中学受験Unit.13- 2　5年　時計算１
時計算応用

例題と解説

例題１

時計の長針と短針が重なってから、次に重なるのは、何分後ですか

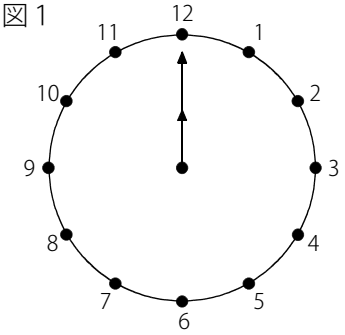
答え $65\frac{5}{11}$分後

[例題１の解説]

仮に12時ちょうどをはじめの状態として考えます。

このときは右図１のように長針と短針が重なっています。

図１



長針は1時間(60分)で360度進むので、1分では 360÷60＝6(度) 進みます。

短針は1時間(60分)で30度進むので、1分では 30÷60＝0.5(度) 進みます。

1分で長針は短針に 6－0.5＝5.5(度) 追いつきます。

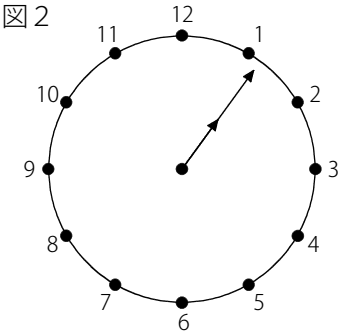
次に重なるのは長針が短針に360度追いついたときなので

$360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分後) にふたたび重なります。

※何分何秒後か？という問いであれば $\frac{5}{11}$分＝60秒×$\frac{5}{11}$＝$\frac{300}{11}$秒＝$27\frac{3}{11}$秒 なので

65分$27\frac{3}{11}$秒後となります。

図２



$65\frac{5}{11}$分は1時間をこえているので、図２のように1時5分を少し過ぎたところで重なります。

※この次も同様に長針が短針に360度追いつけば重なるので、

普通の正しい時計であれば$65\frac{5}{11}$分ごとに長針と短針が重なることがわかります。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題２

午前10時から、時計の長針と短針が3回目に重なるのは午後何時何分ですか。

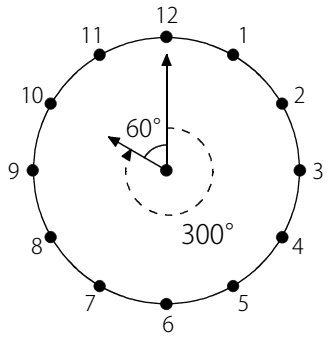
答え　午後1時$5\frac{5}{11}$分

[例題２の解説]

時計の長針と短針が重なってから、次に重なるまでには、長針が短針に360度追いつけばいいので

$360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分後) にふたたび重なります。

つまり時計の長針と短針は重なってから$65\frac{5}{11}$分ごとに重なります。



午前10時をはじめの状態とします。右図のようになっています。

このとき短針は長針から時計回りに300度進んでいます。

1回目に重なるのは $300 \div 5.5 = 54\frac{6}{11}$(分後) です。

1回目に重なってから2回目に重なるのは360度追いつけばいいので $360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分後)

2回目に重なってから3回目に重なるのは360度追いつけばいいので $360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分後)

よって全部で $54\frac{6}{11} + 65\frac{5}{11} + 65\frac{5}{11} = 185\frac{5}{11}$(分後)＝3(時間)$5\frac{5}{11}$(分後) なので3回目に重なるのは午後1時$5\frac{5}{11}$分

(別解)

まとめて考えます。3回目までに長針は短針に $300 + 360 + 360 = 1020$(度) 追いつけばいいので

$1020 \div 5.5 = 185\frac{5}{11}$(分後) に3回目に重なります。よって午後1時$5\frac{5}{11}$分

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題３

午前8時から午後１時までの5時間の間に、時計の長針と短針は何回重なりますか。

答え 4回

[例題３の解説]

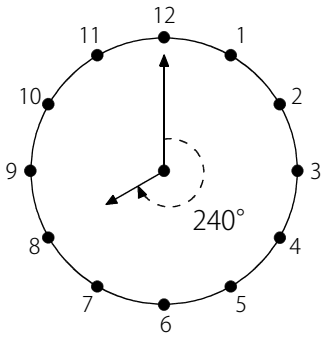
時計の長針と短針が重なってから、次に重なるまでには、長針が短針に360度追いつけばいいので

