例題 1

3つの整数A, B, Cがあります。これらの3つの整数の平均は33です。またAはBより7大きく、BはCより4大きくなっています。整数Aはいくつですか。

答え 39

[例題 1 の解説]

A, B, Cの平均が33なので (3つの数の合計) $=A+B+C=33\times 3=99$

あとは右図のように線分図で考えます。

(とびだした部分) $=4+4+7=15$

$99-15=84$

$C=84\div 3=28$

よって $A=28+4+7=39$

例題2

3つの整数があります。このうち2つずつの数の平均は小さいほうから18.5、23、24.5です。

3つの整数を求めて小さい順に答えなさい。

答え 17, 20, 29

[例題2の解説]

3つの整数を小さいほうからA, B, Cとします。

AとBの平均は18.5なので

$$A+B=18.5\times 2=37 \quad \text{式1}$$

AとCの平均は23なので

$$A+C=23\times 2=46 \quad \text{式2}$$

BとCの平均は24.5なので

$$B+C=24.5\times 2=49 \quad \text{式3}$$

式1と式2からAは同じなので、CはBよりも $46-37=9$ 大きいことがわかります。

式3よりBとCの和は49なので右図のように和差算で求めます。

$$B=(49-9)\div 2=20$$

$$C=20+9=29$$

$$A+B=37 \text{ より } A=37-20=17$$

(別解)

3つの整数を小さいほうからA, B, Cとします。

$$A+B=37 \quad \text{式 1}$$

$$A+C=46 \quad \text{式 2}$$

$$B+C=49 \quad \text{式 3}$$

上の式1～式3をすべて足すとAが2個、Bが2個、Cが2個なので

$$A \times 2 + B \times 2 + C \times 2 = 37 + 46 + 49 = 132 \quad \text{式 4}$$

式4を2で割ります。

$$A+B+C=66$$

よって

$$A=66-49=17$$

$$B=37-17=20$$

$$C=49-20=29$$

例題3

4つの整数があります。このうち3つずつの数の平均は小さいほうから32、37、40、44です。
4つの整数を求めて小さい順に答えなさい。

答え 21, 33, 42, 57

[例題3の解説]

4つの整数を小さいほうからA, B, C, Dとします。

$$A+B+C=32\times 3=96 \quad \text{式1}$$

$$A+B+D=37\times 3=111 \quad \text{式2}$$

$$A+C+D=40\times 3=120 \quad \text{式3}$$

$$B+C+D=44\times 3=132 \quad \text{式4}$$

式2と式3に着目するとBがCにかわれば $120-111=9$ 大きくなっているのでCはBより9大きいことがわかります。

式3と式4に着目するとAがBにかわれば $132-120=12$ 大きくなっているのでBはAより12大きいことがわかります。

ここまででBはAより12大きく、CはBより9大きいことがわかりました。

また、式1よりAとBとCの和は96なので

線分図は右図のようになります。

$$A=(96-12-12-9)\div 3=21$$

$$B=21+12=33$$

$$C=33+9=42$$

$$B+C+D=132 \quad \text{より} \quad D=132-(33+42)=57$$

(別解)

$$A+B+C=96 \quad \text{式 1}$$

$$A+B+D=111 \quad \text{式 2}$$

$$A+C+D=120 \quad \text{式 3}$$

$$B+C+D=132 \quad \text{式 4}$$

上の式 1～式 4 をすべて足すとAが3個、Bが3個、Cが3個、Dが3個なので

$$A \times 3 + B \times 3 + C \times 3 + D \times 3 = 96 + 111 + 120 + 132 = 459 \quad \text{式 5}$$

式 5 を3で割ります。

$$A+B+C+D=153$$

よって

$$A=153-132=21$$

$$B=153-120=33$$

$$C=153-111=42$$

$$D=153-96=57$$

例題4

4つの整数があります。このうち2つずつの数の平均は小さいほうから18、19.5、22.5、24、27、28.5です。

4つの整数を求めて小さい順に答えなさい。

答え 15, 21, 24, 33

[例題4の解説]

