中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

例題１

A，B，C，D，E の5人がいます。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　この5人の中から2人を選びます。その選び方は何通りありますか。

（２）　この5人の中から3人を選びます。その選び方は何通りありますか。

（３）　この5人の中から4人を選びます。その選び方は何通りありますか。

答え　（１）10通り（２）10通り（３）5通り

[例題１の解説]

（１）　5人から2人を選びます。

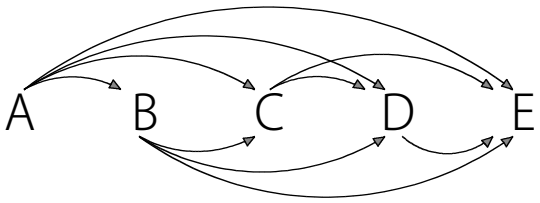
まずは書き出します。

(A，B)　(A，C)　(A，D)　(A，E)

(B，C)　(B，D)　(B，E)

(C，D)　(C，E)

(D，E)



全部で 4＋3＋2＋1＝10(通り) あることがわかります。

※ 書き出すときには上のように順序(じゅんじょ)よく書き出すようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

この10通りを計算で求めます。

順列では「P（パーミュテーション）」を使いますが、**組み合わせでは「C（コンビネーション）」を使います。**

5人から2人を選ぶ場合は ${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=\frac{20}{2}$＝20÷2＝10(通り) となります。　（※ 「ゴ　シー　ニ」と読みます。）

${}_AC_B$ のときAが異なるものの個数でBがその中から選ぶものの個数です。

分子はAからはじめてB個分だけ数を1つずつ小さくしてかけた数です。

分母はBからはじめて1になるまで1ずつ小さくしてかけた数です。

パーミュテーションはかけるだけでしたが、コンビネーションは割っています。

${}_5C_2$ はなぜ 5×4 を 2×1 で割るのでしょうか。その理由を理解しておきましょう。

まず分子の 5×4 は5人のうち2人をならべる場合と同じです。つまり5人のうち2人のリレーの走る順番です。

AB，AC，AD，AE，BC，BD，BE，CD，CE，DE

BA，CA，DA，EA，CB，DB，EB，DC，EC，ED

20通り

ただし 選ぶ場合は順番が関係ないので2人の順番を入れかえたものも同じ組み合わせです。

AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
同じ	同じ	同じ	同じ	同じ	同じ	同じ	同じ	同じ	同じ
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
BA	CA	DA	EA	CB	DB	EB	DC	EC	ED

つまり2人を入れかえるので 2×1＝2(通り) ずつあるので 5×4 を 2×1 で割ります。

よって (5×4)÷(2×1)＝10(通り)

ならべて、同じものの個数で割っているということです。

コンビネーションを覚えておけば選ぶ（組み合わせ）の問題でどのような計算をすればよいかがわかりやすくなります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

（２）　5人から3人を選びます。

計算で求めます。

$${}_5C_3=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=\frac{60}{6}=60\div6=10\text{(通り)}$$

コンビネーションは計算とちゅうで約分すると速く計算できます。

$${}_5C_3=\frac{5\times\overset{2}{\cancel{4}}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{2}\times1}=5\times2=10\text{(通り)}$$

ここで ${}_5C_3$ と ${}_5C_2$ がともに10通りで等しくなっていることがわかります。
これは偶然(ぐうぜん)ではありません。5人から3人を選ぶのと、5人から2人を選ぶのは同じです。
「5人から3人を選ぶ」というのは「5人から選ばない2人を選ぶ」ということなので、
5人から2人を選ぶのと同じ10通りです。

例えば 「8人から5人を選ぶ」というのは、「8人から3人」を選ぶのと同じです。計算をして確かめておきます。

8人から5人を選ぶ ${}_8C_5=\frac{8\times7\times\cancel{6}\times\cancel{5}\times\cancel{4}}{\cancel{5}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1}=56\text{(通り)}$

8人から3人を選ぶ ${}_8C_3=\frac{8\times7\times\cancel{6}}{\cancel{3}\times\cancel{2}\times1}=56\text{(通り)}$

「100人から99人を選ぶ」となると難しく感じますが「100人から1人」を選ぶのと同じなので100通りです。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

（３）　5人から4人を選びます。

${}_5C_4=\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5$(通り)

(別解)

「5人から4人を選ぶ」は「5人から1人」を選ぶことと同じです。

5人から1人を選ぶので5通り

※ ${}_5C_1=\frac{5}{1}=5$

書き出して確認しておきます。

5人から4人を選ぶ場合

ABCD，ABCE，ABDE，ACDE，BCDE

よって 5通り

5人から1人を選ぶ場合　…　A，B，C，D，E　5通り

どちらにしても5通りです。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

例題２

A，B，C，D の4チームサッカーの試合を行います。引き分けはありません。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　4チームでトーナメント戦を行います。優勝 チームが決まるまでに試合は全部で何試合ありますか。

