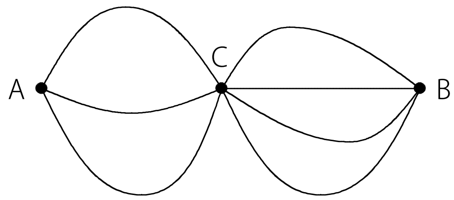
例題と解説

例題１

右図のようにA地点からB地点の間にC地点があり、
A地点からC地点までの道は3本、C地点からB地点までの道は4本あります。
A地点からB地点までの進み方は全部で何通りありますか。
ただし、それぞれの地点は１度しか通れないものとします。



答え 12通り

[例題１の解説]
A地点からC地点には3つの道があって、C地点からB地点までには4つの道があるので、3×4＝12(通り) です。
※ 3＋4＝7(通り) としないようにしましょう。

ではなぜ 和（3＋4）ではなく積（3×4）になるのかを理解しておきましょう。
下図のように考えます。

図１

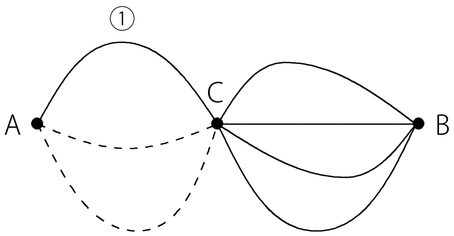


図２

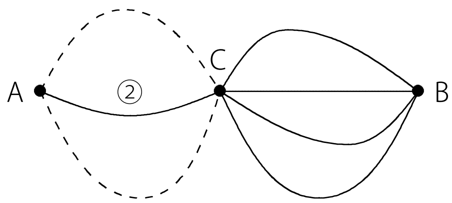


図３

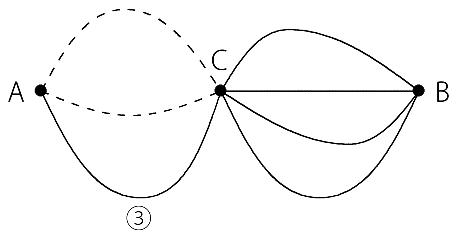


図１のように①の道を通る場合はCからBへ4通りの進み方があります。
図２のように②の道を通る場合はCからBへ4通りの進み方があります。
図３のように③の道を通る場合はCからBへ4通りの進み方があります。
よってそれぞれ4通りずつなので 3×4＝12(通り) となります。

例題と解説

例題２

男子4人、女子5人の中から男子1人、女子1人の合わせて2人の委員を選びます。選び方は全部で何通りありますか。

答え 20通り

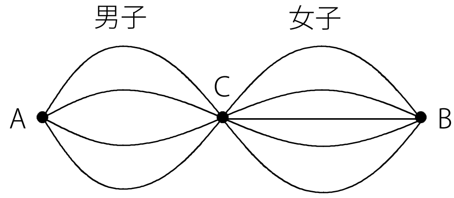
[例題２の解説]

男子4人から1人を選ぶので4通り、女子5人から1人を選ぶので5通り。

よって 4×5＝20(通り)

※ 4＋5＝9(通り) ではありません。

これは右図のようにAからCに行く道が4通り、CからBに行く道が5通りでAからBまでの進み方と同じです。



当たり前のことかもしれませんが頭の中を整理しておきましょう。

男子4人を A，B，C，D とします。

女子5人を E，F，G，H，I とします。

男子の委員をAとするとその組み合わせは AE，AF，AG，AH，AI の5通りあります。

男子の委員をBとした場合も同じように5通りあります。

男子の委員の選び方は4通りで、それぞれに5通りずつあるので 4×5＝20(通り) となります。

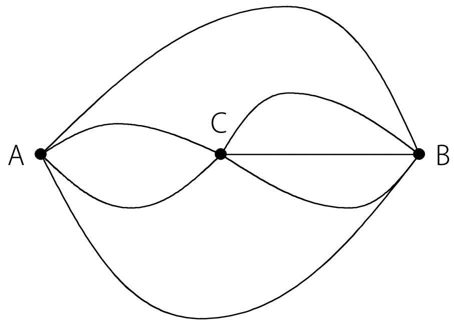
「男子から1人を選んで、女子から1人を選ぶ」というふうに物語が成り立つ場合は積を使います。

