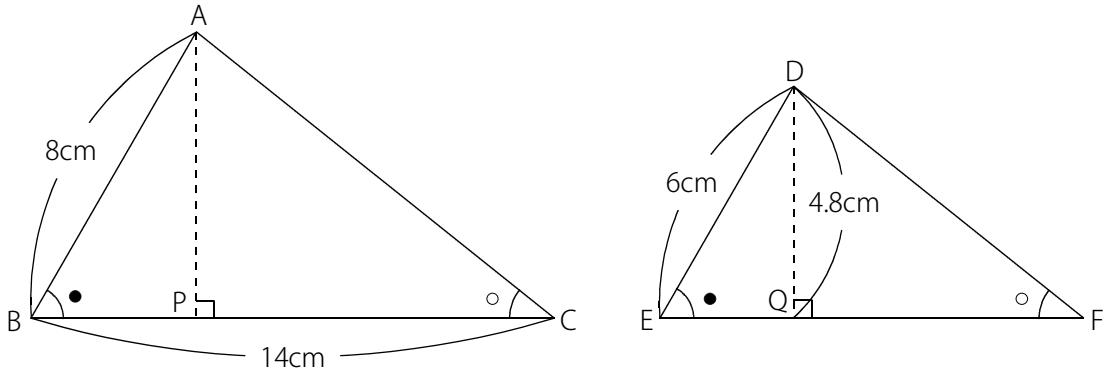
中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

例題１

下図の三角形ABCと三角形DEFについて次の問いに答えなさい。

図の●と○は角度がそれぞれ等しいことを表しており 角ABC＝角DEF，角ACB＝角DFE となっています。



（１）　三角形ABCと三角形DEFの相似比を求めなさい。

（２）　辺EFの長さは何cmですか。

（３）　APは辺BCを底辺としたときの高さを表しています。APの長さは何cmですか。

（４）　三角形ABCと三角形DEFの面積比を求めなさい。

答え　（１）4：3（２）10.5cm（３）6.4cm（４）16：9

[例題１の解説]

2つの三角形について考えます。

2つの三角形の形が同じ場合は、2つの三角形は**相似**（そうじ）です。

特に、2つの三角形の形も大きさも同じ場合は、2つの三角形は**合同**（ごうどう）です。

※回したり、ひっくり返したりしても、**形が同じであれば相似、形も大きさも同じであれば合同**です。

※相似の中で、大きさも同じ場合が合同です。合同も相似の1つです。

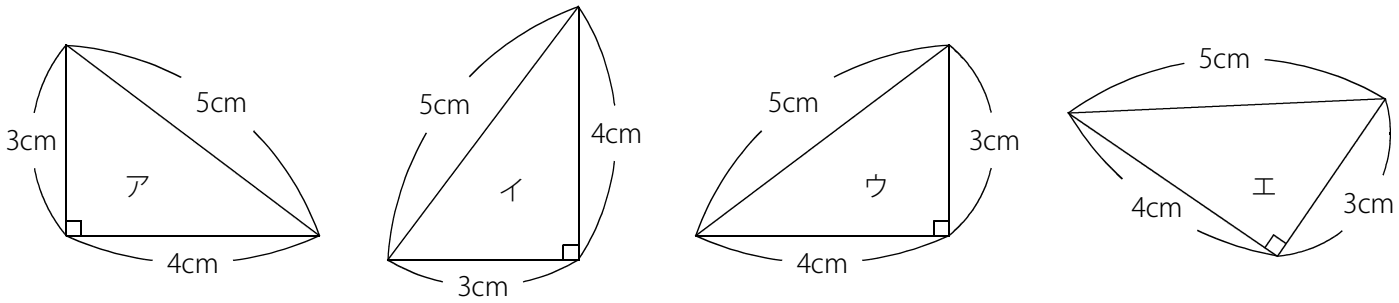
※三角形だけではなく、四角形や五角形などでも形が同じであれば相似、形も大きさも同じであれば合同です。

(C) 2014 min-san.com

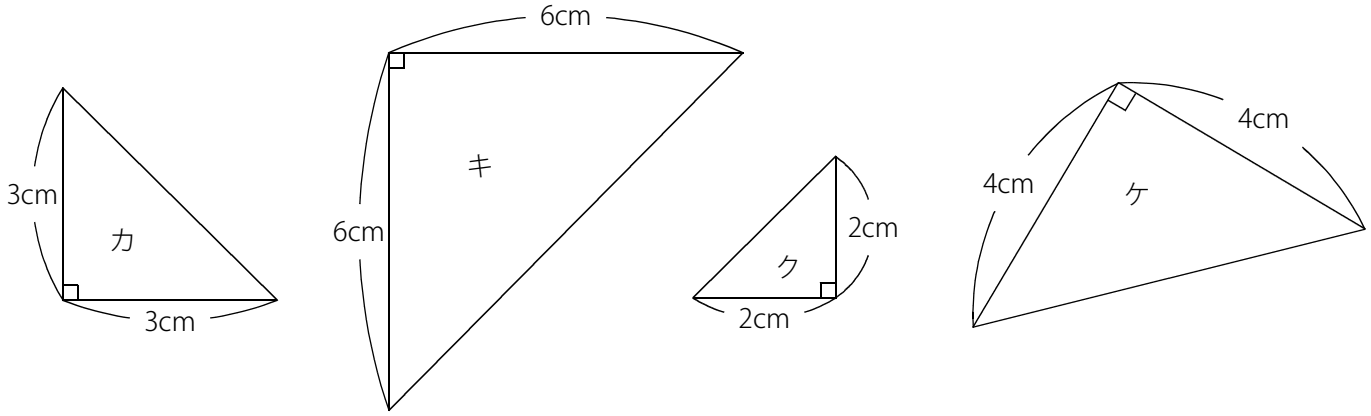
中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

