中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

例題１

次の表１～３はともなって変わる2つの数 x（えっくす） と y（わい） の関係を表しています。

表１

x	1	2	3	4	…
y	2	4	6	8	…

表２

x	1	2	3	4	…
y	60	30	20	15	…

表３

x	1	2	3	4	…
y	1	4	9	16	…

表１～３のそれぞれについて x と y の関係を「 $y=$ 」の形の式で表しなさい。

答え 表１ $y=2\times x$　表２ $y=60\div x$　表３ $y=x\times x$

[例題１の解説]

右の表Aはともなって変わる2つの数 x と y の関係を表しています。

表A

x	3	6	9	12	…
y	4	8	12	16	…

x と y がどのように変化しているかに着目します。

x が3の2倍の6になると、y も4の2倍の8になっています。

x が3の3倍の9になると、y も4の3倍の12になっています。

つまり x が○倍になると、y も○倍になっていることがわかります。

このように一方が○倍になると、もう一方も○倍になるような関係を**正比例**（せいひれい）といいます。

正比例では2つの数 x と y の比が一定です。つまり **x に対する y の比の値は一定**です。

表Aの場合では x と y の比が 3：4 で、y は x の$\frac{4}{3}$倍 ($1\frac{1}{3}$倍) になっています。

x と y の関係を「 $y=$ 」の形の式にすると $y=\frac{4}{3}\times x$ となります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

右の表Bはともなって変わる2つの数 x と y の関係を表しています。
x と y がどのように変化しているかに着目します。

表B

x	1	2	4	5	…
y	80	40	20	16	…

x が1の2倍の2になると、y は80の$\frac{1}{2}$倍の40になっています。

x が1の4倍の4になると、y は80の$\frac{1}{4}$倍の20になっています。

つまり x が○倍になると、y は$\frac{1}{○}$倍になっていることがわかります。

このように一方が○倍になると、もう一方は$\frac{1}{○}$倍になるような関係を**反比例**（はんぴれい）といいます。

反比例では2つの数 x と y の積が一定です。つまり $x \times y$ **は一定**です。

表Bの場合では x と y の積80です。
$x \times y = 80$ なので x と y の関係を「 $y =$ 」の形の式にすると $y = 80 \div x$ となります。

正比例と反比例の例をあげておきます。

正比例　…　1個50円のクッキーを x 個買ったときの合計代金 y 円　　(合計代金＝値段×個数)
　　…　底面積 $x$cm^{2}で高さ12cmの円柱の体積 $y$cm^3　(体積＝底面積×高さ)

反比例　…　120問のテキストを毎日 x 問ずつ解いた場合の解き終えるまでにかかる日数 y 日
(日数＝総問題数÷1日に解く問題数)
　　…　2000mはなれたPQ間を分速 xmで進むときにかかる時間 y 分　　(時間＝距離÷速さ)

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

表１は x が○倍になると y も○倍になっているので正比例の関係です。
またyはつねに x の2倍になっているので式は y ＝2× x となります。

表１

x	1	2	3	4	…
y	2	4	6	8	…

表２は x が○倍になると y は $\frac{1}{○}$ 倍になっているので反比例の関係です。
また $x \times y$ はつねに60になっているので式は y ＝60÷ x となります。

表２

x	1	2	3	4	…
y	60	30	20	15	…

表３は x が2倍になると y は4倍に、x が3倍になると y は9倍になっています。
x と y の比が一定ではなく、x と y の積も一定ではありません。
よって**正比例でも反比例でもありません。**
式で表すと $y = x \times x$ となっています。

表３

x	1	2	3	4	…
y	1	4	9	16	…

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

例題２

次の□にあてはまる数を求めなさい。

（1）x と y は正比例の関係にあります。x が2のとき y は3です。x が9のとき y は□です。

（2）x と y は正比例の関係にあります。x が$\frac{3}{7}$倍になると、y は□倍になります。

（3）x と y は反比例の関係にあります。x が5のとき y は24です。x が12のとき y は□です。

（4）x と y は反比例の関係にあります。x が25%増えると、y は□%減ります。

答え　（1）13.5（2）$\frac{3}{7}$（3）10（4）20

[例題２の解説]

（1）　x と y は正比例の関係なので $x:y$ はつねに一定です。
$x=2$ のとき $y=3$ なので $x:y=2:3$ であることがわかります。
$x=9$ のとき、比例式は 2：3＝9：□ となります。
(内項の積)＝(外項の積) より 3×9＝2×□ なので □＝27÷2＝13.5

（2）　正比例のとき x が○倍になると y も○倍になります。よって x が$\frac{3}{7}$倍になると、y も$\frac{3}{7}$倍になるので □＝$\frac{3}{7}$

