



例題と解説

例題 1

赤のボールが3個、黒のボールが2個、白のボールが1個あります。この6個のボールから3個を選びます。
その選び方は全部で何通りありますか。

答え 6通り

[例題 1 の解説]

ていねいに場合分けして考えましょう。

赤を○、黒を●、白を○とします。

3個のボールがすべて同じ色の場合（1色の場合） … ○○○ 1通り

3個のボールのうち2個が同じ色でもう1個が別の色の場合（2色の場合） … ○○● , ○○○ , ●●○ , ●●○ 4通り

3個のボールのうち3個とも異なる色の場合（3色の場合） … ○●○ 1通り

よって $1+4+1=6$ (通り)



例題と解説

例題 2

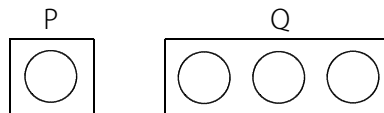
A, B, C, D, E の5人を2人用の部屋Pと3人用の部屋Qに分けます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 分け方は全部で何通りありますか。
- (2) AとBが同じ部屋になるような分け方は何通りありますか。
- (3) AとBが別の部屋になるような分け方は何通りありますか。

答え (1) 10通り (2) 4通り (3) 6通り

[例題 2 の解説]

例えば A, B, C, D の4人を1人用の部屋Pと3人用の部屋Qに分ける場合を考えます。



このような場合は4人から部屋Pに入る1人を選べば、残りの3人は部屋Qに入ることが決まります。

つまり、部屋Pに入る1人をだれにするか選ぶだけです。 ${}_4C_1=4$ (通り)

4人のうち部屋Pに入る人さえ選んでしまえば、部屋Qに入る人のことは考える必要がありません。

もちろん4人から部屋Qに入る3人を選べば、残りの1人は部屋Pに入ることが決まります。

よって、部屋Qに入る3人をだれにするか選んでも同じ4通りになります。 ${}_4C_3=4$ (通り)

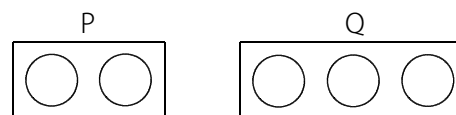


例題と解説

- (1) 右図のように5人を2人部屋Pと3人部屋Qに分けます。

5人から部屋Pに入る2人を選べば、残りの3人は自動的に部屋Qになるので5人から2人を選ぶだけです。

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 (\text{通り})$$



(別解)

5人から部屋Qに入る3人を選べば、残りの2人は自動的に部屋Pになるので5人から3人を選ぶだけです。

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 (\text{通り})$$



(2) 図1のようにAとBがPに入る場合と図2のようにAとBがQに入る場合で場合分けして考えます。

図1

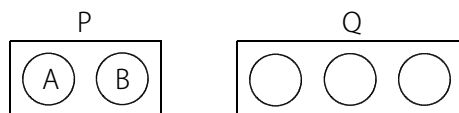
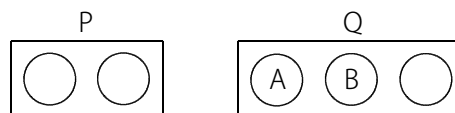


図2



AとBがPに入る場合 (図1)

残りの3人がQに入るだけなので1通り

AとBがQに入る場合 (図2)

残りの3人のうち1人がQに入るだけなので C, D, E の3人から1人を選びます。 ${}_3C_1=3$ (通り)

※残りの3人のうち2人がPに入ると考えてもかまいません。 ${}_3C_2=3$ (通り)

よって $1+3=4$ (通り)

(別解)

書き出します。

AとBがPに入る場合 … (AB, CDE)

AとBがQに入る場合 … (CD, ABE) (CE, ABD) (DE, ABC)

よって $1+3=4$ (通り)