下図の三角形ア～エはすべて合同です。



下図の三角形カ～ケはすべて相似です。



三角形の合同条件と相似条件について整理しておきます。

三角形の合同条件（3つの条件のうち、どれか1つでもあてはまれば合同であると言うことができます。）

条件1　3辺の長さがそれぞれ等しい。

条件2　2辺とその間の角がそれぞれ等しい。

条件3　1辺とその両端（りょうたん）の角がそれぞれ等しい。

(C) 2014 min-san.com

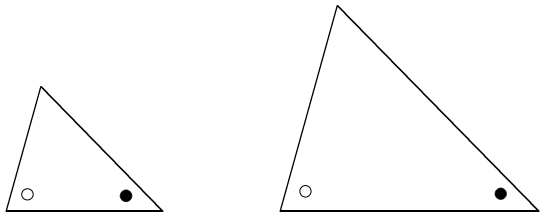
中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

三角形の相似条件 (2つの条件のうち、どれか1つでもあてはまれば相似であると言うことができます。)

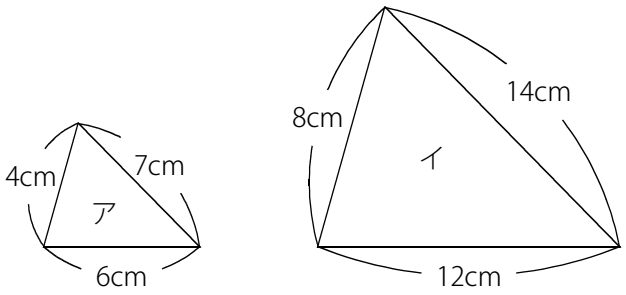
条件1　(対応する)2つの角がそれぞれ等しい。

2つの角がそれぞれ等しいということは残り1つの角度も
等しいので、3つの角がすべて等しくなっています。



条件2　(対応する)3辺の長さの比がすべて等しい。

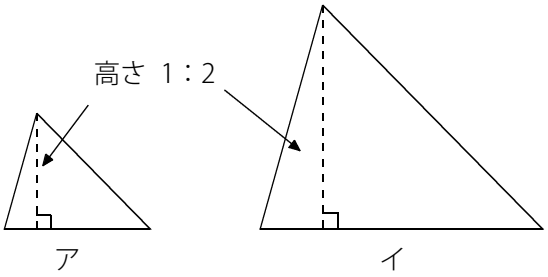
アの三角形は3つの辺の長さの比が 4：6：7 です。
イの三角形は3つの辺の長さの比が
8：12：14＝4：6：7 です。



つまりアとイは3つの辺の長さの比がともに 4：6：7 で等しいので相似です。
相似なので、3つの角がすべて等しくなっています。

対応する辺の長さの比を**相似比**(そうじひ)といいます。
アとイの対応する辺の長さの比は 4cmと8cmなので 4：8＝1：2 となっています。
このときアとイの相似比は 1：2 です。
※相似なので 6cmと12cm，7cmと14cmも比は 1：2 になっています。

相似比が 1：2 のとき右図のように高さも 1：2 になっています。
イの底辺はアの底辺の2倍，イの高さはアの高さの2倍です。
よってイの面積はアの面積の 2×2＝4(倍) です。
つまりアとイの面積比は 1：4 であることがわかります。
※面積の比を**面積比**(めんせきひ)といいます。

