中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

例題１

次の問いに答えなさい。

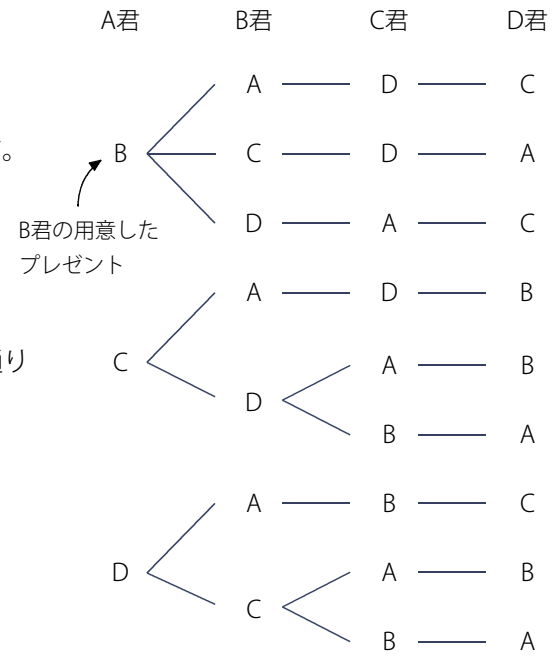
（１）　A，B，C，D の4人がそれぞれプレゼントを持ってきてプレゼント交換(こうかん)を行います。4人それぞれが自分の用意したプレゼントを受けとらないようにするとき、交換のしかたは全部で何通りありますか。

（２）　A，B，C，D，E の5人がそれぞれプレゼントを持ってきてプレゼント交換を行います。1人だけ自分が用意したプレゼントを受け取り、残りの4人それぞれが自分の用意したプレゼントを受けとらないような交換のしかたは全部で何通りありますか。

答え　（１）9通り（２）45通り

[例題１の解説]

（１）　自分の用意したプレゼントが完全に入れちがいになるように交換します。
樹形図で数えると右図のようになります。
よって全部で9通り



※このように完全に入れちがいになる並びかえを**完全順列**といいます。

例えば
2人のプレゼント交換の完全順列は (B，A) の1通り
3人のプレゼント交換の完全順列は (B，C，A)，(C，A，B) の2通り
4人のプレゼント交換の完全順列は9通り (右図)

※2人，3人，4人の完全順列の場合の数は覚えておいたほうがいいでしょう。
ただし樹形図で書き上げることが基本であることを忘れないようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

（２）　場合分けをして考えます。

自分のプレゼントをもらうのがA君の場合　残りの Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ の4人の完全順列は(1)より**9通り**
※A君がプレゼント交換に参加しないのと同じことなので、残り4人の交換(完全順列)となります。

自分のプレゼントをもらうのがB君の場合　残りの Ａ，Ｃ，Ｄ，Ｅ の4人の完全順列は(1)より**9通り**

自分のプレゼントをもらうのがC君の場合　残りの Ａ，Ｂ，Ｄ，Ｅ の4人の完全順列は(1)より**9通り**

自分のプレゼントをもらうのがD君の場合　残りの Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｅ の4人の完全順列は(1)より**9通り**

自分のプレゼントをもらうのがE君の場合　残りの Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ の4人の完全順列は(1)より**9通り**

よって全部で 9×5＝45(通り)

※整理しておきます。
5人のうち自分のプレゼントをもらう人の選び方は、5人から1人を選ぶので5通り
それぞれの場合において残りの4人の完全順列は9通りです。
よって全部で 5×9＝45(通り)

※「5人の完全順列」ではないことに注意しましょう。

※完全順列の問題では4人の場合が特に頻出です。(2)だけが出題された場合でも対応できるようにしておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

例題２

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ の6人がそれぞれプレゼントを持ってきてプレゼント交換を行います。6人のうち2人は自分が用意したプレゼントを受け取り、残りの4人全員が自分の用意したプレゼントを受けとらないような交換のしかたは全部で何通りありますか。