- (3) 図1のようにAがP、BがQに入る場合と図2のようにAがQ、BがPに入る場合で場合分けして考えます。

図1

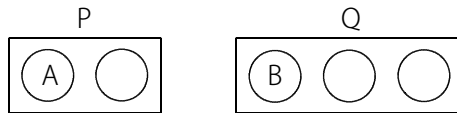
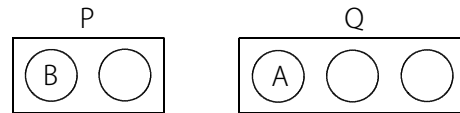


図2



AがP、BがQに入る場合（図1）

残りの3人のうち1人がPに入るだけなので C, D, E の3人から1人を選びます。 ${}_3C_1=3$ (通り)

※残りの3人のうち2人がQに入ると考えてもかまいません。 ${}_3C_2=3$ (通り)

AがQ、BがPに入る場合（図2）

残りの3人のうち1人がPに入るだけなので C, D, E の3人から1人を選びます。 ${}_3C_1=3$ (通り)

※残りの3人のうち2人がQに入ると考えてもかまいません。 ${}_3C_2=3$ (通り)

よって $3+3=6$ (通り)

(別解1)

書き出します。

AがP、BがQに入る場合 … (AC, BDE) (AD, BCE) (AE, BCD)

AがQ、BがPに入る場合 … (BC, ADE) (BD, ACE) (BE, ACD)

よって $3+3=6$ (通り)

(別解2)

(1) で求めたように分け方は全部で10通りです。AとBが同じ部屋になるのが(2)で求めたように4通りです。

AとBが別の部屋になるのはAとBが同じ部屋になる場合の余事象なので

AとBが別の部屋になるのは $10-4=6$ (通り)



例題と解説

例題3

A, B, C, D, E, F の6人を2人用の部屋Pと4人用の部屋Qに分けます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 分け方は全部で何通りありますか。
- (2) AとBが同じ部屋になるような分け方は何通りありますか。
- (3) AとBが別の部屋になるような分け方は何通りありますか。

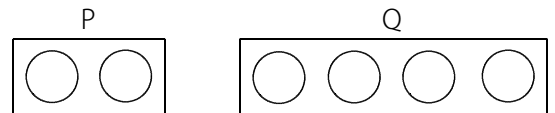
答え (1) 15通り (2) 7通り (3) 8通り

[例題3の解説]

- (1) 右図のように6人を2人部屋Pと4人部屋Qに分けます。

6人から部屋Pに入る2人を選べば、残りの4人は自動的に部屋Qになるので6人から2人を選ぶだけです。

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15(\text{通り})$$



(別解)

6人から部屋Qに入る4人を選べば、残りの2人は自動的に部屋Pになるので6人から4人を選ぶだけです。

$${}_6C_4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15(\text{通り})$$



(2) 図1のようにAとBがPに入る場合と図2のようにAとBがQに入る場合で場合分けして考えます。

図1

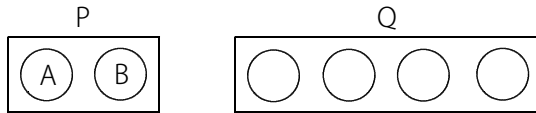
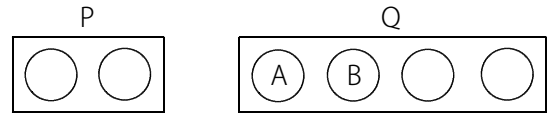


図2



AとBがPに入る場合 (図1)

残りの4人がQに入るだけなので1通り

AとBがQに入る場合 (図2)

残りの4人のうち2人がQに入るだけなので C, D, E, F の4人から2人を選びます。 ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)

※残りの4人のうち2人がPに入ると考えてもかまいません。 ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)

よって $1+6=7$ (通り)

(別解)

書き出します。

AとBがPに入る場合 … (AB, CDEF)

AとBがQに入る場合 … (CD, AB EF) (CE, AB DF) (CF, AB ED) (DE, AB CF) (DF, AB CE) (EF, AB CD)