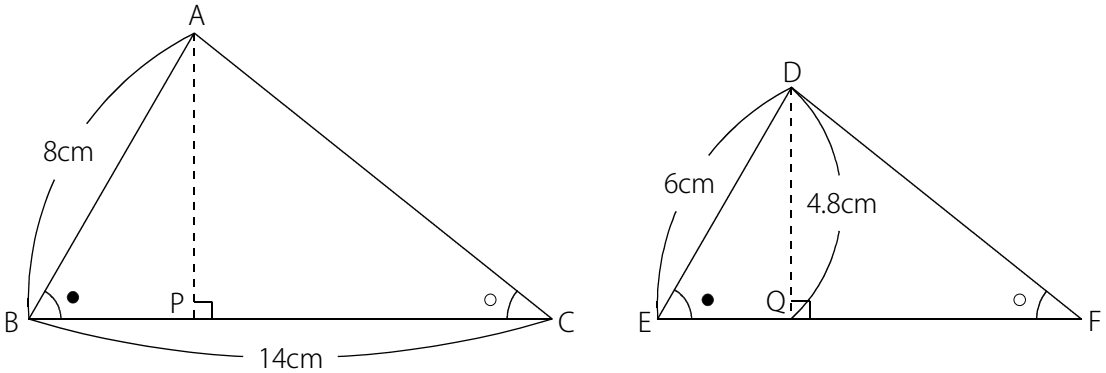


(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

（１）



三角形ABCと三角形DEFは相似です。辺ABに対応するのは辺DEです。

長さの比は 8cm：6cm＝4：3 なので三角形ABCと三角形DEFの相似比は 4：3

（２）　辺BCに対応するのは辺EFです。

三角形ABCと三角形DEFの相似比は 4：3 なので (辺BCの長さ)：(辺EFの長さ)＝4：3

BC：EF＝4：3 で BC＝14(cm) なので (辺EFの長さ)＝$14\times\frac{3}{4}$＝10.5(cm)

（３）　三角形ABCと三角形DEFは相似なので、高さAPとDQの長さの比も 4：3 です。

AP：DQ＝4：3 で DQ＝4.8(cm) なので (高さAP)＝$4.8\times\frac{4}{3}$＝6.4(cm)

（４）　(三角形ABCの面積)＝14×6.4÷2＝44.8(cm^2)

(三角形DEFの面積)＝10.5×4.8÷2＝25.2(cm^2)

よっては三角形ABCと三角形DEFの面積比は 44.8：25.2＝16：9

(別解)

相似比が P：Q のとき面積比は (P×P)：(Q×Q) となります。

三角形ABCと三角形DEFの相似比は 4：3 なので面積比は (4×4)：(3×3)＝16：9

※相似比がわかっていれば、底辺の長さや高さがわかっていなくても面積比を求めることができます。

(C) 2014 min-san.com

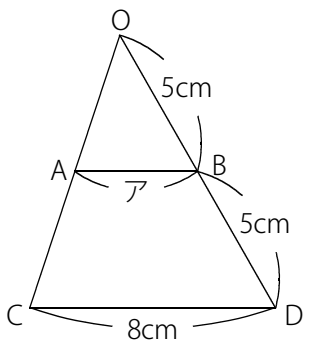
中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

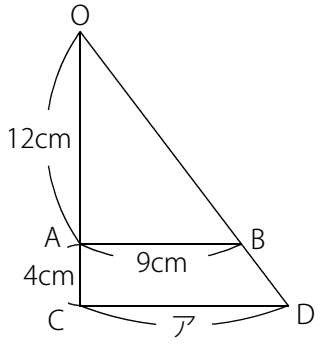
例題２

次の図でABとCDは平行です。それぞれの図のアの長さは何cmですか。

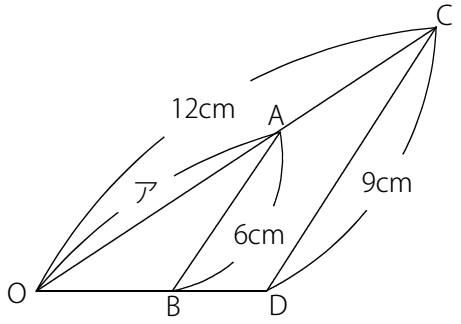
（１）



（２）



（３）



答え　（１）4cm（２）12cm（３）8cm

[例題２の解説]

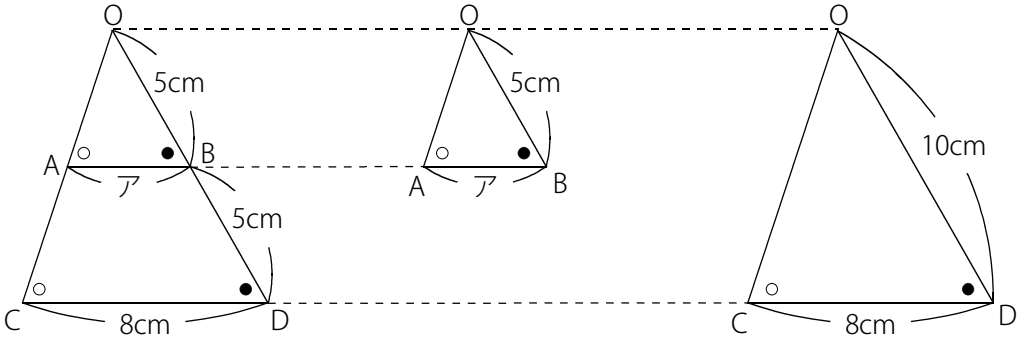
（１）　下図のように三角形OABと三角形OCDに着目します。

ABとCDは平行なので同位角より (角OAB)＝(角OCD) , (角OBA＝角ODC) で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OABと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

三角形OABの辺OBと三角形OCDの辺ODが対応しており (辺OB)＝5(cm) , (辺OD)＝10(cm)

よって三角形OABと三角形OCDの相似比は 5：10＝1：2 であることがわかります。

相似比が 1：2 なので辺ABと辺CDの長さの比も 1：2 です。よって ア＝$8\times\frac{1}{2}$＝4(cm)