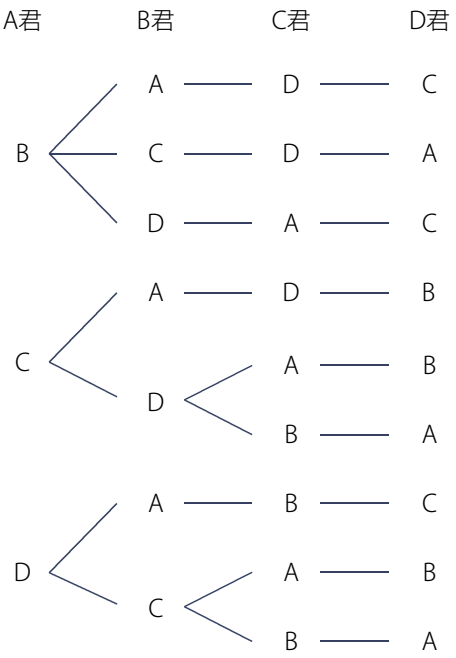
答え　135通り

[例題２の解説]

自分のプレゼントを受け取る2人を6人から選びます。　${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$(通り)

残りの4人は完全順列になればいいのでそれぞれ9通り

※例えば Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ の4人であれば右図のようになります。



よって全部で 9×15＝135(通り)

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

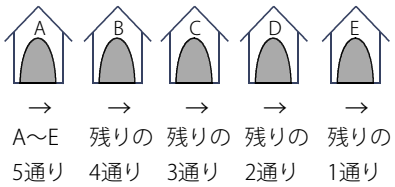
例題と解説

例題３

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ の5匹のヤギとそれぞれのヤギのための小屋が1つずつあります。5匹のヤギがそれぞれ自分の小屋に入らないような入り方は全部で何通りありますか。

答え 44通り

[例題３の解説]
樹形図で書き出すのは大変なので (2匹の完全順列)＝1(通り)，(3匹の完全順列)＝2(通り)，(4匹の完全順列)＝9(通り)
であることを利用します。



まず5匹のヤギが5つの小屋に入る入り方は右図のように全部で
${}_5P_5=5\times4\times3\times2\times1=120$(通り)

この120通りから 1匹だけが自分の小屋に入る場合，2匹だけが自分の小屋に入る場合，… を引いて、
どのヤギも自分の小屋に入らない場合の数を求めます。

1匹だけ自分の小屋に入る場合

5匹のうち自分の小屋に入る1匹の選び方は ${}_5C_1=5$(通り)，残りの4匹は完全順列になればいいので9通り
よってこのとき 9×5＝**45(通り)**

2匹だけ自分の小屋に入る場合

5匹のうち自分の小屋に入る2匹の選び方は ${}_5C_2=10$(通り)，残りの3匹は完全順列になればいいので2通り
よってこのとき 2×10＝**20(通り)**

3匹だけ自分の小屋に入る場合

5匹のうち自分の小屋に入る3匹の選び方は ${}_5C_3=10$(通り)，残りの2匹は完全順列になればいいので1通り
よってこのとき 1×10＝**10(通り)**

4匹だけ自分の小屋に入る場合(つまり5匹全部が自分の小屋に入る場合)　明らかに**1通り**

よって5匹のヤギが自分の小屋に入らないような入り方は全部で 120－(45＋20＋10＋1)＝44(通り)

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

完全順列の場合の数について整理しておきます。

(A，B の2人でプレゼント交換をする場合の完全順列)＝1(通り)

(A，B，C の3人でプレゼント交換をする場合の完全順列)＝2(通り)

(A，B，C，D の4人でプレゼント交換をする場合の完全順列)＝9(通り)

※ここまではきちんと書き上げることができるようにしておきましょう。

(A，B，C，D，E の5人でプレゼント交換をする場合の完全順列)＝44(通り)

(A，B，C，D，E，F の6人でプレゼント交換をする場合の完全順列)＝265(通り)

…

※1人でプレゼント交換はできないので1人の場合は0通り

これらの数 0，1，2，9，44，265，… を**モンモール数**と言います。

(1番目のモンモール数)＝0

(2番目のモンモール数)＝1

(3番目のモンモール数)＝2

(4番目のモンモール数)＝9

…

とします。

モンモール数は次のような関係が成り立ちます。

(○番目のモンモール数)＝{((○－2)番目のモンモール数)＋((○－1)番目のモンモール数)}×(○－1)

