



例題と解説

例題 1

次の問いに答えなさい

- (1) 8の倍数で150にもっとも近い数はいくつですか。
- (2) 13の倍数で500にもっとも近い数はいくつですか。
- (3) 4と6の公倍数で500にもっとも近い数はいくつですか。
- (4) 12でも18でも割りきれる整数で1000にもっとも近い数はいくつですか。

答え (1) 152 (2) 494 (3) 504 (4) 1008

[例題 1 の解説]

- (1) 150の中に8がいくつ入るか求めます。

$$150 \div 8 = 18 \cdots 6$$

150の中に8は18個入ることがわかります。

8の倍数で150より小さくて150にもっとも近い数は $8 \times 18 = 144$

8の倍数で150より大きくて150にもっとも近い数は $144 + 8 = 152$ ($8 \times 19 = 152$ と求めてもかまいません)

よって8の倍数で150にもっとも近い数は152であることがわかります。

- (2) 500の中に13がいくつ入るか求めます。

$$500 \div 13 = 38 \cdots 6$$

500の中に13は38個入ることがわかります。

13の倍数で500より小さくて500にもっとも近い数は $13 \times 38 = 494$

13の倍数で500より大きくて500にもっとも近い数は $494 + 13 = 507$ ($13 \times 39 = 507$ と求めてもかまいません)

よって13の倍数で500にもっとも近い数は494であることがわかります。



例題と解説

- (3) 4と6の公倍数は4と6の最小公倍数の倍数です。

$$(4と6の最小公倍数)=12$$

4と6の公倍数 12, 24, 36, 48, 60, ...

つまり、4と6の公倍数は12の倍数です。

500の中に12がいくつ入るか求めます。

$$500 \div 12 = 41 \cdots 8$$

500の中に12は41個入ることがわかります。

12の倍数で500より小さくて500にもっとも近い数は $12 \times 41 = 492$

12の倍数で500より大きくて500にもっとも近い数は $492 + 12 = 504$ ($12 \times 42 = 504$ と求めてもかまいません)

よって4と6の公倍数(12の倍数)で500にもっとも近い数は504であることがわかります。

- (4) 12でも18でも割りきれ整数は12と18の公倍数です。

12と18の公倍数は12と18の最小公倍数の倍数です。

$$(12と18の最小公倍数)=36$$

12と18の公倍数 18, 36, 54, 72, 90, ...

つまり、12と18の公倍数は36の倍数です。

1000の中に36がいくつ入るか求めます。

$$1000 \div 36 = 27 \cdots 28$$

1000の中に36は27個入ることがわかります。

36の倍数で1000より小さくて1000にもっとも近い数は $36 \times 27 = 972$

36の倍数で1000より大きくて1000にもっとも近い数は $972 + 36 = 1008$ ($36 \times 28 = 1008$ と求めてもかまいません)

よって12でも18でも割りきれ整数(36の倍数)で1000にもっとも近い数は1008であることがわかります。



例題と解説

例題2

次の問いに答えなさい。

- (1) 6で割ると2あまる整数を小さい順^{じゆん}に5個求めなさい。
- (2) 4で割ると3あまる整数を小さい順に5個求めなさい。
- (3) 1から100までの整数で12で割ると5あまる整数をすべて求めなさい。
- (4) 8で割ると1あまる2けたの整数をすべて求めなさい。

答え (1) 2, 8, 14, 20, 26 (2) 3, 7, 11, 15, 19 (3) 5, 17, 29, 41, 53, 65, 77, 89
(4) 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 73, 81, 89, 97

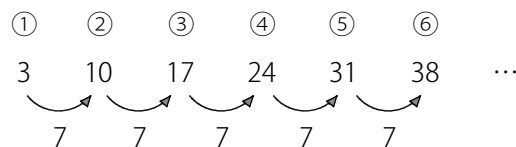
[例題2の解説]

例えば、7で割ると3あまる整数は、3に7の倍数を足した数です。(または7の倍数から4を引いた数)

7で割ると3あまる整数 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, 59, 66, 73, 80, 87, 94, 101, ...

1番目の3も $3 \div 7 = 0 \cdots 3$ なので7で割ると3あまる整数です。わすれないようにしましょう。

また、7で割ると3あまる整数は、1番目が3で7ずつ増える等差数列^{とうさすうれつ}になっています。



- (1) 6で割ると2あまる整数は、2に6の倍数を足した数です。

2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, ...

小さい順に5個なので 2, 8, 14, 20, 26

- (2) 4で割ると3あまる整数は、3に4の倍数を足した数です。

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ...

小さい順に5個なので 3, 7, 11, 15, 19



例題と解説

- (3) 12で割ると5あまる整数は、5に12の倍数を足した数です。

5 , 17 , 29 , 41 , 53 , 65 , 77 , 89 , 101 , 113 , ...

1から100までなので 5 , 17 , 29 , 41 , 53 , 65 , 77 , 89

- (4) 8で割ると1あまる整数は、1に8の倍数を足した数です。

1 , 9 , 17 , 25 , 33 , 41 , 49 , ...

