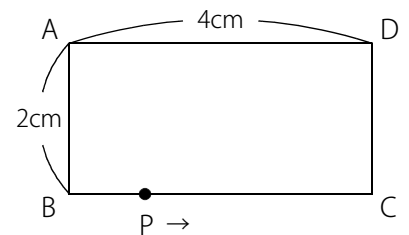




例題と解説

例題1

右図のような長方形ABCDがあり、点PはBを出発して秒速1cmで $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順にAまで進みます。このときの三角形ABPの面積と出発してからの時間を下の表に整理します。空らんをすべてうめなさい。



出発してからの時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
三角形ABPの面積 (cm ²)											

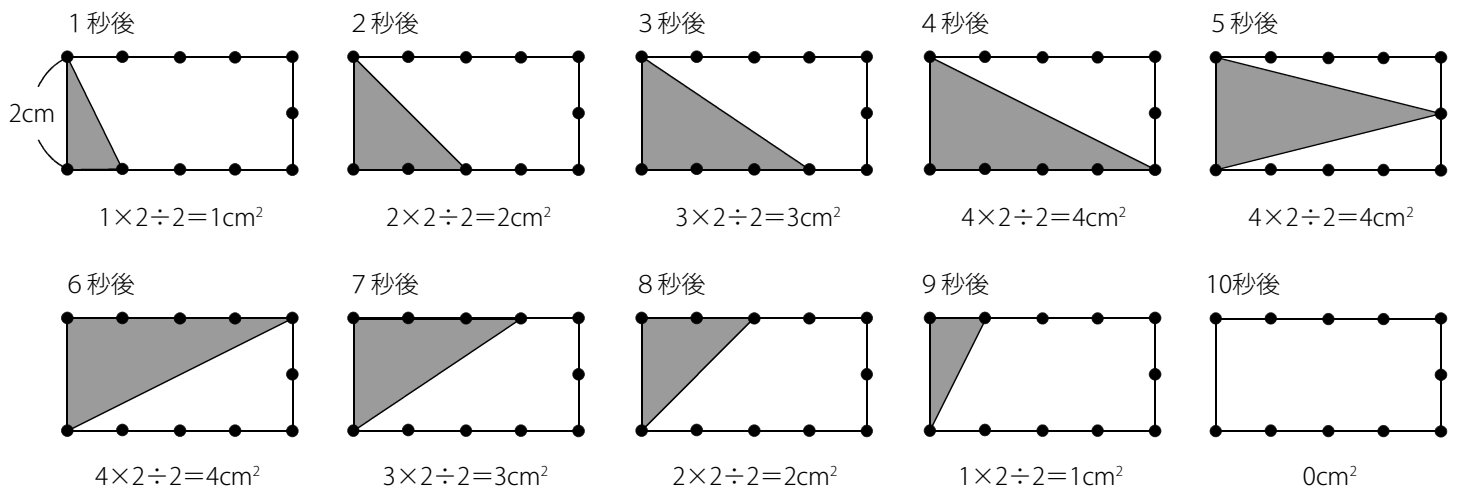
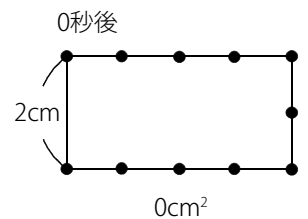
答え 省略

[例題1の解説]

(三角形の面積)=(底辺)×(高さ)÷2

点Pは1秒で1cmずつ進むので、右図のように長方形ABCDの辺を1cmごとに分けて考えます。

0秒のときの三角形ABPの面積は0cm²で、その後は1秒ごとに下図のように面積が変化します。





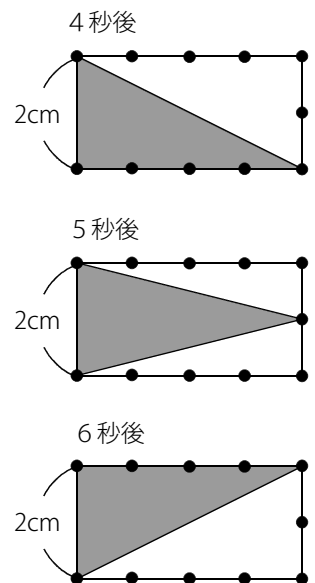
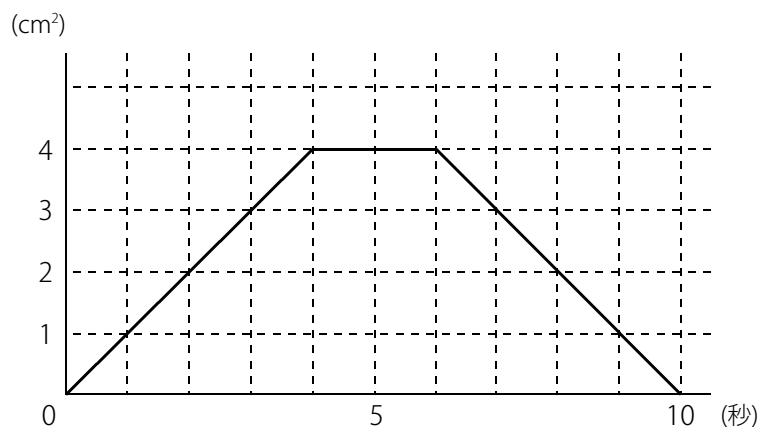
例題と解説