例えば

(3番目のモンモール数)＝(0＋1)×(3－1)＝2，(4番目のモンモール数)＝(1＋2)×(4－1)＝9

(5番目のモンモール数)＝(2＋9)×(5－1)＝44，(6番目のモンモール数)＝(9＋44)×(6－1)＝265，…

※5番目の44までは覚えておくといいでしょう。忘れても求められるように上の公式も覚えておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

例題４

Ａ，Ｂ，Ｃ の3人が自分の名前の書いたカードを1枚ずつ箱の中に入れ、さらに何も書いていないカードを1枚入れます。この箱から3人が1枚ずつ同時に紙を引いて、3人全員が自分の名前以外のカードを引くような引き方は全部で何通りありますか。

答え 11通り

[例題４の解説]

人数よりもカードが多いので、モンモール数(０，１，２，９，44，…)を直接利用することはできません。

少ない人数の場合で試してみます。ここでそれぞれの場合について入れる何も書かれていないカードをPとします。

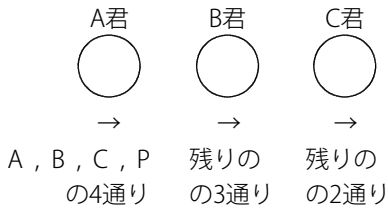
A君1人とPのカードを入れるときの自分の名前以外のカードを引く場合は (P) の**1通り**

A君とB君の2人とPのカードを入れるときの自分の名前以外のカードを引く場合は (Ｂ，A)，(Ｂ，P)，(Ｐ，A) の**3通り**

1人とPの場合は1通り ，2人とPの場合は3通りであることがわかりました。

4枚のカードのうち3枚を Ａ，Ｂ，Ｃ の3人に分ける方法は右図のように

全部で 4×3×2＝24(通り)



この24通りから 1人だけが自分のカードを引く場合 ，2人だけが自分のカードを引く場合 ，3人とも自分のカードを引く場合を引いて、3人全員が自分のカードを取らない場合の数を求めます。

1人だけが自分のカードを引く場合

3人のうち自分のカードを引く1人の選び方は ${}_3C_1$＝3(通り)，残りの2人は自分以外のカードを引くので３通り

よって 3×3＝**9(通り)**

2人だけが自分のカードを引く場合

3人のうち自分のカードを引く2人の選び方は ${}_3C_2$＝3(通り)，残りの1人は自分以外のカードを引くので1通り

よって 1×3＝**3(通り)**

3人とも自分のカードを引く場合　明らかに**1通り**

よって3人全員が自分の名前以外のカードを引くような引き方は 24－(9＋3＋1)＝11(通り)

※(Ｂ，Ａ，Ｐ)，(Ｂ，Ｃ，Ａ)，(Ｂ，Ｃ，Ｐ)，(Ｂ，Ｐ，Ａ)，(Ｃ，Ａ，Ｂ)，(Ｃ，Ａ，Ｐ)，(Ｃ，Ｐ，Ａ)，(Ｃ，Ｐ，Ｂ)，(Ｐ，Ａ，Ｂ)，(Ｐ，Ｃ，Ａ)，(Ｐ，Ｃ，Ｂ)

(C) 2014 min-san.com

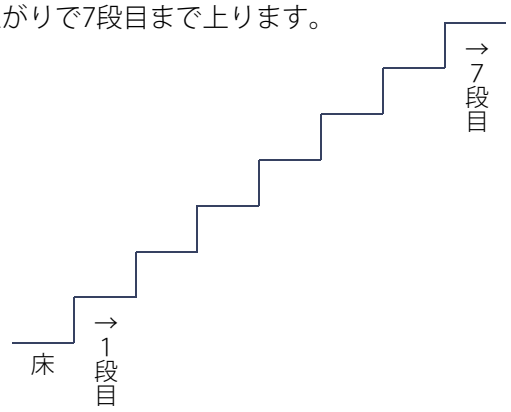
中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