4つの整数を小さいほうからA, B, C, Dとします。

A+D と B+C でどちらが大きいかは問題を読んだだけではわからないので、まず B+C のほうが大きいとして次のように式で表します。

$$A+B=18\times 2=36 \quad \text{式1}$$

$$A+C=19.5\times 2=39 \quad \text{式2}$$

$$A+D=22.5\times 2=45 \quad \text{式3}$$

$$B+C=24\times 2=48 \quad \text{式4}$$

$$B+D=27\times 2=54 \quad \text{式5}$$

$$C+D=28.5\times 2=57 \quad \text{式6}$$

式1と式2に着目すると、CはBより $39-36=3$ 大きいことがわかります。

式4より $B+C=48$ なので和差算で考えると

$$B=(48-3)\div 2=22.5 \text{ となり整数になりません。}$$

よって $A+D=45$, $B+C=48$ ではなく $A+D=48$, $B+C=45$ ということがわかります。

$$A+B=36 \quad \text{式1}$$

$$A+C=39 \quad \text{式2}$$

$$B+C=45 \quad \text{式3}$$

$$A+D=48 \quad \text{式4}$$

$$B+D=54 \quad \text{式5}$$

$$C+D=57 \quad \text{式6}$$

例題と解説

CはBよりも3大きく $B+C=45$ なので和差算で考えると

$$B=(45-3)\div 2=21$$

$$C=21+3=24$$

$$\text{式2より } A=39-24=15$$

$$\text{式3より } D=48-15=33$$

例題 5

1問5点で20問のテストを40人のクラスで行ったところ平均点は85.75点で、75点未満の人はいませんでした。結果をまとめると下の表のようになりました。90点の人は何人ですか。

得点	75	80	85	90	95	100
人数	7		3		6	5

答え 6人

[例題 5 の解説]

(40人の合計点) $=85.75 \times 40 = 3430$ (点)

それぞれの合計点を求めると右図のようになります。

ア+イ $=40 - (7+3+6+5) = 19$ (人)

ウ+エ $=3430 - (525+255+570+500) = 1580$ (点)

得点	75	80	85	90	95	100
人数	7	ア	3	イ	6	5
合計点	525	ウ	255	エ	570	500

80点と90点の人があわせて19人でその合計点が1580点です。

つるかめ算を用いて80点と90点の人がそれぞれ何人か求めます。

右の面積図で $A+B=1580$ (点)

$B=80 \times 19 = 1520$ (点)

よって $A=1580 - 1520 = 60$ (点)

$C=60 \div 10 = 6$ (人) ← 90点の人

$19 - 6 = 13$ (人) ← 80点の人

※ 面積図を使わずにつるかめ算を式で解きます。

$(1580 - 80 \times 19) \div (90 - 80) = 6$ (人)

$19 - 6 = 13$ (人)

例題と解説

例題6

30人のクラスで10点満点の算数と国語のテストを行ったところ、結果は右の表のようになりました。例えば、表から算数が7点で国語が8点の人は6人であることがわかります。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 算数も国語も8点以上の人は何人いますか。
- (2) 算数と国語をあわせた平均点は何点ですか。

国語(点) \ 算数(点)	5	6	7	8	9	10	計(人)
5	1			3			4
6			3		2		5
7		1		6			7
8		2	4	3			9
9					1		1
10			2	1		1	4
計(人)	1	3	9	13	3	1	30

答え (1) 6人 (2) 14.9点

[例題6の解説]

- (1) 算数も国語も8点以上なのは右の表の色のついた部分です。
 $3+1+1+1=6$ (人)

- (2) (算数の合計点)
 $=5 \times 4 + 6 \times 5 + 7 \times 7 + 8 \times 9 + 9 \times 1 + 10 \times 4$
 $=220$
 (国語の合計点)
 $=5 \times 1 + 6 \times 3 + 7 \times 9 + 8 \times 13 + 9 \times 3 + 10 \times 1$
 $=227$ (点)

算数と国語の合計点は $220+227=447$ (点)

よって平均点は $447 \div 30=14.9$ (点)

国語(点) \ 算数(点)	5	6	7	8	9	10	計(人)
5	1			3			4
6			3		2		5
7		1		6			7
8		2	4	3			9
9					1		1
10			2	1		1	4
計(人)	1	3	9	13	3	1	30

例題7

A, B, C, Dの4人の身長について次のことがわかっています。

- ・ AはBより3cm高い
- ・ DはCより4cm低い
- ・ AはDより1cm低い

このとき身長がもっとも低い人は4人の平均身長よりも何cm低いですか。

答え 3.75cm

[例題7の解説]

4人の身長を線分図で表すと図1のようになります。

もっとも身長の低い人はBです。

(とびだした部分) $=3+3+1+4+3+1=15(\text{cm})$

とびだした部分を平均すると4人の身長を平均することができます。

とびだした部分を平均すると図2のようになります。

よってBは4人の平均よりも3.75cm低いことがわかります。

図1

図2

ポイントまとめ

- 平均の問題でもつるかめ算や和差算を利用します。