（3）　反比例のとき $x\times y$ はつねに一定です。x が5のとき y は24なので $x\times y=5\times24=120$
x が12のとき $y=120\div12=10$ より □＝10

（4）　反比例のとき $x\times y$ はつねに一定なので $x=1$，$y=1$，$x\times y=1$ として考えます。
x が25%増えるということは x が1.25倍になるということなので $x=1.25$ となります。
このとき $y=1\div1.25=0.8$ となります。つまり y は1の0.8倍(80%)になっているので、減ったのは20%です。
よって □＝20

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題３

次のア～オについて、x と y が正比例の関係にあるものには○、反比例の関係にあるものには×、どちらでもないものには△をつけなさい。

(ア)　面積が一定である長方形の横の長さ $x$cmと縦の長さ $y$cm

(イ)　高さが一定である三角形の底辺の長さ $x$cmと面積 $y$cm^2

(ウ)　面積と高さが一定である台形の上底の長さ $x$cmと下底の長さ $y$cm

(エ)　面積が一定であるひし形の2本の対角線の長さ $x$cmと $y$cm

(オ)　高さが一定である円柱の底面の半径 $x$cmと体積 $y$cm^3

答え (ア) × (イ) ○ (ウ) △ (エ) × (オ) △

[例題３の解説]

x と y について、正比例では $y=■\times x$，反比例では $y=■\div x$ （ または $y=\frac{■}{x}$ ） という式の形になります。

（ア）　長方形の面積が一定なので (横 x)×(縦 y) も一定です。よって反比例なので ×

(面積)＝□cm^2 とすると $y=□\div x$

（イ）　三角形の高さが一定なので底辺 x が2倍になると面積 y も2倍になります。よって正比例なので ○

(高さ)＝□cm とすると $y=□\times x\times\frac{1}{2}=\frac{□}{2}\times x$

（ウ）　台形の面積と高さが一定なので (上底 x)＋(下底 y) は一定です。

この場合は正比例でも反比例でもありません。よって △

(上底＋下底)＝□cm とすると $y=□-x$

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

（エ）　(ひし形の面積)＝(対角線)×(対角線)÷2

ひし形の面積が一定なので (対角線 x)×(対角線 y) も一定です。よって反比例なので ×

(面積)＝□cm^2 とすると y ＝2×□÷ x

（オ）　(円柱の体積)＝(底面積)×(高さ)

(高さ)＝□cm として試してみましょう。

(半径 x)＝2cm のとき (体積 y)＝3.14×4×□

(半径 x)＝4cm のとき (体積 y)＝3.14×16×□

底面の半径 x が2倍になると底面積は4倍になるので体積 y も4倍になります。

同じように底面の半径 x が3倍になると底面積は9倍になるので体積 y も9倍になります。

この場合は正比例でも反比例でもありません。よって △

(高さ)＝□cm とすると y ＝ x × x ×(円周率)×□

※正比例か反比例かわかりづらい場合は実際の数をあてはめて計算してみましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

例題４

右の表はあるばねにおもりをつるしたときの、おもりの重さとばねの長さの関係を表したものです。
このとき次の問いに答えなさい。ただし、ばねののびの長さとおもりの重さは比例するものとします。

（１）　おもりをつるしていないときのばねの長さは何cmですか。
（２）　60gのおもりをつるしたときのばねの長さは何cmですか。

おもりの重さ(g)	10	20	30	40
ばねの長さ(cm)	29.2	30.4	31.6	32.8

答え　（１）28cm（２）35.2cm

[例題４の解説]

（１）　右の表のようにおもりが10g増えるごとにばねの長さは
1.2cmずつ長くなっています。

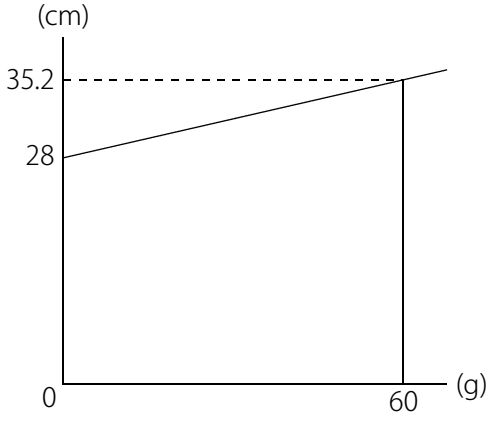
おもりの重さ(g)	10	20	30	40
ばねの長さ(cm)	29.2	30.4	31.6	32.8

1.2cm　1.2cm　1.2cm

10gのおもりをつるして29.2cmになっているので
おもりをつるしていないときのばねの長さは 29.2－1.2＝28(cm)