$360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分後) にふたたび重なります。

つまり時計の長針と短針は重なってから$65\frac{5}{11}$分ごとに重なります。$65\frac{5}{11}$分＝1時間$5\frac{5}{11}$分

午前8時をはじめの状態とします。右図のようになっています。

このとき短針は長針から時計回りに240度進んでいます。



1回目　$240 \div 5.5 = 43\frac{7}{11}$(分後)　　午前8時$43\frac{7}{11}$分

2回目　午前8時$43\frac{7}{11}$分＋1時間$5\frac{5}{11}$分＝午前9時$49\frac{1}{11}$

3回目　午前9時$49\frac{1}{11}$分＋1時間$5\frac{5}{11}$分＝午前10時$54\frac{6}{11}$

4回目　午前10時$54\frac{6}{11}$分＋1時間$5\frac{5}{11}$分＝正午12時

5回目　正午12時＋1時間$5\frac{5}{11}$分＝午後1時$5\frac{5}{11}$分 ← 午後1時をこえているので含みません。

よって全部で4回

(C) 2014 min-san.com

（別解）

午前8時をはじめの状態とします。このとき短針は長針から時計回りに240度進んでいます。

よって1回目に重なるまでに $240 \div 5.5 = 43\frac{7}{11}$(分) かかります。

5時間＝300分 なので残りは $300 - 43\frac{7}{11} = 256\frac{4}{11}$(分) です。

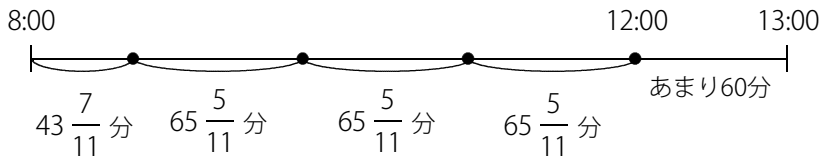
重なってから次に重なるまでに $360 \div 5.5 = 65\frac{5}{11}$(分) かかるので、残りの$256\frac{4}{11}$分で何回重なるかを求めます。

$256\frac{4}{11} \div 65\frac{5}{11} = \frac{2820}{11} \div \frac{720}{11} = 3$(回)あまり60(分)

よって1回目も加えて、全部で4回

※1回目を足しわすれないようにしましょう。

線分図で表すと下図のようになります。長針と短針が重なるときを●にしています。



(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題４

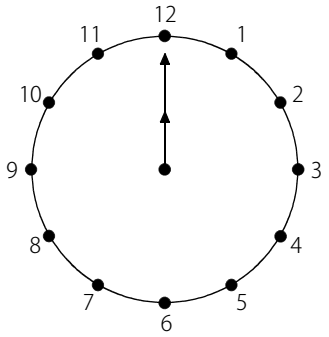
0時から24時の24時間で時計の長針は短針を何回追いこしますか。

ただし重なっている場合は追いこす回数に含まないものとします。

答え 21回

[例題４の解説]