例題５

右図のように7段ある階段を床から1歩で1段上がり、もしくは1歩で2段上がりで7段目まで上ります。
このとき次の問いに答えなさい。

（１）　上り方は全部で何通りありますか。
（２）　4段目を必ずふむような上り方は何通りありますか。
（３）　4段目をふまないような上り方は何通りありますか。



答え　（１）21通り（２）15通り（３）6通り

[例題５の解説]

（１）　2段上がりの回数で場合分けをします。
※1段上がり，2段上がり，2段上がり，1段上がり のように上がる場合を (1，2，2，1) と表すことにします。

2段上がりが0回の場合　(1，1，1，1，1，1，1) の**1通り**

2段上がりが1回の場合　(1，1，1，1，1，2)，…，(2，1，1，1，1，1)
6歩のうち1歩を2段上がりにすればいいので ${}_6C_1$=**6(通り)**

2段上がりが2回の場合　(1，1，1，2，2)，…，(2，2，1，1，1)
5歩のうち2歩を2段上がりにすればいいので ${}_5C_2$=**10(通り)**

2段上がりが3回の場合　(1，2，2，2)，…，(2，2，2，1)
4歩のうち1歩を1段上がりにすればいいので ${}_4C_1$=**4(通り)**

よって7段目までの上り方は全部で 1+6+10+4=21(通り)

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

(別解)

1段を上る場合 (1) の**1通り**

2段を上る場合 (1 , 1) , (2) の**2通り**

上の1段と2段の場合を利用して、3段の上り方を最初の1歩で場合分けして求めます。

3段を上る場合　最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り1段を上るので1通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り2段を上るので2通り
よって全部で 1＋2＝**3(通り)**

同じように2段と3段の場合を利用して、4段の上り方を最初の1歩で場合分けして求めます。

4段を上る場合　最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り2段を上るので2通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り3段を上るので前で求めたように3通り
よって全部で 2＋3＝**5(通り)**

同じように5段，6段，7段の上り方を最初の1歩で場合分けして求めます。

5段を上る場合　最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り3段を上るので3通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り4段を上るので5通り
よって全部で 3＋5＝**8(通り)**

6段を上る場合　最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り4段を上るので5通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り5段を上るので8通り
よって全部で 5＋8＝**13(通り)**

7段を上る場合　最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り5段を上るので8通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り6段を上るので13通り
よって全部で 8＋13＝**21通り)**
7段を上る場合の上り方は全部で21通りであることがわかります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

つまり整理すると
(3段の上り方)＝(1段の上り方)＋(2段の上り方)
(4段の上り方)＝(2段の上り方)＋(3段の上り方)
(5段の上り方)＝(3段の上り方)＋(4段の上り方)
(6段の上り方)＝(4段の上り方)＋(5段の上り方)
(7段の上り方)＝(5段の上り方)＋(6段の上り方)
これより ○段の上り方 が (○－2)段の上り方 と (○－1)段の上り方 の和になっていることがわかります。
それぞれの段の上り方が「前の2つの場合の数の和」になっているので**フィボナッチ**です。

1段の場合，2段の場合，3段の場合，… を並べると **1，2，3，5，8，13，21，…** となっています。
フィボナッチであることを利用すると、1段の上り方と2段の上り方さえ数えれば、3段以上は簡単に求めることができます。例えば8段の上り方は 13＋21＝34(通り)，9段の上り方は 21＋34＝55(通り) となります。

※このような階段の上り方の問題は頻出です。フィボナッチを利用することを覚えておきましょう。

（２）　4段目を必ずふむので、4段上って、さらに3段上ればいいということです。
(１)より (4段の上り方)＝5(通り)，(3段の上り方)＝3(通り)
よって4段を必ずふむような上り方は 5×3＝15(通り)

（３）　7段の上り方は全部で21通りで、そのうち15通りは4段目をふむので、4段目をふまないような上り方は全部で
21－15＝6(通り)

(別解)
4段目をふまないためには、3段上って、次の1歩を2段上がりで4段目をとばし、残りの2段を上ればいいので、
(3段の上り方)×(2段の上り方)＝3×2＝6(通り)

