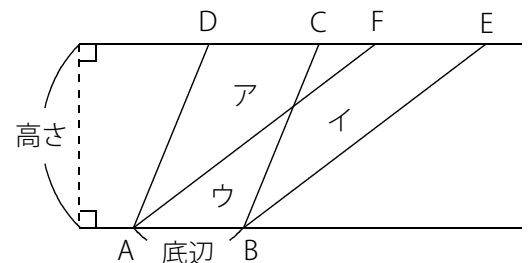
(平行四辺形) = 底辺 × 高さ

(ひし形) = 対角線 × 対角線 ÷ 2

(台形) = (上底 + 下底) × 高さ ÷ 2



三角形ABCと三角形ABDの面積は等しい
また ア+ウ=イ+ウ より ア=イ
つまりアとイの面積も等しい



平行四辺形ABCDと平行四辺形ABEFの
面積は等しい
また ア+ウ=イ+ウ より ア=イ
つまりアとイの面積も等しい

また、右上図のように三角形や平行四辺形では底辺の長さと高さが変わらなければ面積も同じです。

このように面積を変えずに形を変えることを等積変形といいます。



例題と解説

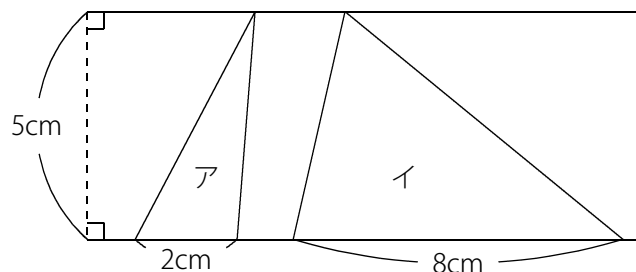
右図のように高さが等しい三角形では、底辺の長さが
○倍になると面積も○倍になります。

右図では $8 \div 2 = 4$ よりイの底辺はアの底辺の4倍です。

(アの面積) $= 2 \times 5 \div 2 = 5(\text{cm}^2)$

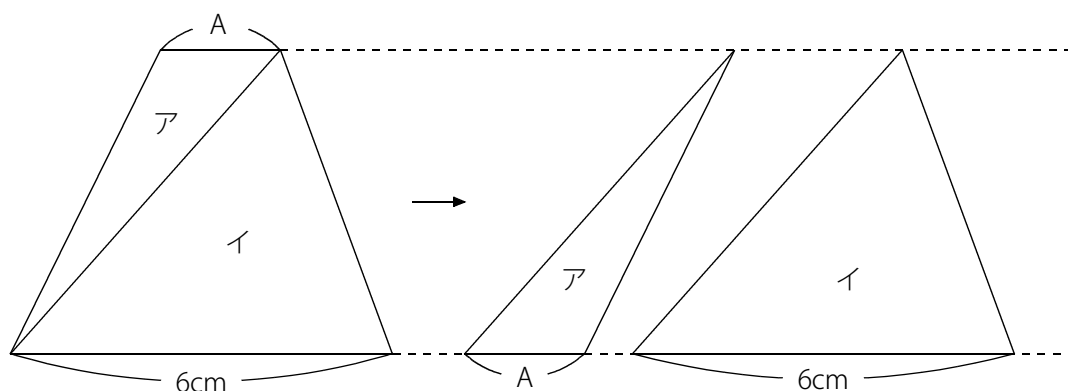
(イの面積) $= 8 \times 5 \div 2 = 20(\text{cm}^2)$

$20 \div 5 = 4$ より面積も4倍になっています。



(1) 三角形アと三角形イは上下が逆ですが、高さは同じです。

下図のようにアの向きを逆にするとわかりやすくなります。



イの面積はアの面積の3倍なので、底辺の長さもAの3倍になっています。

つまり $A \times 3 = 6(\text{cm})$ より $A = 2(\text{cm})$



例題と解説

- (2) アは三角形でイは台形で、2つ合わせて大きな台形になっています。

高さは書かれていませんが、右図のように4cmだったとして考えます。アの底辺の長さをBとします。

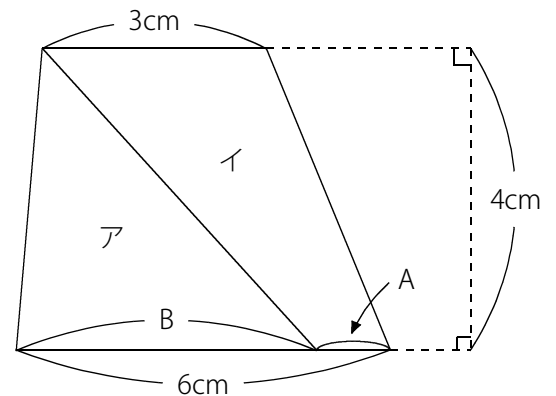
$$(\text{大きな台形の面積}) = (3+6) \times 4 \div 2 = 18(\text{cm}^2)$$