0時をはじめの状態とします。

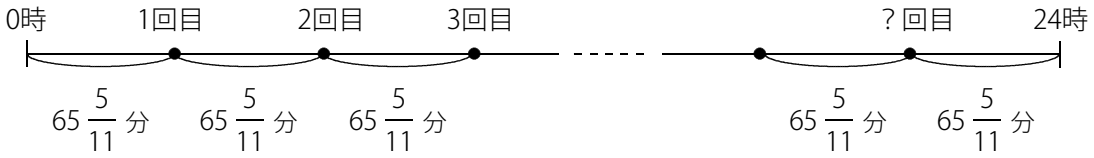


このときは右図のように長針と短針が重なっています。

「追いこす回数」なので、このはじめの状態は含みません。

また24時間後の24時も重なって終わるので「追いこす回数」には含みません。

植木算のように考えると、両端に木を植えない場合の木の本数と同じです。



24時間は 60×24＝1440(分) です。時計の長針と短針は重なってから$65\frac{5}{11}$分ごとに重なります。

$1440 \div 65\frac{5}{11} = 1440 \div \frac{720}{11} = 22$ ← 間の数

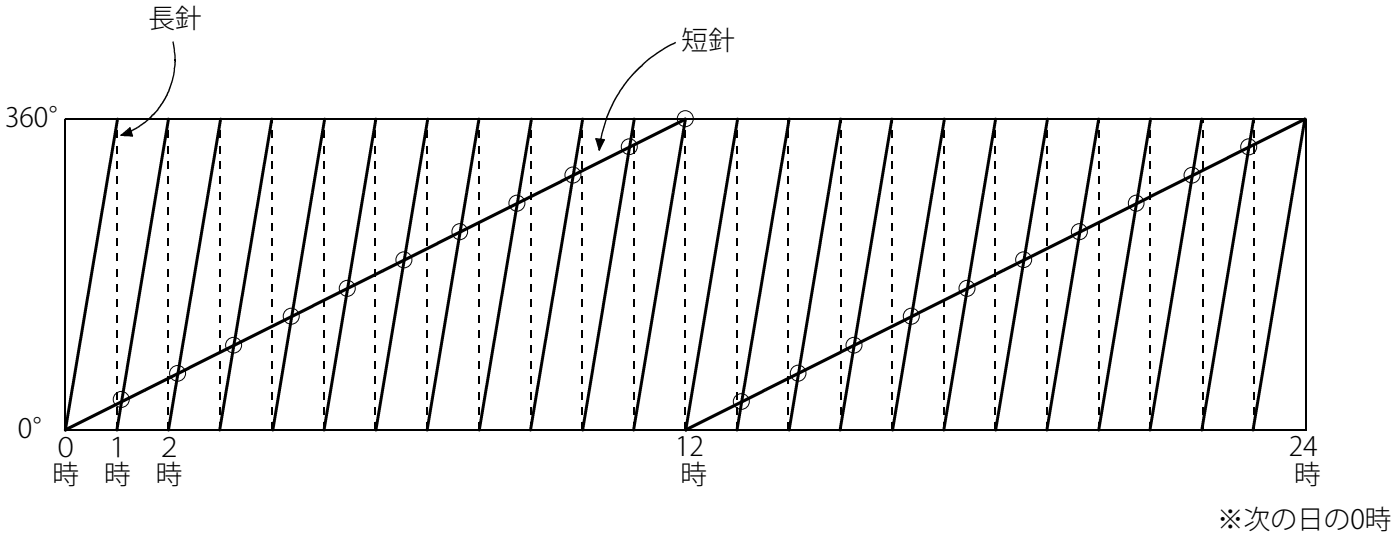
よって「追いこす回数」は 22－1＝21(回)

※ダイヤグラムは次のようになります。確認しておきましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.13- 2　5年　時計算１
時計算応用

例題と解説



長針は1時間で360度、短針は30度進むので、上図のようになります。
長針が短針を追いこすときを〇で示しています。

例えば「午前0時から昼の12時ちょうどまでの12時間で時計の長針は短針を何回追いこしますか。」という問題であれば
上のダイヤグラムより10回であることがわかります。
※0時と12時の重なりは含みません。

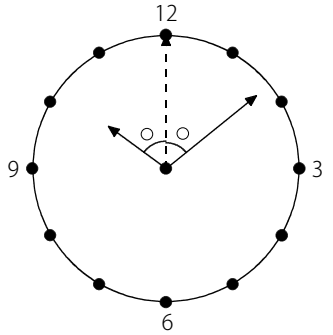
※「重なる回数」を求めるのか、もしくは「追いこす回数」を求めるのか。
　問題文をていねいに読んでまちがえないようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題５

右図のように10時から11時の間で、時計の長針と短針が12時の方向をはさんで同じ角度になるのは10時何分ですか。



答え　10時$9\frac{3}{13}$分

[例題５の解説]