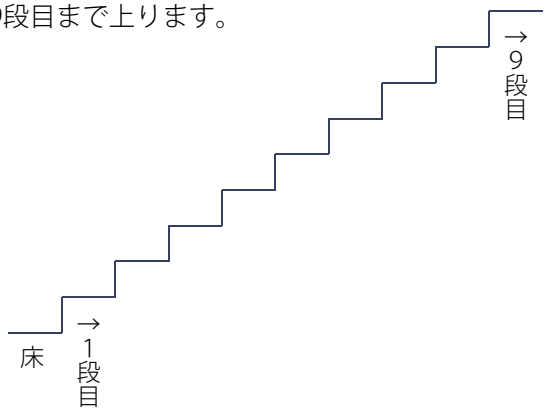
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

例題６

右図のように9段ある階段を床から1歩で1段，2段，3段のいずれかで9段目まで上ります。
上り方は全部で何通りありますか。



答え　149通り

[例題６の解説]

1段を上る場合（１）の**1通り**

2段を上る場合（1，1），（２）の**2通り**

3段を上る場合（1，1，1），(1，2），(2，1），（３）の**4通り**

上の1段，2段，3段を上る場合を利用して、4段の上り方を最初の1歩で場合分けして求めます。

4段を上る場合　最初の1歩が3段上がりの場合 → 残り1段を上るので1通り
最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り2段を上るので2通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り3段を上るので4通り
よって全部で 1＋2＋4＝**7(通り)**

5段を上る場合　最初の1歩が3段上がりの場合 → 残り2段を上るので2通り
最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り3段を上るので4通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り4段を上るので7通り
よって全部で 2＋4＋7＝**13(通り)**

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

6段を上る場合　最初の1歩が3段上がりの場合 → 残り3段を上るので4通り
最初の1歩が2段上がりの場合 → 残り4段を上るので7通り
最初の1歩が1段上がりの場合 → 残り5段を上るので13通り
よって全部で 4＋7＋13＝**24(通り)**

それぞれ前の3つの場合の数の和になっていることがわかります。
(**7段を上る場合**)＝(4段を上る場合)＋(5段を上る場合)＋(6段を上る場合)＝7＋13＋24＝**44(通り)**
(**8段を上る場合**)＝(5段を上る場合)＋(6段を上る場合)＋(7段を上る場合)＝13＋24＋44＝**81(通り)**
(**9段を上る場合**)＝(6段を上る場合)＋(7段を上る場合)＋(8段を上る場合)＝24＋44＋81＝**149(通り)**

よって9段の上り方は全部で149通り

※それぞれ前の3つの数の和になっています。
フィボナッチ数列が「前の2つの数の和」で、**「前の3つの数の和」を並べた数列をトリボナッチ数列と**言います。
また同じように**「前の4つの数の和」を並べた数列をテトラナッチ数列と**言います。

※正確には 0，1 で始まって、3番目から前の2つの数の和になっている数列をフィボナッチ数列と言います。
1，2 から始まる場合はフィボナッチ数列ではなく、「リュカ数列」と言いますが、「フィボナッチのような数列」と覚えておけば十分です。トリボナッチ数列も正確には 0，0，1 から始まる数列で、テトラナッチ数列も正確には 0，0，0，1 から始まる数列です。

※フィボナッチ，トリボナッチ，テトラナッチのような数列を利用する階段の問題は受験算数で頻出です。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.23-３　5年　場合の数２
モンモールとフィボナッチ

例題と解説

ポイントまとめ

・完全に入れちがいになる並びかえを**完全順列**といいます。

1人のプレゼント交換の完全順列は0通り　(1人なので交換できません)

2人のプレゼント交換の完全順列は1通り

3人のプレゼント交換の完全順列は2通り

4人のプレゼント交換の完全順列は9通り

・上のような数 0，1，2，9，44，265，… を**モンモール数**と言います。

モンモール数は次のような関係が成り立ちます。

(○番目のモンモール数)＝{((○－2)番目のモンモール数)＋((○－1)番目のモンモール数)}×(○－1)

・**フィボナッチ，トリボナッチ，テトラナッチのような数列を利用する階段の問題は受験算数で頻出です。**

(C) 2014 min-san.com