面積の変化を表に整理すると次のようになります。

出発してから時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
三角形ABPの面積 (cm ²)	0	1	2	3	4	4	4	3	2	1	0

4秒後、5秒後、6秒後は右図のように底辺を2cmと考えると高さが等しいので面積も同じです。
つまり4秒後から6秒後までは面積が一定になっていることがわかります。

出発後の時間と面積の関係をグラフで表すと下図のようになります。



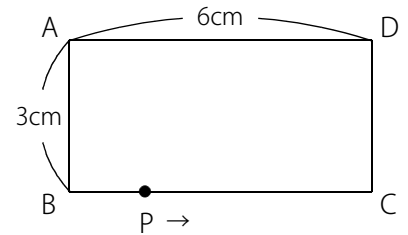
※ 底辺と高さをいろいろな方向から着目できるようにしておきましょう。



例題と解説

例題2

右図のような長方形ABCDがあり、点PはBを出発して秒速1cmで $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順にAまで進みます。このとき次の問いに答えなさい。

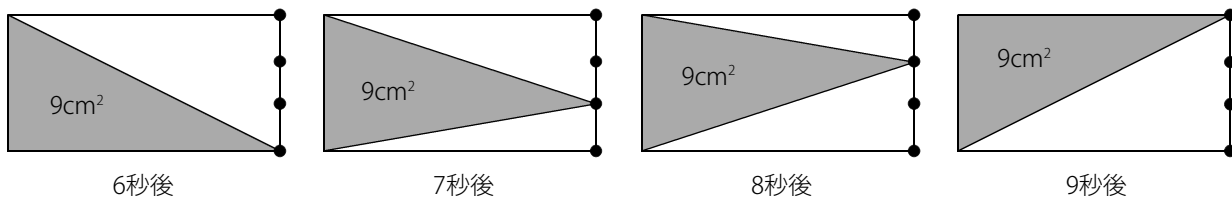


- (1) 三角形ABPの面積が一定なのは出発して何秒後から何秒後までですか。
- (2) 三角形ABPの面積がはじめて 6cm^2 になるのは出発してから何秒後ですか。
- (3) 三角形ABPの面積が長方形ABCDの面積の $\frac{1}{4}$ になるのは出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

答え (1) 6秒後から9秒後 (2) 4秒後 (3) 3秒後, 12秒後

[例題2の解説]

- (1) 点Pが出発して6秒後にCに着いてから、その3秒後にDに着くまでは面積が $3 \times 6 \div 2 = 9(\text{cm}^2)$ で一定です。



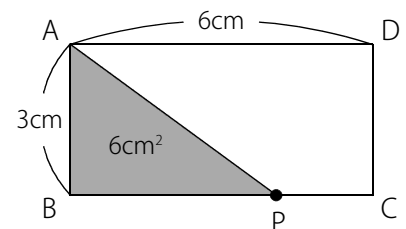
よって面積が一定なのは6秒後から9秒後までだということがわかります。

- (2) 三角形ABPの面積がはじめて 6cm^2 になるのは右図のときです。

$$BP \times 3 \div 2 = 6(\text{cm}^2) \text{ より } BP \times 3 = 12(\text{cm}^2)$$

$$\text{よって } BP = 4(\text{cm})$$

点Pの速さは秒速1cmなので $4 \div 1 = 4(\text{秒後})$





例題と解説

- (3) 長方形ABCDの面積の $\frac{1}{4}$ は $3 \times 6 \times \frac{1}{4} = 4.5(\text{cm}^2)$ なので

三角形ABPの面積が 4.5cm^2 になるときが何秒後かを求めます

$$BP \times 3 \div 2 = 4.5(\text{cm}^2) \text{ となるので } BP = 3(\text{cm})$$

1回目に三角形ABPの面積が 4.5cm^2 になるのは右図のときです。

よって1回目は $3 \div 1 = 3(\text{秒後})$

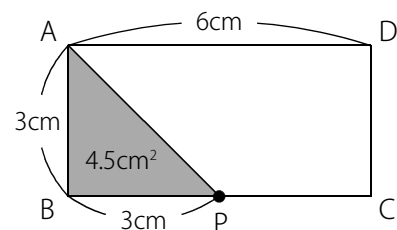
次に、右図のように $AP \times 3 \div 2 = 4.5(\text{cm}^2)$ となるときが2回目です。