図１

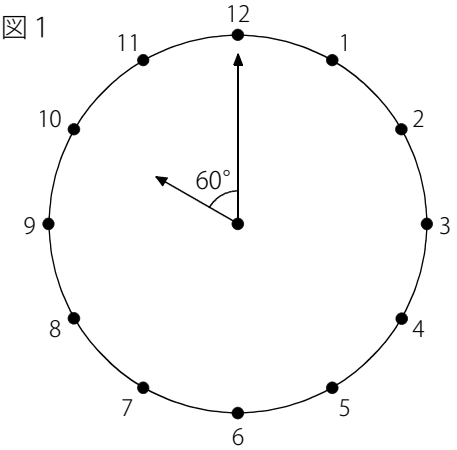
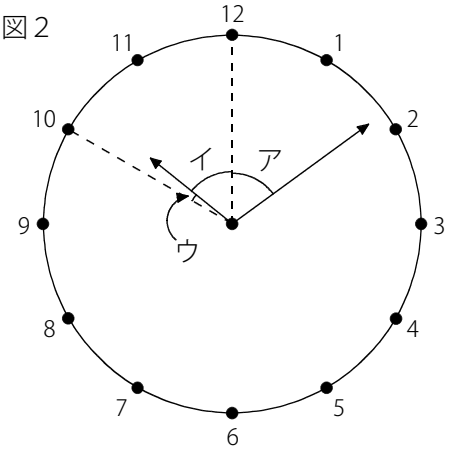


図２



10時をはじめの状態とします。このとき図１のように長針と短針は60度はなれています。

ここから長針と短針が少しだけ進み、図２のようになって　ア＝イ　となります。

図２の状態を10時□分とします。

長針は1分で6度進むので　ア＝イ＝6×□(度)，短針は1分で0.5度進むので　ウ＝0.5×□(度)　です。

ここで　イ＋ウ　に着目します。イ＋ウ＝60(度)　です。

また　イ＋ウ＝6×□＋0.5×□　なので　イ＋ウ＝6.5×□　となります。

6.5×□＝60(度)　なので　□＝60÷6.5＝$\frac{120}{13}$＝$9\frac{3}{13}$(分)　より同じ角度になるのは10時$9\frac{3}{13}$分であることがわかります。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

（別解）

図３

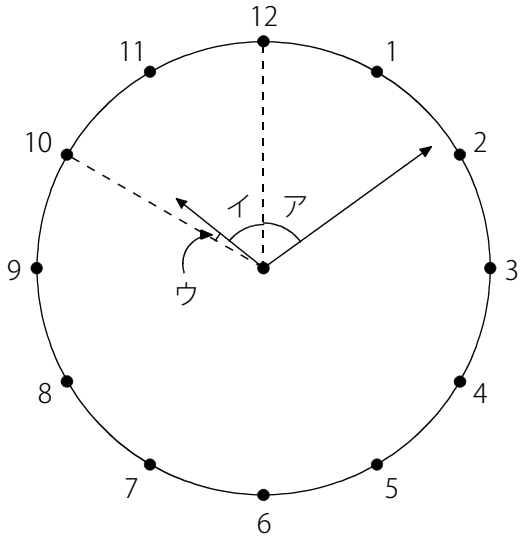
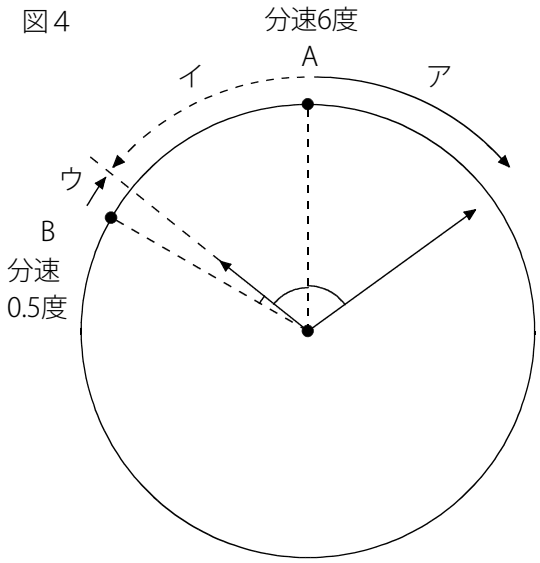


図４



長針をA君，短針をB君として池の周りを回る旅人算と同じように考えます。
図３の状態を旅人算で考えると図４のようになります。

同じ時間でA君はア度進み、B君はウ度進みます。
アとイは同じ距離(角度)になるので、A君が反時計回りに回るとします。

するとA君とB君ははじめ60度はなれていて、何分後かに「出会う」ということになります。
この出会ったときが ア＝イ のときです。「出会い」なので速さの和を利用します。
$60\div(6+0.5)==\frac{120}{13}=9\frac{3}{13}$(分) より同じ角度になるのは10時$9\frac{3}{13}$分であることがわかります。