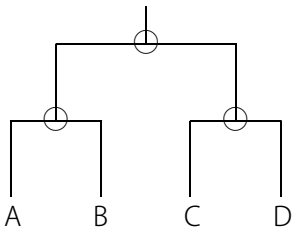
（２）　4チームで総当たり戦（リーグ戦）を行います。試合は全部で何試合ありますか。

※他のすべてのチームと1回ずつ試合をすることを総当たり戦（リーグ戦）といいます。

答え　（１）3試合（２）6試合

[例題２の解説]

（１）　4チームでトーナメント戦を行うので右図のようになります。



○が1回の試合なのでよって全部で3試合です。

トーナメント戦では何チームであっても **(チーム数)−1＝(試合数)**　となります。

1試合で必ずどちらかのチームが負けます。

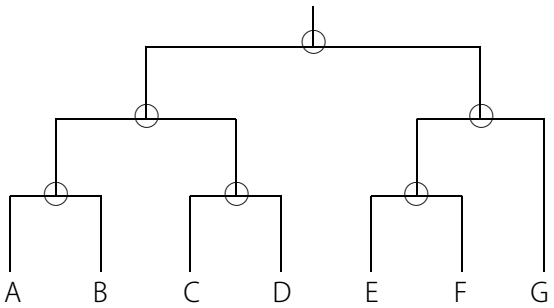
ただし優勝チームは1度も負けないのですべてのチーム数から優勝チームの1チームをひくと

すべての試合数となります。組み合わせを考える問題ではありませんが覚えておきましょう。

これはどのような形であってもトーナメント戦であれば **(チーム数)−1＝(試合数)**　となります。

例えば右図のように7チームでトーナメント戦を行うとします。

このときすべての試合数は 7−1＝6(試合) となります。



100チームのトーナメント戦であれば99試合あります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

（２）　4チームのうち2チームずつが試合を行うので4チームから2チームを選びます。

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$(試合)

書き出してすべての試合数が6試合になることを確認しておきます。

AB，AC，AD，BC，BD，CD

よって6試合です。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

例題３

黒色のボールが2個、白色のボールが4個あります。これら6個のボールを横一列(よこいちれつ)にならべます。

全部で何通りのならべ方がありますか。

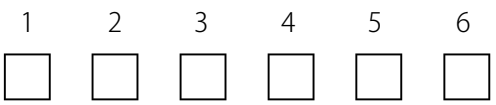
答え 15通り

[例題３の解説]

黒色のボールを●、白色のボールを○とします。

黒２個と白４個を横一列にならべるので ●○○●○○ や ○○○●●○ のようになります。

ここでボールを置く場所を右図のように左から順に1～6とします。



この6個の置き場所のうち２個に●を置けばいいので6個から2個を選びます。

$${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$$(通り)

(別解)

6個の置き場所のうち4個に○を置くと考えても同じです。

$${}_6C_4=\frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1}=15$$(通り)

書き出して確かめておきます。

●●○○○○，●○●○○○，●○○●○○，●○○○●○，●○○○○●

○●●○○○，○●○●○○，○●○○●○，○●○○○●

○○●●○○，○○●○●○，○○●○○●

○○○●●○，○○○●○●

○○○○●●

よって 15通り

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

例題４

表と裏があるコインを7回なげます。表が3回出るような表裏の出方は全部で何通りありますか。

答え 35通り

[例題４の解説]

表を○、裏を●とします。

表が3回出るような表裏の出方は ○○●●●○● や ●●○●○●○ のような場合が考えられます。

ここで下図のように1回目から7回目とします。

1	2	3	4	5	6	7
□	□	□	□	□	□	□

この7個のうち3個を○にすればいいので7個から3個を選びます。

$${}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$$(通り)

(別解)

7個のうち4個を●にすればいいので7個から4個を選びます。

$${}_7C_4=\frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$$(通り)

場合の数の問題は考え方をくふうするだけでかんたんに解けることがあります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.29-２　4年　場合の数３
組み合わせと計算

例題と解説

ポイントまとめ

・組み合わせでは「C（コンビネーション）」を使います。

・5人から2人を選ぶ場合は ${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=\frac{20}{2}=20\div2=10$(通り) となります。

・**${}_AC_B$ のときAが異なるものの個数でBがその中から選ぶものの個数です。**

分子はAからはじめてB個分だけ数を1つずつ小さくしてかけた数です。

分母はBからはじめて1になるまで1ずつ小さくしてかけた数です。

・「100人から99人を選ぶ」となると難しく感じますが「100人から1人」を選ぶのと同じなので100通りです。

・トーナメント戦の場合 **(チーム数)－1＝(試合数)**

・場合の数の問題は考え方をくふうするだけでかんたんに解けることがあります。

(C) 2014 min-san.com