このとき $AP = 3(\text{cm})$ で点Pは出発してから $6 + 3 + 3 = 12(\text{cm})$

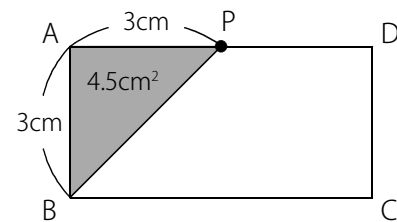
よって2回目は $12 \div 1 = 12(\text{秒後})$

三角形ABPの面積が長方形ABCDの面積の $\frac{1}{4}$ になるのは、3秒後と12秒後

1回目



2回目





例題と解説

例題3

図1のような長方形ABCDがあり、点PはBを出発して秒速2cmで $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順にAまで進みます。このときの三角形ABPの面積と出発してから時間のグラフが図2です。次の問いに答えなさい。

図1

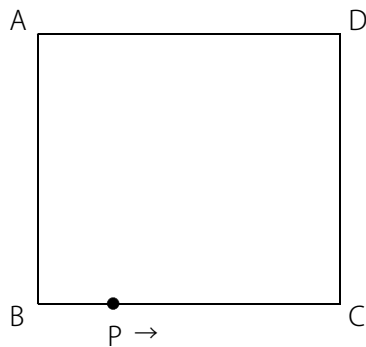
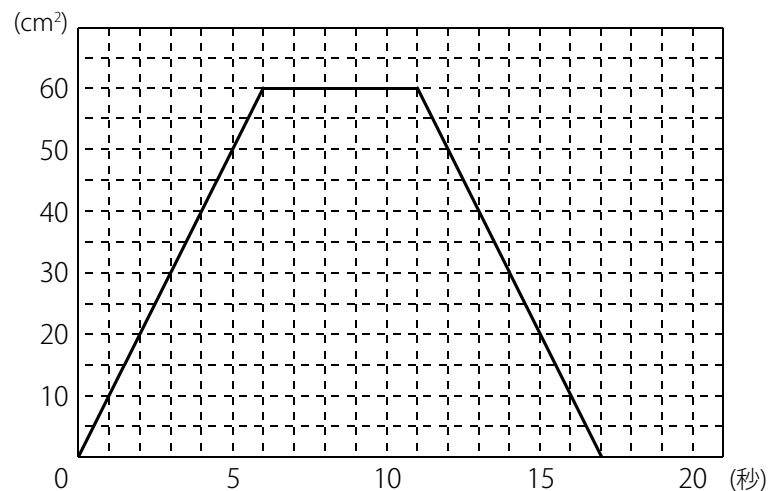


図2



- (1) ABとBCの長さはそれぞれ何cmですか。
- (2) 三角形ABPの面積が 25cm^2 になるのは出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。
- (3) 三角形ABPの面積が長方形ABCDの面積の $\frac{3}{8}$ になるのは出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

答え (1) $AB=10\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$ (2) 2.5秒後 , 14.5秒後 (3) 4.5秒後 , 12.5秒後

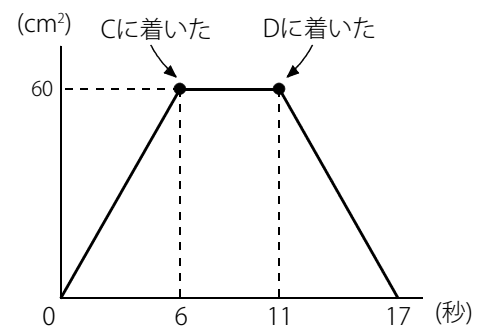
[例題3の解説]

- (1) Pは1秒で2cm進みます。

グラフよりPは出発の6秒後にCに着くので $BC=2 \times 6=12(\text{cm})$

CからDまでに $11-6=5(\text{秒})$ かかっているのだから $CD=2 \times 5=10(\text{cm})$

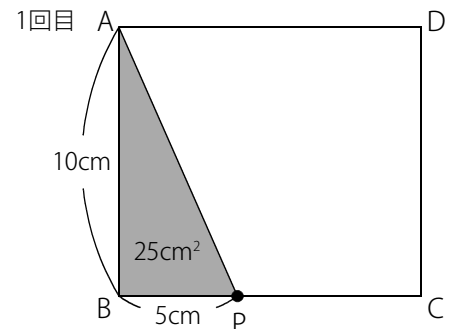
$CD=AB$ より $AB=10(\text{cm})$



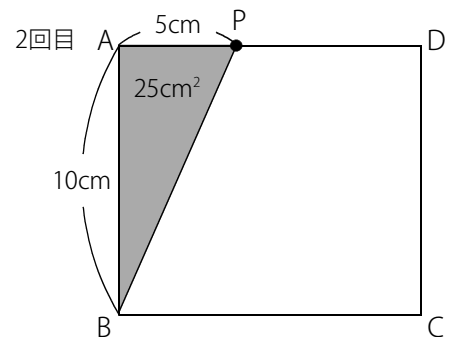


例題と解説

- (2) 1回目に三角形ABPの面積が 25cm^2 になるのは
 $BP \times 10 \div 2 = 25(\text{cm}^2)$ より $BP = 5(\text{cm})$ のときです。
 よって $5 \div 2 = 2.5(\text{秒後})$