※ 多くの時計算の問題では「速さの差(5.5度)」を利用しますが、「同じ角度になる」タイプの問題では
「速さの和」を利用するとわかりやすくなります。

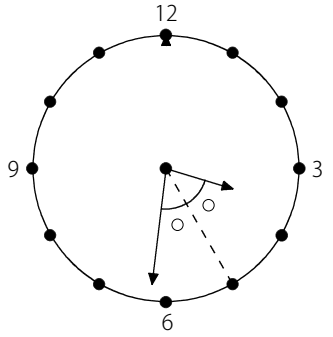
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.13- 2　5年　時計算１
時計算応用

例題と解説

例題６

右図のように3時から4時の間で、時計の長針と短針が5時の方向をはさんで同じ角度になるのは3時何分ですか。



答え　3時$32\frac{4}{13}$分

[例題６の解説]

右図のように長針が進んだ角度をア，短針が進んだ角度をイとします。

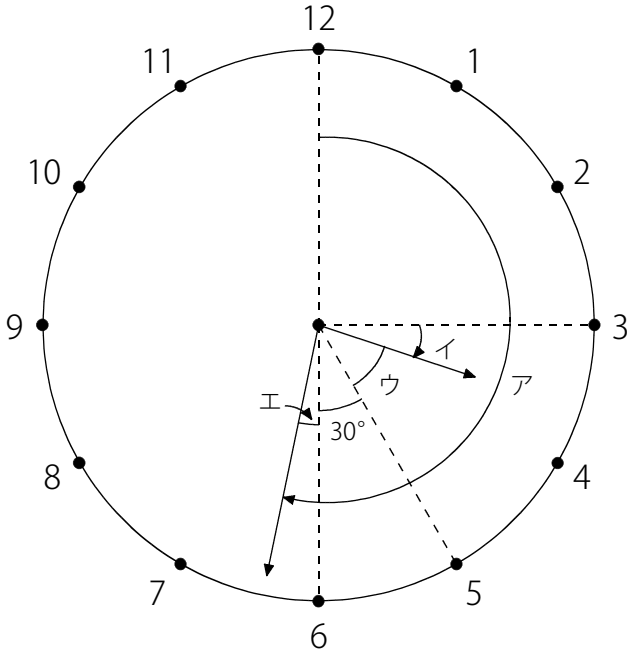
5時の方向をはさんで同じ角度になるので　ウ＝30＋エ

イ＋ウ＝60(度)　なので　ウを　30＋エ　に置きかえると

イ＋30＋エ＝60(度)

簡単にするために左右から30度を引きます。

イ＋エ＝30(度)　であることがわかります。



長針が進んだ角度は　ア＝180＋エ

短針が進んだ角度は　イ

よって長針と短針が進んだ角度はあわせて

ア＋イ＝180＋エ＋イ　となり　イ＋エ＝30　なので

ア＋イ＝180＋30＝210(度)　であることがわかります。

□分であわせて210度進んだとすると　(6＋0.5)×□＝210(度)　となるので　□＝210÷6.5＝$\frac{420}{13}$＝$32\frac{4}{13}$(分)

よって長針と短針が5時の方向をはさんで同じ角度になるのは3時$32\frac{4}{13}$分

(C) 2014 min-san.com

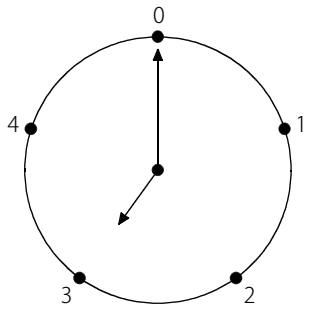
中学受験Unit.13- 2　5年　時計算１
時計算応用

例題と解説

例題７

1時間が80分で、短針は5時間で1周する右図のような時計があります。

右図は3時を表しています。3時と4時の間で長針と短針が重なるのは3時何分ですか。



答え　3時60分

[例題７の解説]