これを**積の法則**といいます。

例題と解説

例題３

右図のようにA地点からB地点の間にC地点があり、A地点からC地点までの道は2本、C地点からB地点までの道は3本あります。またA地点からC地点を通らずにB地点に行く道は2本あります。A地点からB地点までの進み方は全部で何通りありますか。ただし、それぞれの地点は１度しか通れないものとします。

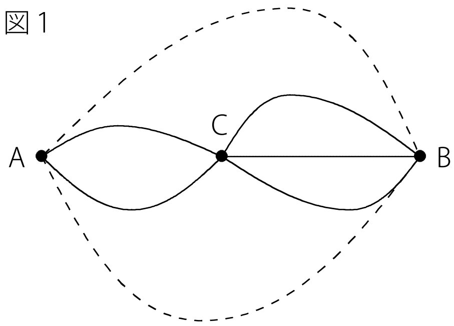


答え 8通り

[例題３の解説]

Cを通る場合と通らない場合で場合分けをして考えましょう。

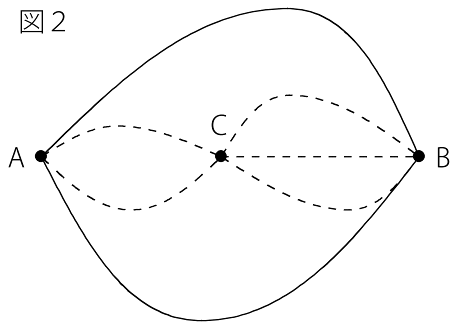
図１



Cを通る場合（図１）
A地点からC地点には2つの道があって、
C地点からB地点までには3つの道があるので、
2×3＝6(通り)

Cを通らない場合（図２）
A地点からB地点までには2つの道があるので、2通り

図２



よって 6＋2＝8(通り)
※ 6×2＝12(通り) としないようにしましょう。

場合分けをした場合はそれぞれの場合の数を足します。
Cを通る場合と通らない場合はそれぞれがまったく別なので和を使います。
「Cを通って、Cを通らない」というのはムリです。このような場合に和を使います。これを和(わ)の法則(ほうそく)といいます。

例題と解説

例題４

男子4人、女子5人の中から合わせて2人の委員を選びます。ただし2人とも男子になってはいけません。
選び方は全部で何通りありますか。

答え 30通り

[例題４の解説]
男子1人女子1人の場合と、女子2人の場合に場合分けをして考えます。

男子1人女子1人の場合（図１）
男子4人から1人を選ぶので4通り、女子5人から1人を選ぶので5通り。
4×5＝20(通り)

女子2人の場合（図２）
女子5人から2人を選ぶので $_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}$＝10(通り)

よって 20＋10＝30(通り)

和の法則か、積の法則かをきちんと区別できるようにしましょう。

(別解)
男子4人女子5人の合わせて9人から2人を選びます。 $_9C_2=\frac{9\times8}{2\times1}$＝36(通り)

この36通りの中には2人とも男子の場合がふくまれています。

男子4人から2人の男子を選ぶ場合 $_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}$＝6(通り)　← 2人とも男子の場合

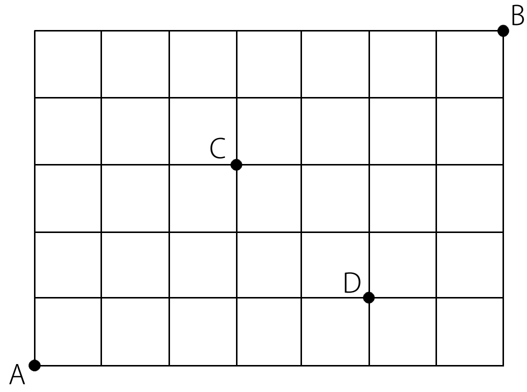
2人とも男子になってはいけないので36通りから6通りをひきます。
36－6＝30(通り)