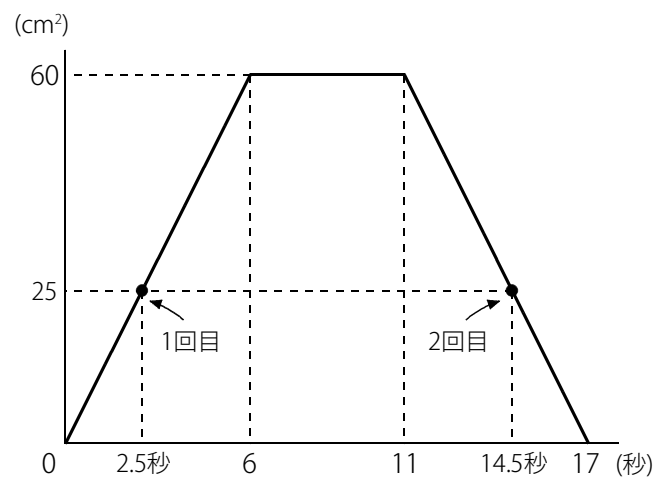


2回目に三角形ABPの面積が 25cm^2 になるのは
 $AP \times 10 \div 2 = 25(\text{cm}^2)$ より $AP = 5(\text{cm})$ のときです。
 このときPは $12 + 10 + (12 - 5) = 29(\text{cm})$ 進んでいます。
 よって $29 \div 2 = 14.5(\text{秒後})$



よって三角形ABPの面積が 25cm^2 になるのは
 出発してから2.5秒後と14.5秒後

グラフで確認すると右図のように 25cm^2 になるときが
 2回あることがわかります。

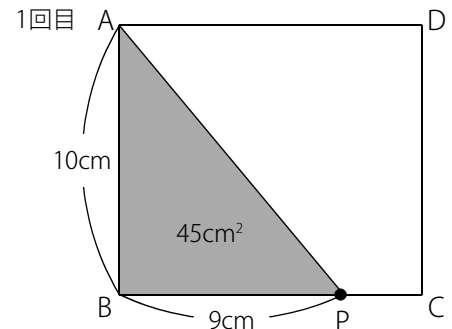




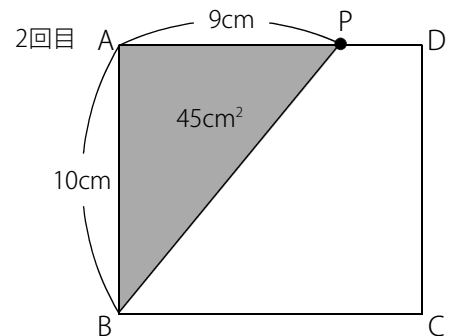
例題と解説

- (3) 長方形ABCDの面積の $\frac{3}{8}$ は $12 \times 10 \times \frac{3}{8} = 45(\text{cm}^2)$ なので三角形ABPの面積が 45cm^2 になるときを求めます。

1回目に三角形ABPの面積が 45cm^2 になるのは
 $BP \times 10 \div 2 = 45(\text{cm}^2)$ より $BP = 9(\text{cm})$ のときです。
 よって $9 \div 2 = 4.5(\text{秒後})$

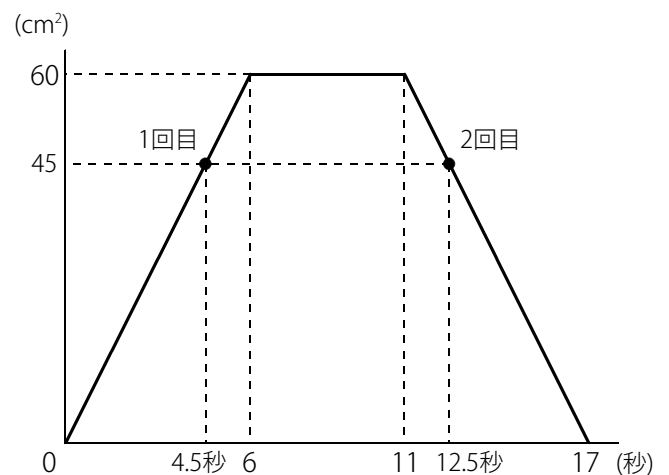


2回目に三角形ABPの面積が 45cm^2 になるのは
 $AP \times 10 \div 2 = 45(\text{cm}^2)$ より $AP = 9(\text{cm})$ のときです。
 このときPは $12 + 10 + (12 - 9) = 25(\text{cm})$ 進んでいます。
 よって $25 \div 2 = 12.5(\text{秒後})$



よって三角形ABPの面積が 45cm^2 になるのは
 出発してから4.5秒後と12.5秒後

グラフで確認すると右図のように 45cm^2 になるときが
 2回あることがわかります。



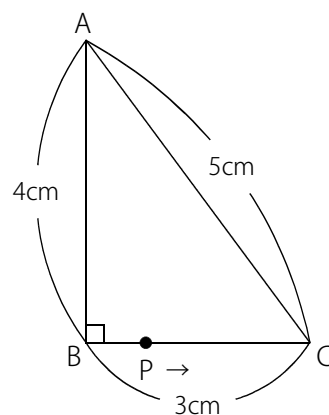


例題と解説

例題4

右図のような直角三角形ABCがあり、点PはBを出発して秒速1cmで $B \rightarrow C \rightarrow A$ の順にAまで進みます。このときの三角形ABPの面積と出発してからの時間を下の表に整理します。空らんをすべてうめなさい。