$$\text{ア}=\text{イ} \text{ より } \text{ア}=\text{イ}=18 \div 2=9(\text{cm}^2)$$

$$B \times 4 \div 2 = 9(\text{cm}^2) \text{ なので } B \times 4 = 18(\text{cm})$$

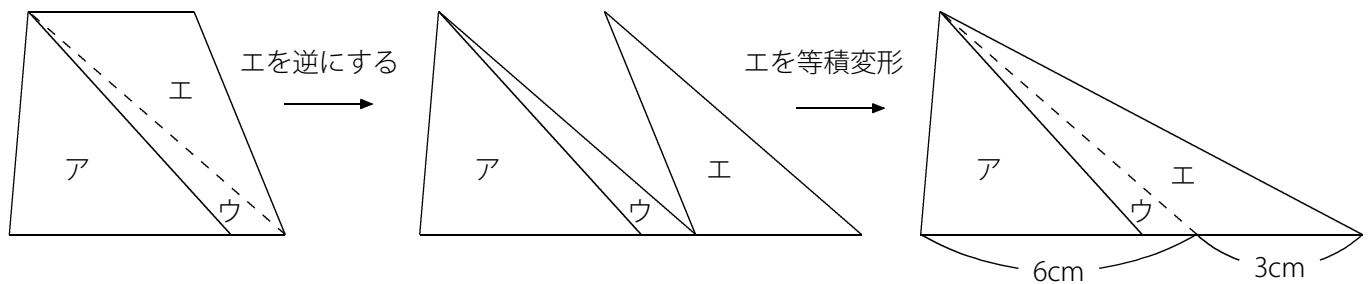
$$\text{つまり } B = 18 \div 4 = 4.5(\text{cm})$$

$$\text{よって } A = 6 - 4.5 = 1.5(\text{cm})$$



(別解1)

下図のようにイをウとエに分けて考えます。



上図のようになるので、アの底辺の長さは $(6+3) \div 2 = 4.5(\text{cm})$

$$\text{よって } A = 6 - 4.5 = 1.5(\text{cm})$$

(別解2)

高さを□cmとして式を立てます。

$$\text{アとイの面積が等しいので } (3+A) \times \square \div 2 = B \times \square \div 2$$

□÷2 の部分は同じなので $3+A=B$ となります。つまりBはAより3cm長いということがわかります。

$$A+B=6(\text{cm}) \text{ です。和差算として考えると } A=1.5(\text{cm}), B=4.5(\text{cm})$$

※高さと同面積の等しい三角形と台形では **底辺の長さ=上底+下底** となります。

つまりアの底辺の長さは $3+6=9(\text{cm})$ の半分なので4.5cmだとわかります。



(3) 高さを4cmとして考えましょう。

$$(\text{図1の台形の面積}) = (2+6) \times 4 \div 2 = 16(\text{cm}^2)$$

$$(\text{図2の台形の面積}) = (3+6) \times 4 \div 2 = 18(\text{cm}^2)$$

図1の台形の面積は図2の台形の面積の何倍かと聞かれているので

$$16 = 18 \times \square \text{ ということです。 } \square = \frac{16}{18} = \frac{8}{9} \text{ より } \frac{8}{9} \text{ 倍}$$