（２）　おもりをつるしていないときのばねの長さが28cmで、そこに60gのおもりをつるします。
10gで1.2cmのびるので、60gの場合は 1.2×6＝7.2(cm) のびます。
よって60gのおもりをつるしたときのばねの長さは 28＋7.2＝35.2(cm)

ばねの長さとおもりの重さの関係をグラフで表すと
右図のようになります。



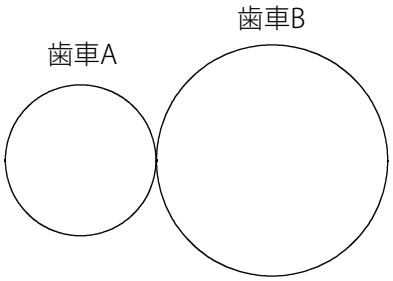
※ばねののびの長さとおもりの重さが正比例の関係になっています。
ばねの長さとおもりの重さは正比例の関係ではありません。
おもりの重さが2倍になってもばねの長さは2倍になっていないことに注意しましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題５

右図のように2つの歯車AとBがかみ合っていて、歯車Aが15回転すると、歯車Bは10回転します。歯車Aの歯の数が40個のとき、歯車Bの歯の数は何個ですか。



答え　60個

[例題５の解説]

歯車Aの歯の数は40個なので1回転すると歯が40個分だけ回ります。

15回転すると　40×15＝600(個分)　の歯が回ります。

かみ合っているので、歯車Aが600個分回ると、歯車Bも600個分回ります。

歯が600個分回って、歯車Bは10回転したので、歯車Bの歯の数は　600÷10＝60(個)　であることがわかります。

歯車Aの歯の数と回転数が一定であれば、回る歯の数は600個で一定です。

このとき歯車Bは10回転したので　(歯車Bの歯の数)＝600÷10＝60(個)　と求めることができました。

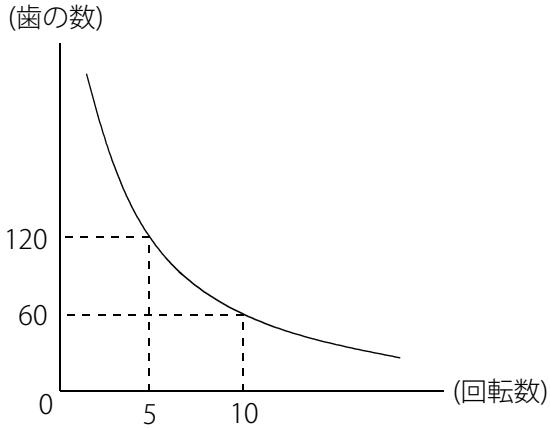
仮に歯車Bが5回転したのであれば　(歯車Bの歯の数)＝600÷5＝120(個)　となります。

つまり歯車Aの回る歯の数が一定であれば、

歯車Bの　(回転数)×(歯の数)　は一定なので回転数と歯の数は反比例です。

歯車Bの回転数と歯の数をグラフで表すと右図のようになります。

反比例のグラフは右図のように曲線になります。



(C) 2014 min-san.com

(別解)

歯車Aと歯車Bはかみ合っているので

(歯車Aの歯の数)×(歯車Aの回転数)＝(歯車Bの歯の数)×(歯車Bの回転数)

この式を比例式にすると (歯車Aの歯の数)：(歯車Bの歯の数)＝(歯車Bの回転数)：(歯車Aの回転数)

よって歯の数と回転数は逆比になっていることがわかります。

(歯車Aの回転数)＝15 , (歯車Bの回転数)＝10 なので (歯車Aの歯の数)：(歯車Bの歯の数)＝10：15

簡単にすると (歯車Aの歯の数)：(歯車Bの歯の数)＝2：3

※ 回転数が 3：2 なので、歯の数は逆比の 2：3 となっています。

(歯車Aの歯の数)＝40 より 40：(歯車Bの歯の数)＝2：3

よって (歯車Bの歯の数)＝$40\times\frac{3}{2}$＝60(個)

※歯車がかみ合っている場合は回転数の比と歯の数の比が逆比の関係になります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.18- 1　5年　割合と比４
正比例と反比例1

例題と解説

ポイントまとめ

・一方が○倍になると、もう一方も○倍になるような関係を正比例（せいひれい）といいます。

・正比例では2つの数 x と y の比が一定です。つまり x に対する y の比の値は一定です。

・一方が○倍になると、もう一方は $\frac{1}{○}$ 倍になるような関係を反比例（はんぴれい）といいます。

・反比例では2つの数 x と y の積が一定です。つまり $x \times y$ は一定です。

・ばねののびの長さとおもりの重さが正比例の関係になっています。

・ばねの長さとおもりの重さは正比例の関係ではありません。

・歯車がかみ合っている場合は回転数の比と歯の数の比が逆比の関係になります。

(C) 2014 min-san.com