出発してからの時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
三角形ABPの面積 (cm ²)									

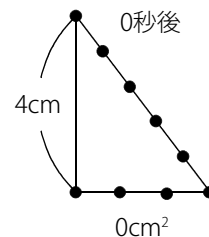
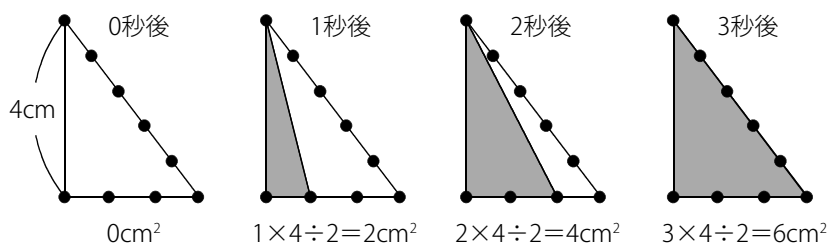


答え 省略

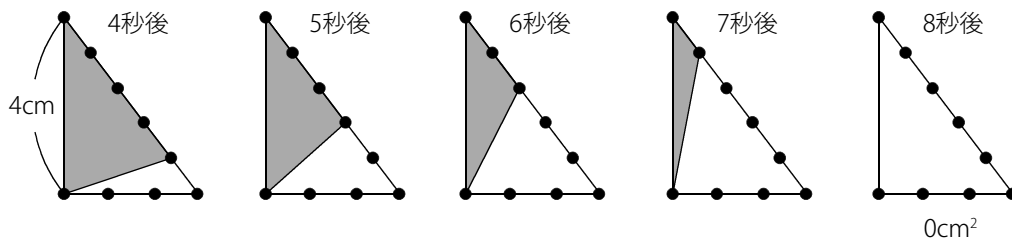
[例題4の解説]

点Pは1秒で1cmずつ進むので、右図のように三角形ABCの辺を1cmごとに分けて考えます。

3秒後まで



4秒後から8秒後まで



4秒後から7秒後までの三角形ABPの面積を求めます。

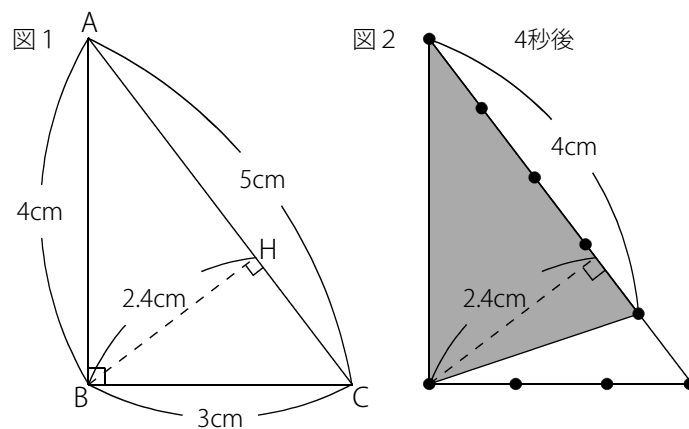


例題と解説

右図1のように直角三角形ABCの斜^{しやへん}辺(辺AC)を底辺とすると
高さはBHです。三角形ABCの面積は $3 \times 4 \div 2 = 6(\text{cm}^2)$ なので
 $5 \times BH \div 2 = 6(\text{cm}^2)$ となります。

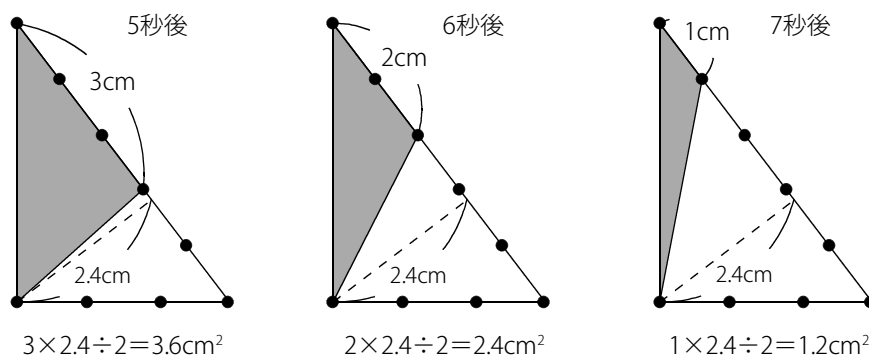
よって $BH = 6 \times 2 \div 5 = 2.4(\text{cm})$