(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

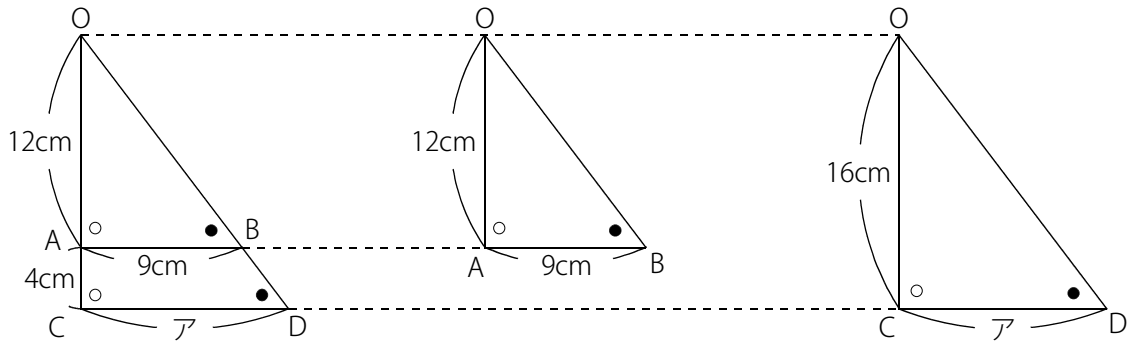
（２）　下図のように三角形OABと三角形OCDに着目します。

ABとCDは平行なので同位角より (角OAB)＝(角OCD) , (角OBA)＝(角ODC) で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OABと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

三角形OABの辺OAと三角形OCDの辺OCが対応しており (辺OA)＝12(cm) , (辺OC)＝16(cm)

よって三角形OABと三角形OCDの相似比は 12：16＝3：4 であることがわかります。

相似比が 3：4 なので辺ABと辺CDの長さの比も 3：4 です。よって ア＝9×$\frac{4}{3}$＝12(cm)



（３）　三角形OABと三角形OCDに着目します。

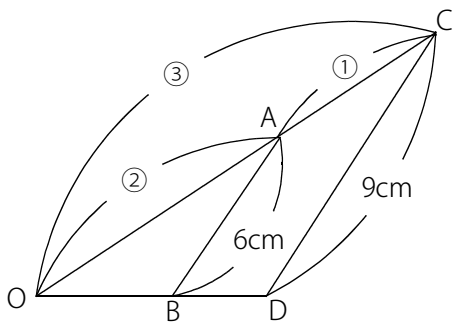
ABとCDは平行なので同位角より (角OAB)＝(角OCD) , (角OBA)＝(角ODC) で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OABと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

三角形OABの辺ABと三角形OCDの辺CDが対応しており (辺AB)＝6(cm) , (辺CD)＝9(cm)

よって三角形OABと三角形OCDの相似比は 6：9＝2：3 であることがわかります。

このとき OA＝② , OC＝③ とすると AC＝③－②＝①

よって OA：AC＝2：1 であることがわかります。



OC＝③＝12(cm) なので ①＝12÷3＝4(cm)

ア＝②＝4×2＝8(cm)

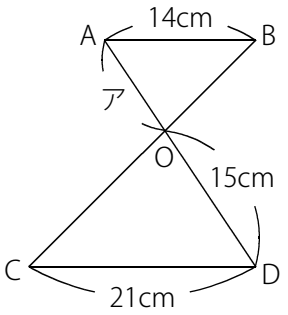
(C) 2014 min-san.com

例題と解説

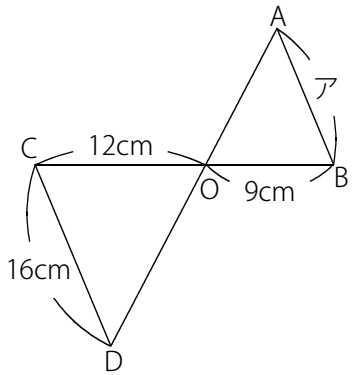
例題３

次の図でABとCDは平行です。それぞれの図のアの長さは何cmですか。

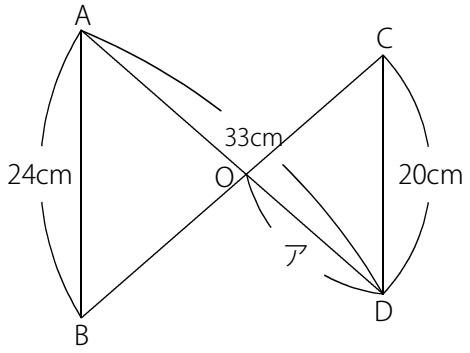
（１）



（２）



（３）



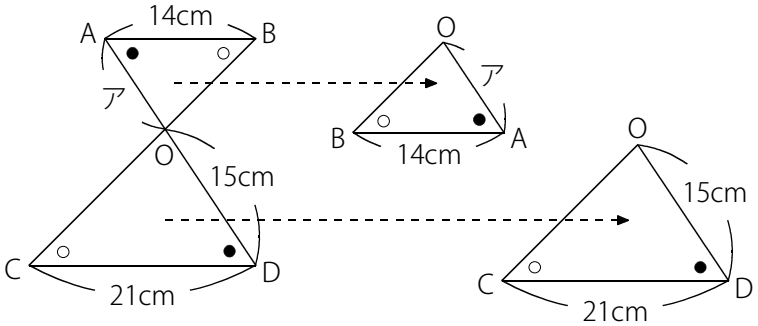
答え　（１）10cm（２）12cm（３）15cm

[例題３の解説]