中学受験Unit.29- 4　4年　場合の数３
積の法則・和の法則

例題と解説

例題５

右図のようなマス目の道があります。
遠回り(とおまわり)をしないでAからCかDを通ってBに進む方法は
全部で何通りありますか。



答え 390通り

[例題５の解説]

CかDを通らなければならないので、Cを通る場合とDを通る場合に
場合分けして考えます。

Cを通る場合
AからCへの進み方 … 20通り　（図１）
CからBへの進み方 … 15通り　（図２）
よってCを通ってAからBに進む方法は 20×15＝300(通り)

Dを通る場合
AからDへの進み方 … 6通り　（図３）
DからBへの進み方 … 15通り　（図４）
よってDを通ってAからBに進む方法は 6×15＝90(通り)

よって全部で 300＋90＝390(通り)

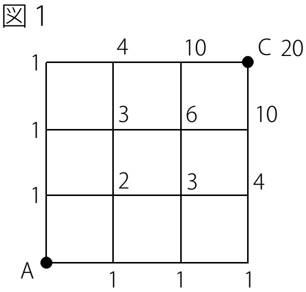
図１


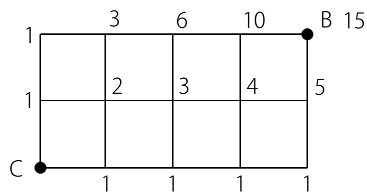
図２


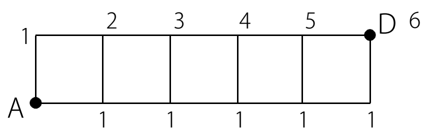
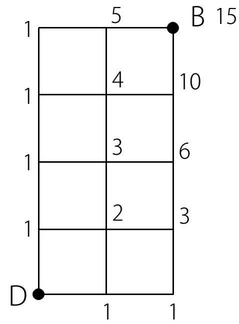
図３


図４


例題と解説

(別解)

Cを通る場合（図１） … 300通り

Dを通る場合（図２） … 90通り

よって 300＋90＝390(通り)

図１

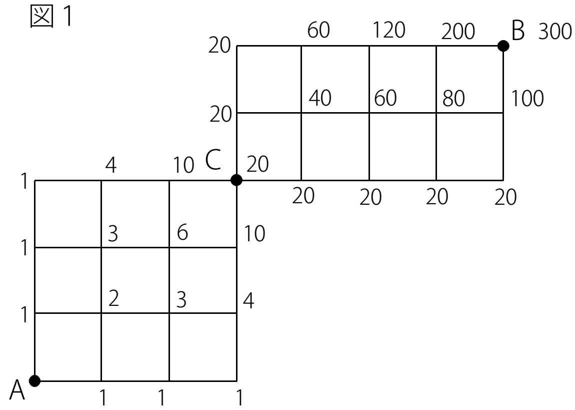
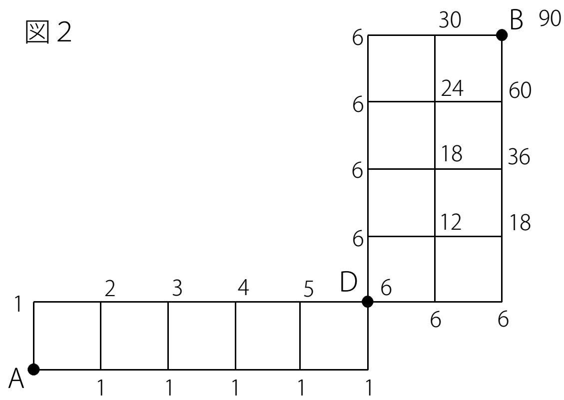


図２



ポイントまとめ

・物語が成立しない場合は「和の法則」、物語が成立する場合は「積の法則」です。