(別解)

$$(\text{図1の台形の面積}) = (2+6) \times (\text{高さ}) \div 2 = 4 \times (\text{高さ})$$

$$(\text{図2の台形の面積}) = (3+6) \times (\text{高さ}) \div 2 = 4.5 \times (\text{高さ})$$

$$4 \times (\text{高さ}) = 4.5 \times (\text{高さ}) \times \square$$

左右を高さで割ります。

$$4 = 4.5 \times \square$$

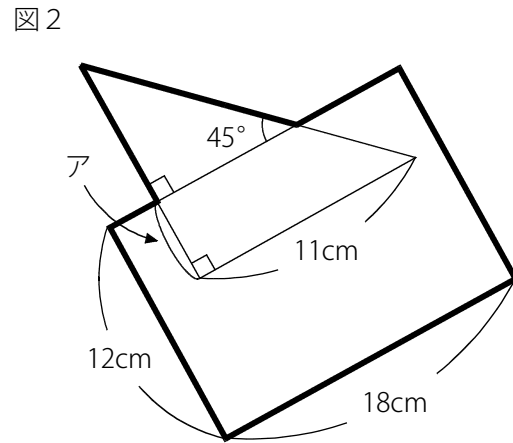
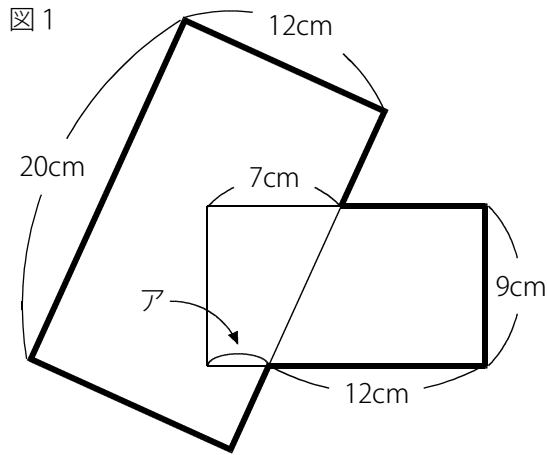
$$\square = \frac{4}{4.5} = \frac{8}{9} \text{ より } \frac{8}{9} \text{ 倍}$$



例題と解説

例題2

下図について次の問いに答えなさい。



- (1) 図1は2つの長方形を重ねた形です。太線でかこまれた部分の面積が 330cm^2 のとき、アの長さは何cmですか。
- (2) 図2は長方形と直角二等辺三角形を重ねた形です。太線でかこまれた部分の面積が 234cm^2 のとき、アの長さは何cmですか。

答え (1) 3cm (2) 5cm

[例題2の解説]

- (1) 右図のように イ, ウ, エ に分けて考えます。

$$\text{イ} + \text{ウ} = 12 \times 20 = 240(\text{cm}^2)$$

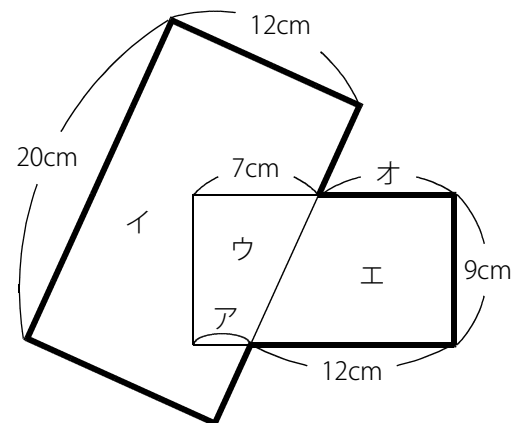
$$\text{イ} + \text{ウ} + \text{エ} = 330(\text{cm}^2) \text{ なので } \text{エ} = 330 - 240 = 90(\text{cm}^2)$$

$$(\text{オ} + 12) \times 9 \div 2 = 90(\text{cm}^2) \text{ より } \text{オ} + 12 = 20$$

$$\text{よって } \text{オ} = 8(\text{cm})$$

$$\text{ウとエを合わせた長方形の横の長さは } 8 + 7 = 15(\text{cm})$$

$$\text{ア} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$$





例題と解説

(2) まずはわかる角度を求めておきます。

角AED=45(度) で三角形ADEは二等辺三角形なので

角DAEも45度

よって三角形ADEは直角二等辺三角形であることがわかります。

つまり $AD=DE$

角ADE=角ABC=90度 なのでDEとBCは平行です。

よって角AEDと角ACBは同位角で等しく 角ACB=45度

よって三角形ABCも直角二等辺三角形です。

つまり $AB=BC=11(\text{cm})$

$$\text{イ} + \text{ウ} = 12 \times 18 = 216(\text{cm}^2)$$

$$\text{イ} + \text{ウ} + \text{エ} = 234(\text{cm}^2) \text{ なので } \text{エ} = 234 - 216 = 18(\text{cm}^2)$$