（１）　ABとCDは平行なので錯角より（角OAB)＝(角ODC)，(角OBA)＝(角OCD）で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OBAと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

BA＝14(cm)，CD＝21(cm) なので 三角形OBAと三角形OCDの相似比は 14：21＝2：3

よって ア＝$15\times\frac{2}{3}$＝10(cm)



※右図のように対応する頂点をそろえると対応する辺の長さの比がわかりやすくなります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

（２）　ABとCDは平行なので錯角より (角OAB)＝(角ODC) , (角OBA)＝(角OCD) で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OBAと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

OB＝9(cm) , OC＝12(cm) なので 三角形OBAと三角形OCDの相似比は 9：12＝3：4

BAに対応する辺はCDなので ア＝16×$\frac{3}{4}$＝12(cm)

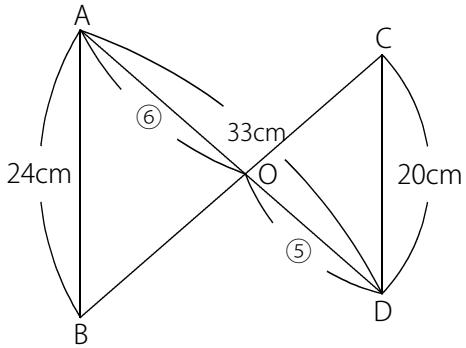
（３）　ABとCDは平行なので錯角より (角OAB)＝(角ODC) , (角OBA)＝(角OCD) で対応する2つの角がそれぞれ等しいので三角形OBAと三角形OCDは相似です。相似比を求めるために対応する辺の長さに着目します。

AB＝24(cm) , CD＝20(cm) なので 三角形OBAと三角形OCDの相似比は 24：20＝6：5

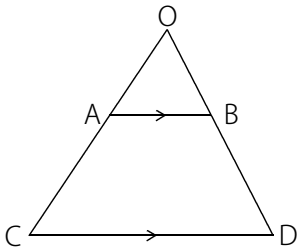
このとき OA＝⑥ , OD＝⑤ とすると AD＝⑥＋⑤＝⑪

AD＝⑪＝33(cm) なので ①＝33÷11＝3(cm)

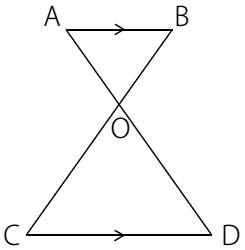
ア＝⑤＝3×5＝15(cm)



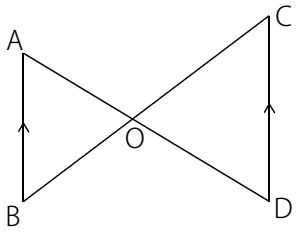
主な相似の形について整理しておきます。下図のABとCDは平行です。



ピラミッド型



砂時計型



チョウチョ型 (横向き砂時計型)

上図のような3つの型のとき三角形OABと三角形OCDは相似です。

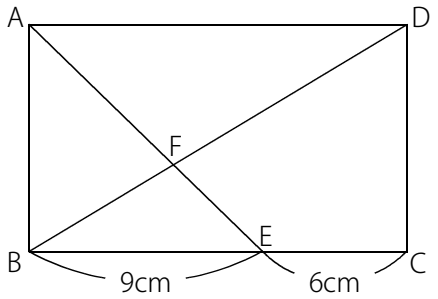
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

例題４

右図のような長方形ABCDがあります。 AF：FE を求めなさい。

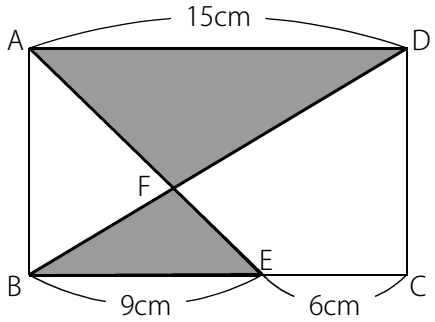


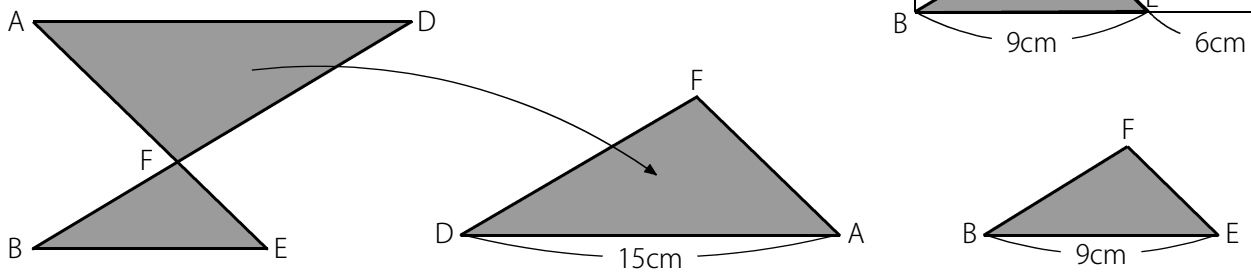
答え 5：3

[例題４の解説]