AC側を底辺としたときの高さが2.4cmであることがわかります。



このとき図2のように4秒後の場合は (三角形ABPの面積) $= 4 \times 2.4 \div 2 = 4.8(\text{cm}^2)$

同じように5秒後から7秒後までは次のようになります。



面積の変化を表に整理すると次のようになります。

出発してから時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
三角形ABPの面積 (cm ²)	0	2	4	6	4.8	3.6	2.4	1.2	0



例題と解説

斜辺を底辺とした場合の高さを求めなくても、4秒後から7秒後までの三角形ABPの面積を求めることができます。

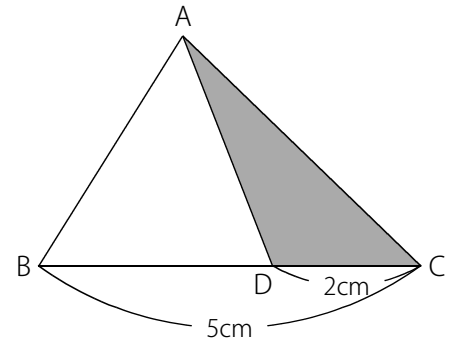
例えば右図のような三角形ABCと三角形ADCは互いに高さの等しい三角形です。

このとき

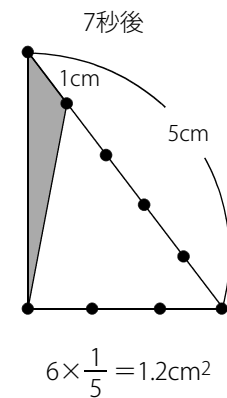
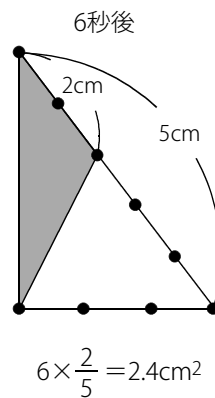
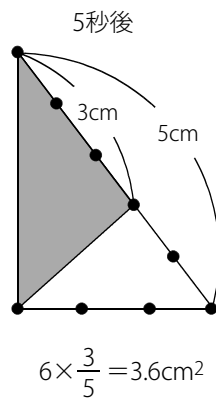
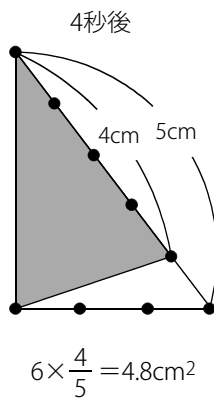
$$(\text{三角形ABCの面積}) = 5 \times (\text{高さ}) \div 2$$

$$(\text{三角形ADCの面積}) = 2 \times (\text{高さ}) \div 2$$

よって $(\text{三角形ADCの面積}) = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{2}{5}$ となります。



この考え方を利用すると4秒後から7秒後までの三角形ABPの面積は次のように求めることができます。



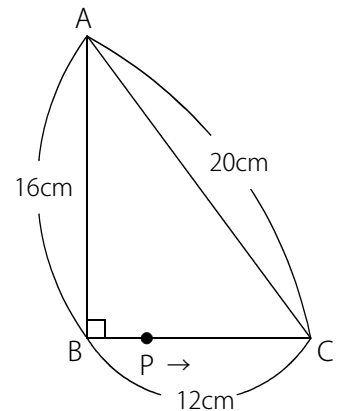


例題と解説

例題5

右図のような直角三角形ABCがあり、点PはBを出発して秒速2cmで $B \rightarrow C \rightarrow A$ の順にAまで進みます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 出発してから4秒後の三角形ABPの面積を求めなさい。
- (2) 出発してから7秒後の三角形ABPの面積を求めなさい。
- (3) 三角形ABPの面積が三角形ABCの面積の $\frac{3}{4}$ になるのは出発してから何秒後ですか。すべて求めなさい。

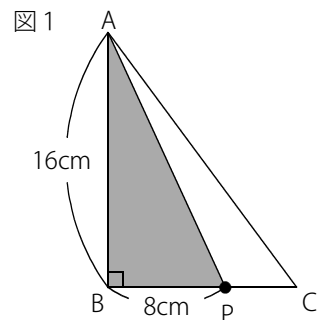


答え (1) 64cm^2 (2) 86.4cm^2 (3) 4.5秒後, 8.5秒後

[例題5の解説]

- (1) Pは1秒で2cm進むので4秒後は右図のようになります。

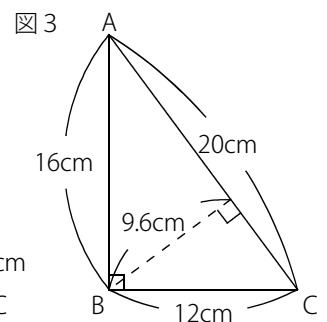
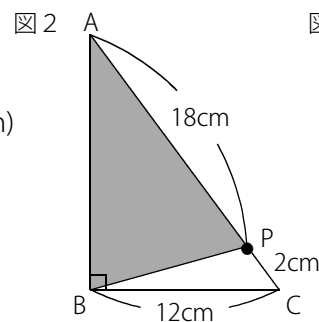
$$(\text{三角形ABPの面積}) = 8 \times 16 \div 2 = 64(\text{cm}^2)$$