$AD=DE=\bigcirc(\text{cm})$ とします。

$$\bigcirc \times \bigcirc \div 2 = 18(\text{cm}^2) \text{ より } \bigcirc \times \bigcirc = 36(\text{cm}^2)$$

よって $\bigcirc = AD=DE=6(\text{cm})$

$$AB=11(\text{cm}) \text{ なので } \text{ア} = 11 - 6 = 5(\text{cm})$$

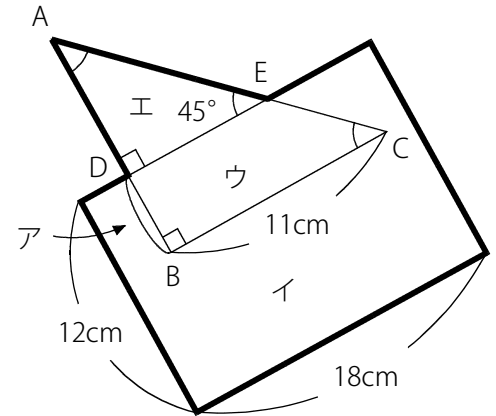
整理しておきます。

三角形ADEは直角二等辺三角形です。

$$234 - 12 \times 18 = 18(\text{cm}^2)$$

$$AD=DE=\bigcirc(\text{cm}) \text{ として } \bigcirc \times \bigcirc \div 2 = 18(\text{cm}^2) \text{ より } \bigcirc \times \bigcirc = 36(\text{cm}^2)$$

$$\bigcirc = 6(\text{cm}) \text{ なので } \text{ア} = 11 - 6 = 5(\text{cm})$$

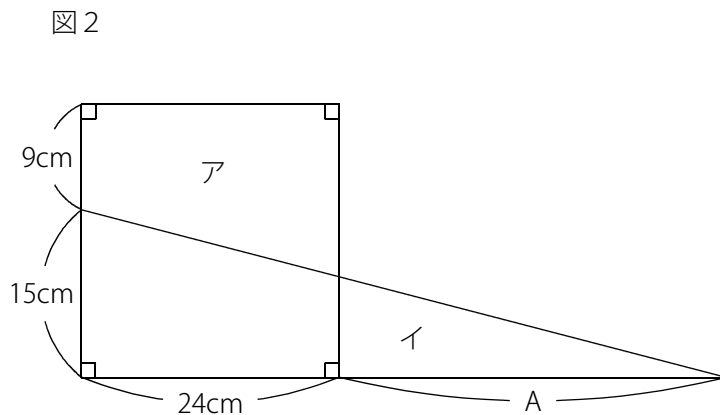
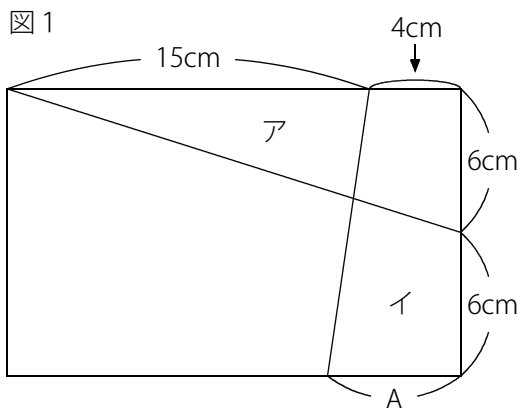




例題と解説

例題3

下図について次の問いに答えなさい。



- (1) 図1の長方形でアとイの面積は同じです。Aの長さは何cmですか。
- (2) 図2でアの面積はイの面積よりも 192cm^2 大きくなっています。Aの長さは何cmですか。

答え (1) 5.5cm (2) 27.2cm

[例題3の解説]

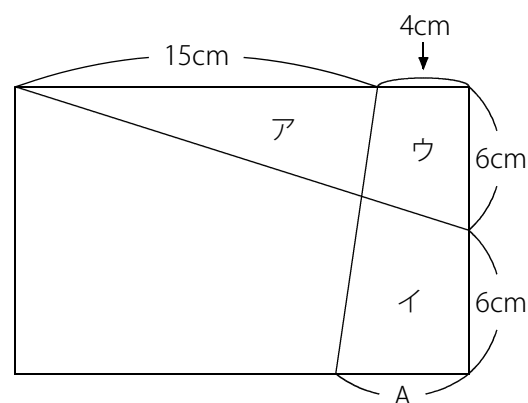
- (1) 右図のように台形と三角形が重なった部分をウとします。
ア=イ なので ア+ウ=イ+ウ です。