右図のピラミッド型に着目します。

ADとBEは平行なので三角形FADと三角形FEBは相似です。





DAとBEは対応しており DA：BE＝15：9＝5：3 なので三角形FADと三角形FEBの相似比は 5：3 です。

AFとFEは対応しているので AF：FE＝5：3

※ DF：FB も 5：3 です。

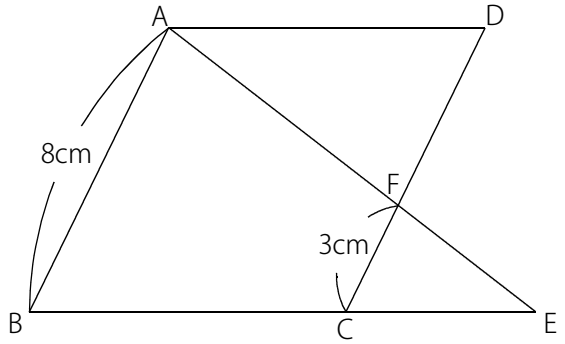
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

例題５

右図の四角形ABCDはひし形です。 CEの長さは何cmですか。



答え 4.8cm

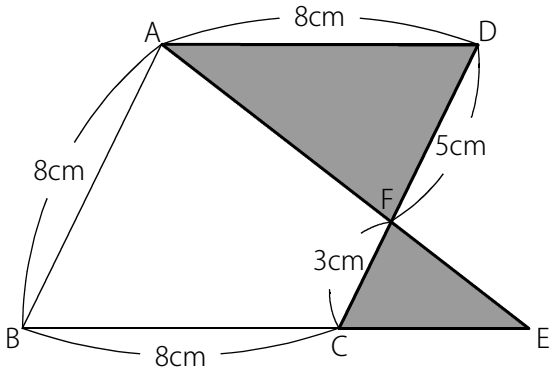
[例題５の解説]

四角形ABCDはひし形なので4つの辺の長さは同じです。

DF＝8－3＝5(cm) です。

右図のピラミッド型に着目します。

ADとCEは平行なので三角形FADと三角形FECは相似です。



DF：FC＝5：3 なので三角形FADと三角形FECの相似比は 5：3

よって AD：EC＝5：3 なので CE＝$8\times\frac{3}{5}$＝4.8(cm)

(C) 2014 min-san.com

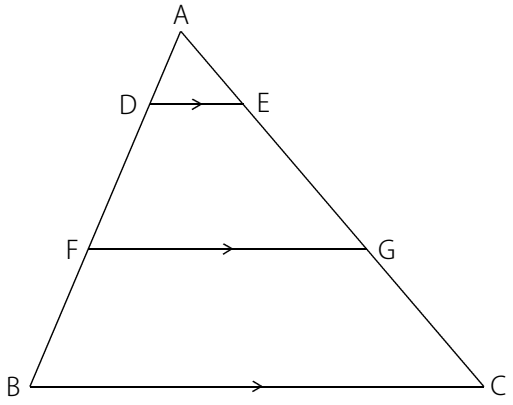
中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

例題６

右図のような三角形ABCがあります。AD：DF：FB＝1：2：2 です。
このとき次の問いに答えなさい。

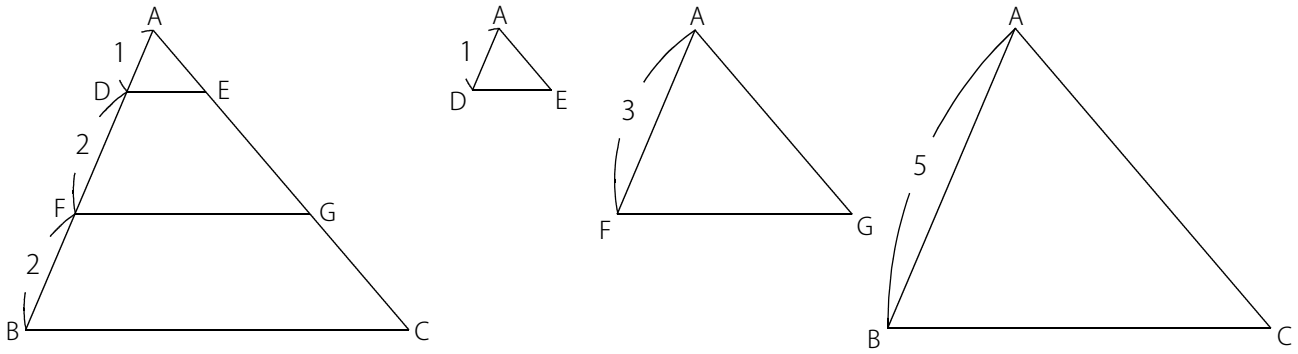
（1）　AE：EG：GC を求めなさい。
（2）　三角形ADEと三角形ABCの面積比を求めなさい。
（3）　三角形ADEと四角形DFGEと四角形FBCGの面積比を求めなさい。