よって $1+6=7$ (通り)



(3) 図1のようにAがP、BがQに入る場合と図2のようにAがQ、BがPに入る場合で場合分けして考えます。

図1

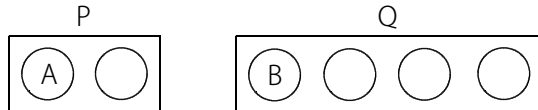
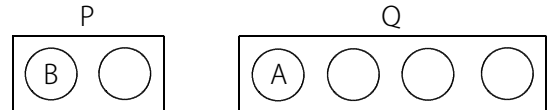


図2



AがP、BがQに入る場合（図1）

残りの4人のうち1人がPに入るだけなので C, D, E, F の4人から1人を選びます。 ${}_4C_1=4$ (通り)

※残りの4人のうち3人がQに入ると考えてもかまいません。 ${}_4C_3=4$ (通り)

AがQ、BがPに入る場合（図2）

残りの4人のうち1人がPに入るだけなので C, D, E, F の4人から1人を選びます。 ${}_4C_1=4$ (通り)

※残りの4人のうち3人がQに入ると考えてもかまいません。 ${}_4C_3=4$ (通り)

よって $4+4=8$ (通り)

(別解1)

書き出します。

AがP、BがQに入る場合 … (AC, BDEF) (AD, BCEF) (AE, BCDF) (AF, BCDE)

AとBがQに入る場合 … (BC, ADEF) (BD, ACEF) (BE, ACDF) (BF, ACDE)

よって $4+4=8$ (通り)

(別解2)

(1) で求めたように分け方は全部で15通りです。AとBが同じ部屋になるのが(2)で求めたように7通りです。

AとBが別の部屋になるのはAとBが同じ部屋になる場合の余事象なので

AとBが別の部屋になるのは $15-7=8$ (通り)



例題と解説

例題 4

A, B, C, D, E, F の6人を3人用の部屋Pと4人用の部屋Qに分けます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 分け方は全部で何通りありますか。
- (2) AとBが同じ部屋になるような分け方は何通りありますか。
- (3) AとBが別の部屋になるような分け方は何通りありますか。

答え (1) 35通り (2) 15通り (3) 20通り

[例題 4 の解説]

- (1) 6人を3人用の部屋Pと4人用の部屋Qに分けるので

図1のように2人と4人に分ける場合と、図2のように3人と3人に分ける場合の2つの場合があります。

図 1

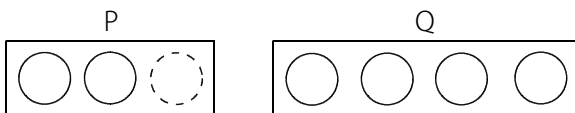
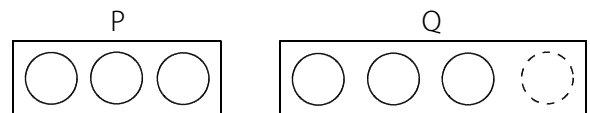