※アとイは同じで、同じものに同じウを加えるので
ア+ウ=イ+ウ

ア+ウ= $6 \times (4+15) \div 2 = 57(\text{cm}^2)$ なので イ+ウ= $57(\text{cm}^2)$
イ+ウ は台形です。

$$(4+A) \times 12 \div 2 = 57(\text{cm}^2) \rightarrow (4+A) \times 12 = 114(\text{cm}^2) \rightarrow 4+A = 9.5(\text{cm}) \rightarrow A = 5.5(\text{cm})$$

※重なった部分に名前をつけることで考えやすくなります。





例題と解説

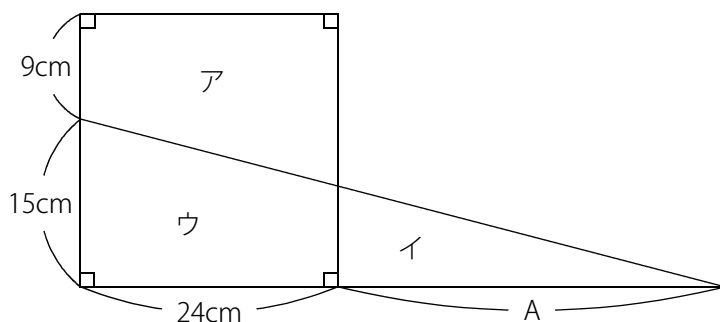
- (2) 右図のように四角形(正方形)と三角形が重なった部分をウとします。

アの面積はイの面積よりも 192cm^2 大きいので

$$\text{ア} = \text{イ} + 192$$

左右にウを加えると

$$\text{ア} + \text{ウ} = \text{イ} + \text{ウ} + 192$$



よって

$\text{ア} + \text{ウ}$ は $\text{イ} + \text{ウ}$ よりも 192cm^2 大きいことがわかります。

$$\text{ア} + \text{ウ} = 24 \times 24 = 576(\text{cm}^2) \text{ なので } \text{イ} + \text{ウ} = 576 - 192 = 384(\text{cm}^2)$$

$$15 \times (24 + A) \div 2 = 384(\text{cm}^2) \rightarrow 15 \times (24 + A) = 768(\text{cm}^2) \rightarrow 24 + A = 51.2(\text{cm}^2)$$

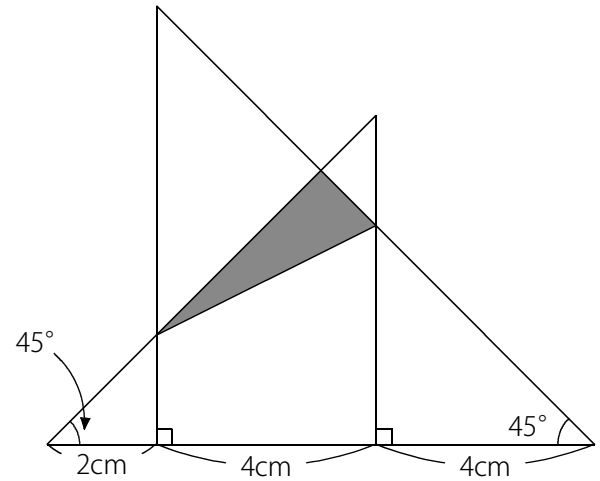
$$\text{よって } A = 51.2 - 24 = 27.2(\text{cm})$$