長針は80分で1周するので1分で　360÷80＝4.5(度)　進みます。

短針は80分で　360÷5＝72(度)　進むので1分で　72÷80＝0.9(度)　進みます。

図１のとき短針は長針から時計回りに　72×3＝216(度)　進んでいます。

長針は短針に1分で　4.5－0.9＝3.6(度)　追いつくので

216度追いついて重なるまでにかかる時間は　216÷3.6＝60(分)

よって3時と4時の間で長針と短針が重なるのは3時60分

※60分は80分の$\frac{3}{4}$にあたるので　$360\times\frac{3}{4}=270$(度)　となり右図２のように

長針と短針は真横に向いた状態で重なります。

図１

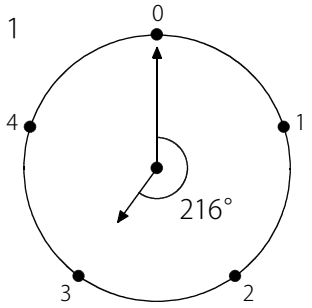
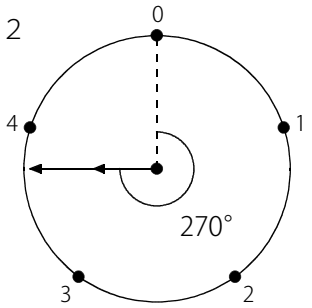


図２



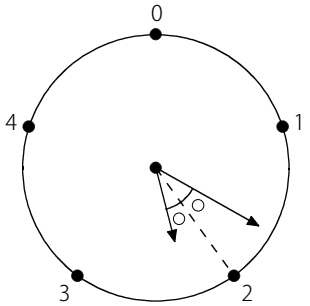
※普通の時計ではない場合は長針と短針が1分で進む角度を求めてから問題を解きましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題８

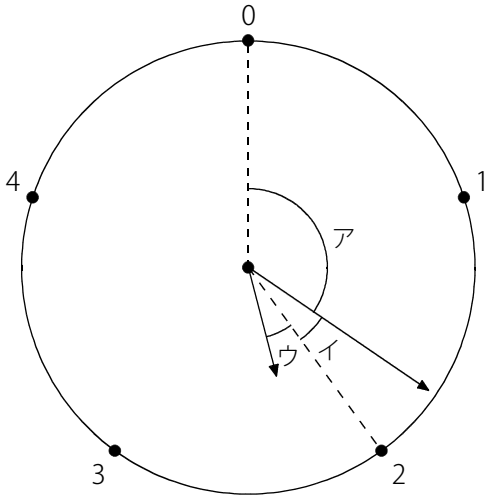
1時間が80分で、短針は5時間で1周する時計があります。
右図のように2時から3時の間で、時計の長針と短針が2時の方向をはさんで
同じ角度になるのは2時何分ですか。



答え　2時$26\frac{2}{3}$分

[例題８の解説]

長針は80分で1周するので1分で　360÷80＝4.5(度)　進みます。
短針は80分で　360÷5＝72(度)　進むので1分で　72÷80＝0.9(度)　進みます。



右図のように長針が進んだ角度をア，短針が進んだ角度をウとします。
長針と短針が進んだ角度の合計は　ア＋ウ　です。

イとウは同じ角度なので
長針と短針が進んだ角度の合計は　ア＋ウ＝ア＋イ　となります。

ア＋イ　は右図より　72×2＝144(度)　です。

□分であわせて144度進んだとすると、長針と短針は1分であわせて　4.5＋0.9＝5.4(度)　進みます。

5.4×□＝144(度)　となるので　□＝144÷5.4＝$\frac{80}{3}$＝$26\frac{2}{3}$(分)

よって長針と短針が2時の方向をはさんで同じ角度になるのは2時$26\frac{2}{3}$分

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.13- 2　5年　時計算１
時計算応用

例題と解説

ポイントまとめ

・普通の正しい時計であれば$65\frac{5}{11}$分ごとに長針と短針が重なります。

・多くの時計算の問題では「速さの差(5.5度)」を利用しますが、「同じ角度になる」タイプの問題では「速さの和」を利用するとわかりやすくなります。

・普通の時計ではない場合は長針と短針が1分で進む角度を求めてから問題を解きましょう。

(C) 2014 min-san.com