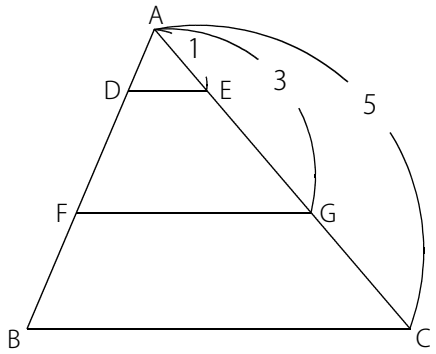
答え　（1）1：2：2（2）1：25（3）1：8：16

[例題６の解説]

（1）



三角形ADEと三角形AFGと三角形ABCは相似です。
対応する辺の長さの比は 1：(1＋2)：(1＋2＋2)＝1：3：5 なので
上図のようになります。
このとき AE：AG：AC も同じように 1：3：5 なので
AE＝1 とすると EG＝3－1＝2，GC＝5－3＝2 より
AE：EG：GC＝1：2：2



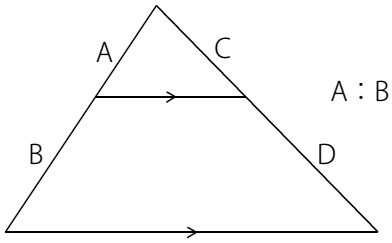
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

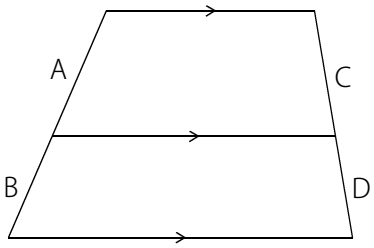
例題と解説

(別解)