- (2) Pは7秒で $2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 進むので図2のようになります。

(三角形ABCの面積) $= 12 \times 16 \div 2 = 96(\text{cm}^2)$ なので
底辺をAC側としたときの高さは図3のように $96 \times 2 \div 20 = 9.6(\text{cm})$

よって7秒後の (三角形ABPの面積) $= 18 \times 9.6 \div 2 = 86.4(\text{cm}^2)$



※ (7秒後の三角形ABPの面積)

$$= (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{18}{20} = 96 \times \frac{9}{10} = 86.4(\text{cm}^2) \text{ と求めることもできます。}$$



例題と解説

(3) $(\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{3}{4} = 96 \times \frac{3}{4} = 72(\text{cm}^2)$

三角形ABPの面積が 72cm^2 になるときを考えます。

1回目は右図のようにPがBC上にあるときです。

このとき $BP = 72 \times 2 \div 16 = 9(\text{cm})$ なので

出発してから $9 \div 2 = 4.5(\text{秒後})$

※ $BP = 12 \times \frac{3}{4} = 9(\text{cm})$ と求めることもできます。

2回目は右図のようにPがAC上にあるときです。

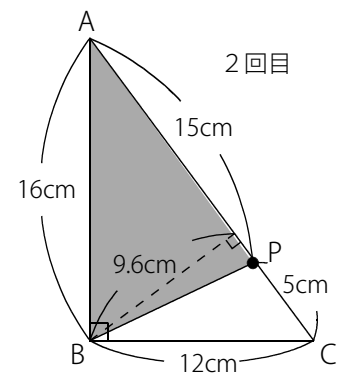
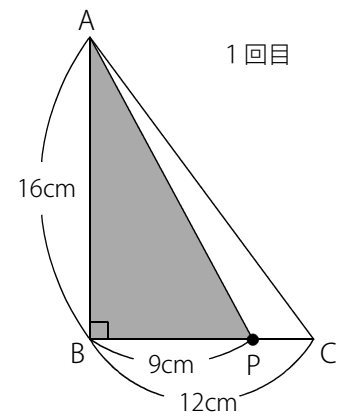
このとき $AP = 72 \times 2 \div 9.6 = 15(\text{cm})$ なので $CP = 20 - 15 = 5(\text{cm})$

よって出発してから $(12 + 5) \div 2 = 8.5(\text{秒後})$

※ $AP = 20 \times \frac{3}{4} = 15(\text{cm})$ と求めることもできます。

三角形ABPの面積が三角形ABCの面積の $\frac{3}{4}$ になるのは

出発してから4.5秒後と8.5秒後



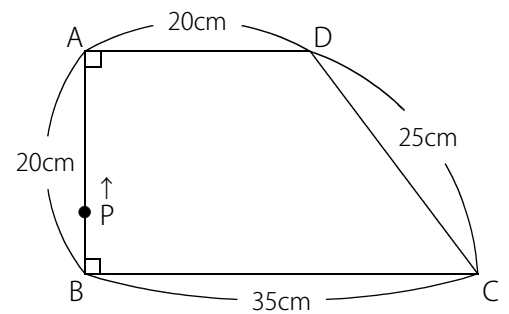


例題と解説

例題6

右図のような台形ABCDがあり、点PはBを出発して秒速5cmで $B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$ の順にCまで進みます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 出発してから3秒後の三角形BCPの面積を求めなさい。
- (2) 出発してから5秒後の三角形BCPの面積を求めなさい。
- (3) 出発してから11秒後の三角形BCPの面積を求めなさい。
- (4) 三角形BCPの面積が 140cm^2 になるのは出発してから何秒後ですか。
すべて求めなさい。

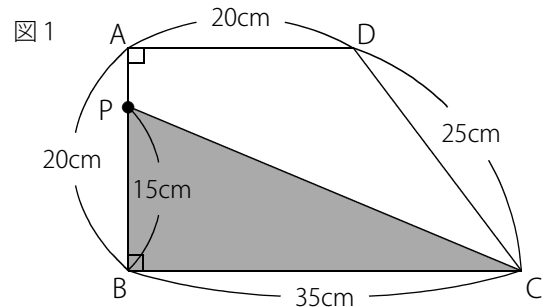


答え (1) 262.5cm^2 (2) 350cm^2 (3) 140cm^2 (4) 1.6秒後, 11秒後

[例題6の解説]