例題と解説

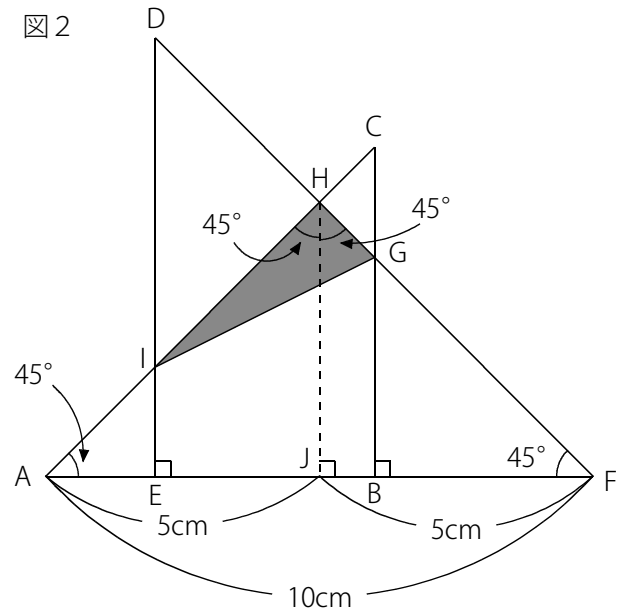
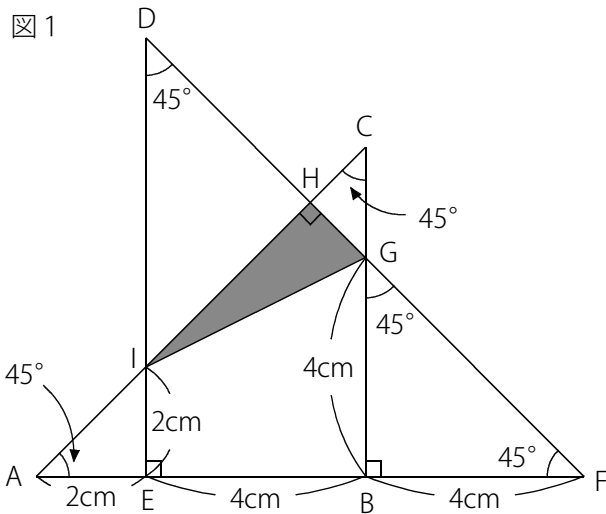
例題4

右図の色のついた部分の面積は何 cm^2 ですか。



答え 3cm^2

[例題4の解説]



求められる角度を書きこむと図1のようになります。



例題と解説

このとき三角形AIE、三角形FGB、三角形AFHは直角二等辺三角形であることがわかります。

よって $IE=2\text{cm}$, $BG=4\text{cm}$

直角三角形AFHから、三角形AIEと三角形FGBと台形EIGBをひいて、色のついた部分の面積を求めます。

$$(\text{三角形AIE})=2\times 2\div 2=2(\text{cm}^2)$$

$$(\text{三角形FGB})=4\times 4\div 2=8(\text{cm}^2)$$

$$(\text{台形EIGB})=(2+4)\times 4\div 2=12(\text{cm}^2)$$

三角形AFHは図2のように考えると、三角形AHJは直角二等辺三角形で $HJ=5\text{cm}$ なので底辺が 10cm で高さが 5cm であることがわかります。

$$(\text{三角形AFH})=10\times 5\div 2=25(\text{cm}^2)$$

$$\text{よって (色のついた部分の面積)}=25-2-8-12=3(\text{cm}^2)$$

※ 直角二等辺三角形の面積の求め方を整理しておきます。

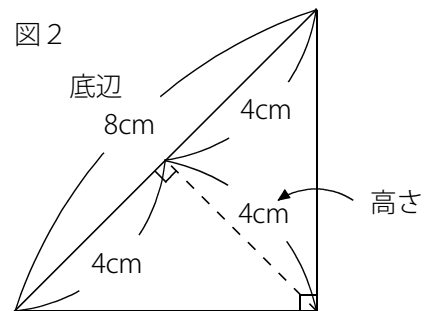
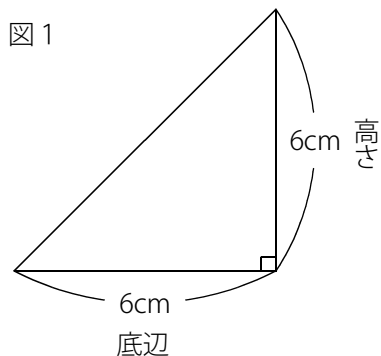


図1のように等しい2辺の長さがわかっている場合は $6\times 6\div 2=18(\text{cm}^2)$ のように面積を求めることができます。

図2のようにもっとも長い1辺の長さがわかっている場合は $8\times 4\div 2=16(\text{cm}^2)$ のように面積を求めることができます。



ポイントまとめ

- ・ 面積を変えずに形を変えることを等積変形といいます。
- ・ 三角形や平行四辺形では底辺の長さが高さが変わらなければ面積も同じです。
- ・ 高さで面積の等しい三角形と台形では **底辺の長さ=上底+下底** となります。
- ・ はなれたところにある面積について考える場合は、重なった部分に名前を付けると考えやすくなります。