中学受験Unit.39- 1　4年　分数３
分数と整数

例題と解説

例題１

$\frac{3}{8}$にかけて１になる分数を求めなさい。

答え $2\frac{2}{3}$

[例題１の解説]

ある分数にその分数の逆数(ぎゃくすう)をかけると積は1になります。$\frac{B}{A}$の逆数は$\frac{A}{B}$です。

(例)　$\frac{2}{7}\times\frac{7}{2}=\frac{2\times7}{7\times2}=\frac{14}{14}=1$

$3\times\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$　※ 整数Aの逆数は$\frac{1}{A}$

$\frac{3}{8}$にある分数をかけると積が1になるので、ある分数は$\frac{3}{8}$の逆数です。

よって $\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

例題と解説

例題２

$\frac{8}{21}$にかけても、$\frac{4}{15}$にかけても１以上の整数になる分数の中でもっとも小さい分数を求めなさい。

答え $26\frac{1}{4}$

[例題２の解説]

$\frac{8}{21}$にかけても、$\frac{4}{15}$にかけても1以上の整数になるもっとも小さい分数を$\frac{B}{A}$とします。

このとき $\frac{8}{21}\times\frac{B}{A}=$整数，$\frac{4}{15}\times\frac{B}{A}=$整数

整数になるということは、かけあわせたときの分母が1にならなければなりません。

$$\overset{○}{\frac{\cancel{8}}{\underset{1}{\cancel{21}}}}\times\overset{□}{\frac{\cancel{B}}{\underset{1}{\cancel{A}}}} \qquad \overset{●}{\frac{\cancel{4}}{\underset{1}{\cancel{15}}}}\times\overset{■}{\frac{\cancel{B}}{\underset{1}{\cancel{A}}}}$$

8とAで約分して1になる
21とBで約分して1になる

4とAで約分して1になる
15とBで約分して1になる

分母が1になるということは上のようになります。よってAは8と4の公約数で、Bは21と15の公倍数であることがわかります。
また、もっとも小さい分数を求めるので、分母のAは最大で、分子のBは最小である必要があります。

つまり、Aは8と4の最大公約数で、Bは21と15の最小公倍数です。よって A＝4，B＝105 なので $\frac{B}{A}=\frac{105}{4}=26\frac{1}{4}$

いくつかの分数にかけて1以上に整数になるもっとも小さい分数は

それらいくつかの分数の $\frac{分母の最小公倍数}{分子の最大公約数}$ で求めることができます。

例題と解説

確かめておきます。

$$\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{21}}}\times\frac{\overset{5}{\cancel{105}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}=10\ ,\ \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{15}}}\times\frac{\overset{7}{\cancel{105}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}=7$$

例題と解説

例題３

$\frac{5}{12}$をかけても、$\frac{15}{16}$をかけても１以上の整数になる分数の中でもっとも小さい分数を求めなさい。

答え $9\frac{3}{5}$

[例題３の解説]

$\frac{5}{12}$をかけても、$\frac{15}{16}$をかけても1以上の整数になるもっとも小さい分数を$\frac{B}{A}$とします。

このとき $\frac{B}{A}\times\frac{5}{12}=$整数，$\frac{B}{A}\times\frac{15}{16}=$整数

このような分数は $\frac{\text{分母の最小公倍数}}{\text{分子の最大公約数}}$ で求めることができるので、$\frac{B}{A}=\frac{\text{12と16の最小公倍数}}{\text{5と15の最大公約数}}=\frac{48}{5}=9\frac{3}{5}$

例題と解説

例題４

$1\frac{5}{16}$で割っても、$\frac{9}{20}$で割っても１以上の整数になる分数の中でもっとも小さい分数を求めなさい。

答え　$15\frac{3}{4}$

[例題４の解説]

$1\frac{5}{16}$で割っても、$\frac{9}{20}$で割っても1以上の整数になるもっとも小さい分数を$\frac{B}{A}$とします。

このとき　$\frac{B}{A} \div \frac{21}{16}=$整数，$\frac{B}{A} \div \frac{9}{20}=$整数

割り算はかけ算にして考えます。

$\frac{B}{A} \times \frac{16}{21}=$整数，$\frac{B}{A} \times \frac{20}{9}=$整数

このような分数は $\frac{\text{分母の最小公倍数}}{\text{分子の最大公約数}}$ で求めることができるので、$\frac{B}{A}=\frac{\text{21と9の最小公倍数}}{\text{16と20の最大公約数}}=\frac{63}{4}=15\frac{3}{4}$

例題と解説

例題５

$\frac{24}{35}$をかけても、$\frac{14}{9}$で割っても１以上の整数になる分数の中でもっとも小さい分数を求めなさい。

答え $23\frac{1}{3}$

[例題５の解説]

$\frac{24}{35}$をかけても、$\frac{14}{9}$で割っても1以上の整数になるもっとも小さい分数を$\frac{B}{A}$とします。

このとき $\frac{B}{A}\times\frac{24}{35}=$整数， $\frac{B}{A}\div\frac{14}{9}=$整数

割り算はかけ算にして考えます。

$\frac{B}{A}\times\frac{24}{35}=$整数， $\frac{B}{A}\times\frac{9}{14}=$整数

このような分数は $\frac{\text{分母の最小公倍数}}{\text{分子の最大公約数}}$ で求めることができるので、$\frac{B}{A}=\frac{\text{35と14の最小公倍数}}{\text{24と9の最大公約数}}=\frac{70}{3}=23\frac{1}{3}$

中学受験Unit.39- 1　4年　分数３
分数と整数

例題と解説

例題６

$\frac{9}{8}$をかけても、$\frac{6}{5}$をかけても、$\frac{15}{4}$をかけても１以上の整数になる分数の中でもっとも小さい分数を求めなさい。

答え $13\frac{1}{3}$

[例題６の解説]

$\frac{9}{8}$をかけても、$\frac{6}{5}$をかけても、$\frac{15}{4}$をかけても1以上の整数になるもっとも小さい分数を$\frac{B}{A}$とします。

このとき $\frac{B}{A}\times\frac{9}{8}=$整数，$\frac{B}{A}\times\frac{6}{5}=$整数，$\frac{B}{A}\times\frac{15}{4}=$整数

このような分数は $\frac{\text{分母の最小公倍数}}{\text{分子の最大公約数}}$ で求めることができるので、$\frac{B}{A}=\frac{\text{8と5と4の最小公倍数}}{\text{9と6と15の最大公約数}}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$

ポイントまとめ

・ある分数にその分数の逆数(ぎゃくすう)をかけると積は1になります。$\frac{B}{A}$の逆数は$\frac{A}{B}$です。

・整数Aの逆数は$\frac{1}{A}$

・いくつかの分数にかけて1以上に整数になるもっとも小さい分数は
それらいくつかの分数の $\frac{\text{分母の最小公倍数}}{\text{分子の最大公約数}}$ で求めることができます。