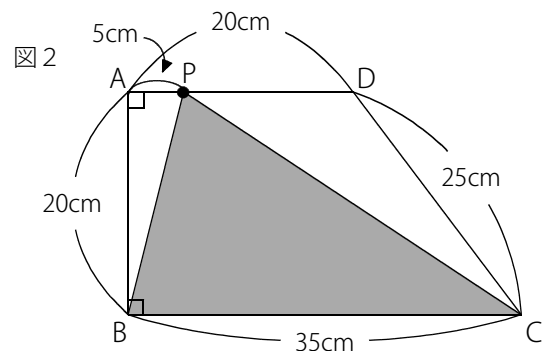
- (1) 3秒後の三角形BCPは右図1のようになります。

$$(\text{三角形BCPの面積}) = 35 \times 15 \div 2 = 262.5(\text{cm}^2)$$



- (2) 5秒後の三角形BCPは右図2のようになります。

$$(\text{三角形BCPの面積}) = 35 \times 20 \div 2 = 350(\text{cm}^2)$$



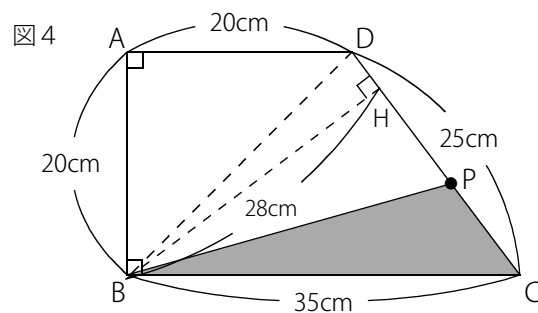
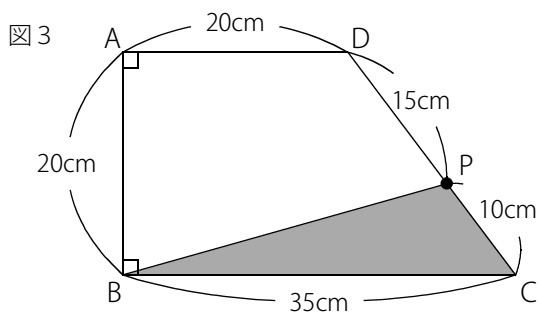


例題と解説

- (3) 11秒でPは $5 \times 11 = 55(\text{cm})$ 進むので11秒後の三角形BCPは下図3のようになります。

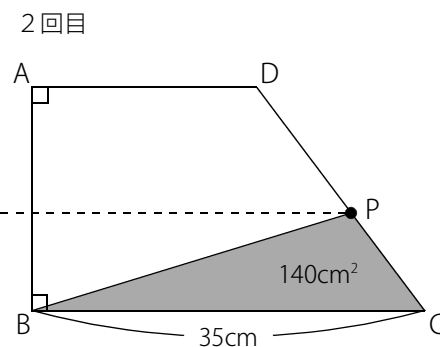
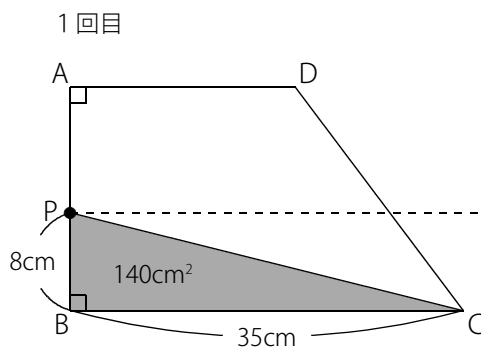
(三角形BCDの面積) $= 35 \times 20 \div 2 = 350(\text{cm}^2)$ なので

底辺をCDとすると高さは下図4のように $BH = 350 \times 2 \div 25 = 28(\text{cm})$



11秒後の (三角形BCPの面積) $= CP \times BH \div 2 = 10 \times 28 \div 2 = 140(\text{cm}^2)$

- (4) 三角形BCPの面積が 140cm^2 になるのは下図のように2回あります。



1回目は $35 \times BP \div 2 = 140(\text{cm}^2)$ より $BP = 140 \times 2 \div 35 = 8(\text{cm})$ になればいいので $8 \div 5 = 1.6(\text{秒後})$

2回目はCPを底辺とした場合の高さ28cmを利用します。

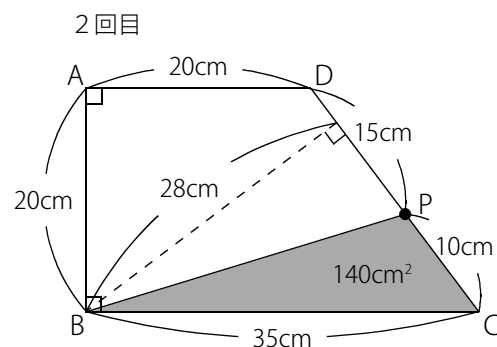


例題と解説

このとき $CP \times 28 \div 2 = 140(\text{cm}^2)$ なので $CP = 140 \times 2 \div 28 = 10(\text{cm})$

Pは $20 + 20 + 15 = 55(\text{cm})$ 進めばいいので $55 \div 5 = 11(\text{秒後})$

よって三角形BCPの面積が 140cm^2 になるのは
出発してから1.6秒後と11秒後



ポイントまとめ

- 底辺と高さをいろいろな方向から着目できるようにしておきましょう。
- 面積がわかっている三角形の場合に斜めの辺を底辺として高さを求められるようにしておきましょう。