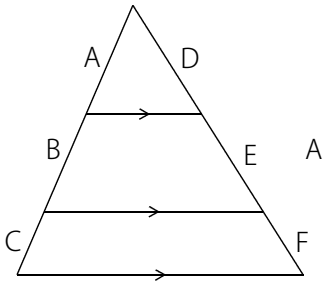
いくつかの平行な直線で分けてできる線分の比は下図のような関係になります。



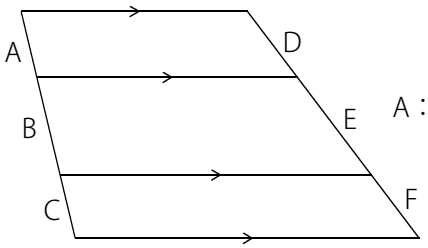
A：B＝C：D



A：B＝C：D



A：B：C＝D：E：F



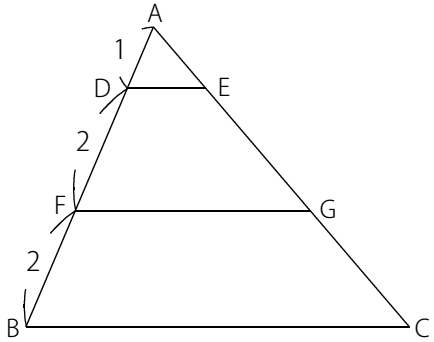
A：B：C＝D：E：F

これを**平行線と線分の比の関係**と呼ぶことにします。

※「線分」は直線をいくつかに分けてできる直線の1つです。

AD：DF：FB＝1：2：2 のとき平行線と線分の比の関係より

AE：EG：GC も 1：2：2 となります。

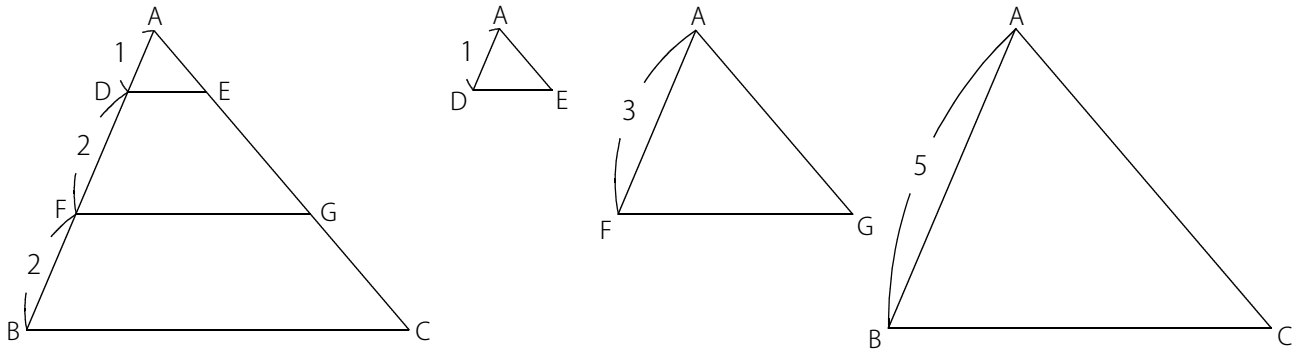


(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

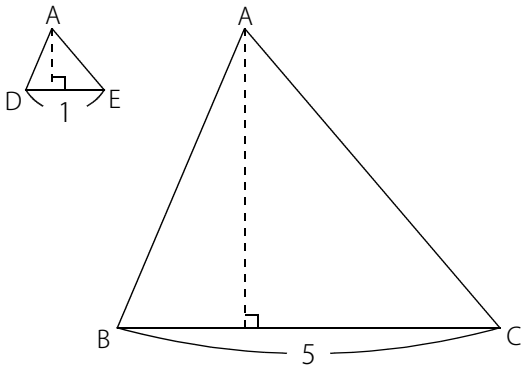
例題と解説

（2）



三角形ADEと三角形ABCは対応する辺の長さの比が 1：5 なので相似比は 1：5 です。

このとき右図のように底辺をそれぞれDE，BC とすると
高さも 1：5 になります。



三角形ABCの底辺は三角形ADEの底辺の長さの5倍
三角形ABCの高さは三角形ADEの高さの5倍
よって面積は 5×5＝25(倍) になります。

三角形ADEと三角形ABCの面積比は 1：25

(別解)

相似比が P：Q のとき面積比は (P×P)：(Q×Q) となります。

三角形ADEと三角形ABCの相似比は 1：5 なので面積比は (1×1)：(5×5)＝1：25

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

（３）　まず三角形ADEと三角形AFGの相似比と面積比を求めます。

三角形ADEと三角形AFGの相似比は 1：3 なので

三角形ADEと三角形AFGの面積比は (1×1)：(3×3)＝1：9 です。

(三角形ADEの面積)＝① とします。

このとき (三角形AFGの面積)＝①×9＝⑨

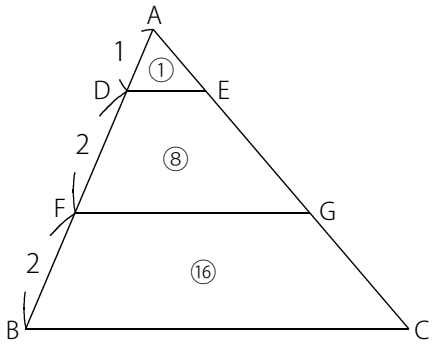
三角形ADEと三角形ABCの面積比は 1：25 なので

(三角形AFGの面積)＝①×25＝㉕

このとき右図のように

(四角形DFGEの面積)＝⑨－①＝⑧

(四角形FBCGの面積)＝㉕－⑨＝⑯ となります。



よって

三角形ADEと四角形DFGEと四角形FBCGの面積比は 1：8：16

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.19- 2　5年　相似比と面積比１
相似1

例題と解説

ポイントまとめ

・2つの三角形の形が同じ場合は、2つの三角形は相似(そうじ)です。

・特に、2つの三角形の形も大きさも同じ場合は、2つの三角形は合同(ごうどう)です。

・回したり、ひっくり返したりしても、形が同じであれば相似、形も大きさも同じであれば合同です。

・三角形の相似条件

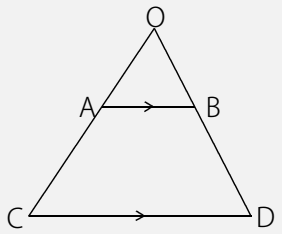
条件1　(対応する)2つの角がそれぞれ等しい。

条件2　(対応する)3辺の長さの比がすべて等しい。

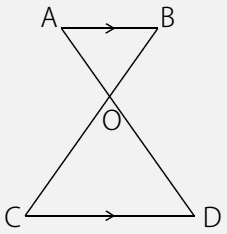
・対応する辺の長さの比を相似比(そうじひ)といいます。

・面積の比を面積比(めんせきひ)といいます。

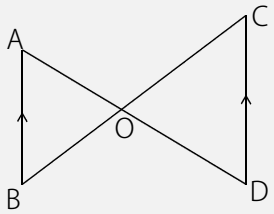
・下図のような3つの型のとき三角形OABと三角形OCDは相似です。



ピラミッド型

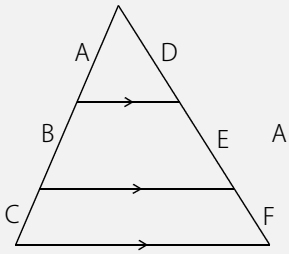


砂時計型

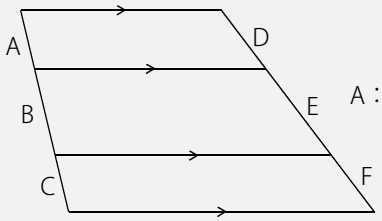


チョウチョ型 (横向き砂時計型)

・平行線と線分の比の関係



A：B：C＝D：E：F



A：B：C＝D：E：F

・相似比が P：Q のとき面積比は (P×P)：(Q×Q) となります。

(C) 2014 min-san.com