図 2



Pに2人、Qに4人入る場合（図1）

6人から部屋Pに入る2人を選べば、残りの4人は自動的に部屋Qになるので6人から2人を選びます。

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15(\text{通り})$$

Pに3人、Qに3人入る場合（図2）

6人から部屋Pに入る3人を選べば、残りの3人は自動的に部屋Qになるので6人から3人を選びます。

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20(\text{通り})$$

よって $15 + 20 = 35(\text{通り})$



(2) 下図1～4のように4つに場合分けをして考えます。

図1

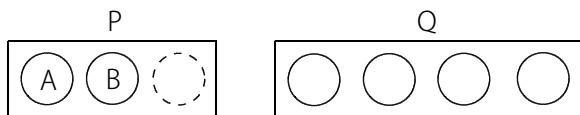


図3

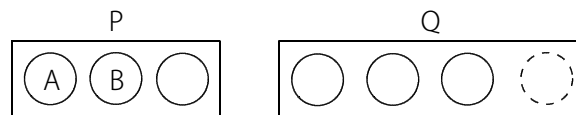


図2

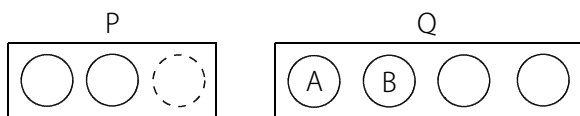


図4

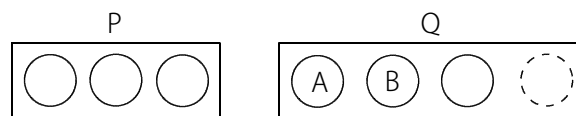


図1の場合 … 残りの4人からQに入る4人を選びます。 ${}_4C_4=1(\text{通り})$

図2の場合 … 残りの4人からPに入る2人を選びます。 ${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6(\text{通り})$

※ 残りの4人からQに入る2人を選んでも同じ6通りです。

図3の場合 … 残りの4人からPに入る1人を選びます。 ${}_4C_1=\frac{4}{1}=4(\text{通り})$

※ 残りの4人からQに入る3人を選んでも同じ4通りです。

図4の場合 … 残りの4人からQに入る1人を選びます。 ${}_4C_1=\frac{4}{1}=4(\text{通り})$

※ 残りの4人からPに入る3人を選んでも同じ4通りです。

よって $1+6+4+4=15(\text{通り})$



例題と解説

(3) 下図1～4のように4つに場合分けをして考えます。

図1

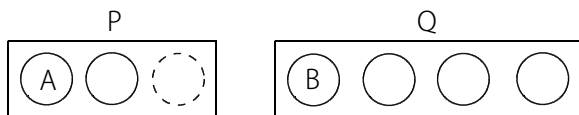


図3

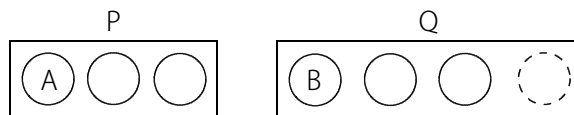


図2

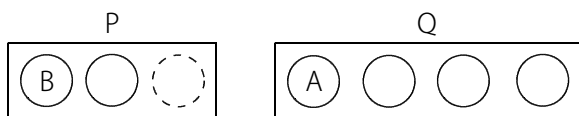


図4

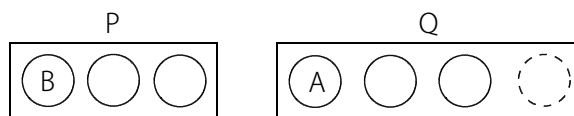


図1の場合 … 残りの4人からPに入る1人を選びます。 ${}_4C_1=4(\text{通り})$
※ 残りの4人からQに入る3人を選んでも同じ4通りです。

図2の場合 … 残りの4人からPに入る1人を選びます。 ${}_4C_1=4(\text{通り})$
※ 残りの4人からQに入る3人を選んでも同じ4通りです。

図3の場合 … 残りの4人からPに入る2人を選びます。 ${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6(\text{通り})$

※ 残りの4人からQに入る2人を選んでも同じ6通りです。

図4の場合 … 残りの4人からQに入る2人を選びます。 ${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6(\text{通り})$

※ 残りの4人からPに入る2人を選んでも同じ6通りです。

よって $4+4+6+6=20(\text{通り})$



例題と解説

(別解)

(1) で求めたように分け方は全部で35通りです。AとBが同じ部屋になるのが(2) で求めたように15通りです。

AとBが別の部屋になるのはAとBが同じ部屋になる場合の余事象なので

AとBが別の部屋になるのは $35 - 15 = 20$ (通り)

ポイントまとめ

- ・ 難しい問題ほどていねいに場合分けをしてから考えましょう。