2けたの整数なので 17 , 25 , 33 , 41 , 49 , 57 , 65 , 73 , 81 , 89 , 97



例題と解説

例題3

次の問いに答えなさい。

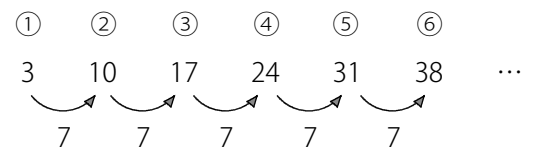
- (1) 5で割ると3あまる整数で小さい方から10番目の整数を求めなさい。
- (2) 8で割ると5あまる整数で小さい方から55番目の整数を求めなさい。
- (3) 9で割ると4あまる整数で100にもっとも近い整数を求めなさい。
- (4) 12で割ると7あまる整数で500にもっとも近い整数を求めなさい。

答え (1) 48 (2) 437 (3) 103 (4) 499

[例題3の解説]

例えば、7で割ると3あまる整数は、

右図のように1番目が3で7ずつ増える等差数列になっています。



7で割ると3あまる10番目の整数は、3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, 59, 66, ... より66です。

ではこれを計算で求めます。

1番目から10番目なので数の個数は10個、間は $10-1$ より9個です。

3から7が9個増えるので、 $3+7\times 9=66$ となります。

7で割ると3あまる整数で小さい方から100番目の整数を計算で求めます。

1番目から100番目なので数の個数は100個、間は $100-1$ より99個です。

3から7が99個増えるので、 $3+7\times 99=696$ となります。

- (1) 5で割ると3あまる整数 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, ...

3から5ずつ増える等差数列です。

10番目なので間は $10-1$ より9個です。

3から5が9個増えるので10番目は、 $3+5\times 9=48$



例題と解説

- (2) 8で割ると5あまる整数 $5, 13, 21, 29, 37, 45, 53, 61, \dots$

5から8ずつ増える等差数列です。

55番目なので間^{あいだ}は $55-1$ より54個です。

5から8が54個増えるので55番目は、 $5+8\times 54=437$

- (3) 9で割ると4あまる整数 $4, 13, 22, 31, 40, 49, 58, 67, \dots$

4から9ずつ増える等差数列です。

4から100までに9がいくつ入るか求めます。

$$(100-4)\div 9=10\cdots 6$$

4から100までに9が10個入ることがわかります。

$$100より小さくて100に近い数は $4+9\times 10=94$$$

$$100より大きくて100に近い数は $94+9=103$ ($4+9\times 11=103$ と求めてもかまいません)$$

よって、9で割ると4あまる整数で100にもっとも近い数は103であることがわかります。

(別解)

100に近そうな9の倍数^{さが}を探して、4を足します。

$$9\times 10=90 \text{ をもとに考えます。}$$

$$90+4=94$$

$$94+9=103$$

よって、9で割ると4あまる整数で100にもっとも近い数は103であることがわかります。



例題と解説

- (4) 500に近そうな12の倍数を探して、7を足します。

$12 \times 40 = 480$ をもとに考えます。

$$480 + 7 = 487$$

$$487 + 12 = 499$$

$$499 + 12 = 511$$

よって、12で割ると7あまる整数で500にもっとも近い数は499であることがわかります。

(別解)

12で割ると7あまる整数 7, 19, 31, 43, 55, 67, 79, 91, ...

7から12ずつ増える等差数列です。

7から500までに12がいくつ入るか求めます。

$$(500 - 7) \div 12 = 41 \cdots 1$$

7から500までに12が41個入ることがわかります。

$$500 \text{より小さくて} 500 \text{に近い数は } 7 + 12 \times 41 = 499$$

$$500 \text{より大きくて} 500 \text{に近い数は } 499 + 12 = 511 \quad (7 + 12 \times 42 = 511 \text{ と求めてもかまいません})$$

よって、12で割ると7あまる整数で500にもっとも近い数は499であることがわかります。



例題と解説

例題4

6で割ると3あまり、5で割ると割りきれる整数について次の問いに答えなさい。

- (1) もっとも小さい数を求めなさい。
- (2) 小さい方から5個をすべて求めなさい。
- (3) 小さい方から100番目の数を求めなさい。
- (4) 1000にもっとも近い数を求めなさい。

答え (1) 15 (2) 15, 45, 75, 105, 135 (3) 2985 (4) 1005

[例題4の解説]

例えば3で割ると2あまり、4で割ると割りきれる整数（4の倍数）について考えます。

3で割ると2あまる整数 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, ...

4で割ると割りきれる整数 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, ...

よって、3で割ると2あまり、4で割ると割りきれる整数は上の2つに ^{きょうつう}共通する数なので、8, 20, 32, 44, ...

8から12ずつ増える等差数列になっています。

つまり、12は3と4の最小公倍数なので、もっとも小さな数の8に3と4の公倍数を足した数になっています。

つまり、3で割ると2あまり、4で割ると割りきれる整数の求め方は次のようになります。

- ① もっとも小さい数を書き上げて探す。
- ② 3と4の最小公倍数を求める。
- ③ 8に3と4の最小公倍数である12を足していく。

3で割ると2あまり、4で割ると割りきれる整数 8, 20, 32, 44, 56, 68, 80, 92, 104, 116, 128, 140, ...

もっとも小さな数を書き上げて求めることがポイントです。

また、もっとも小さい数を求めて、その数を何倍かにするのはまちがいのので気をつけましょう。

8, 16, 24, 32, ... のようにするのはまちがいです。



例題と解説

- (1) 6で割ると3あまり、5で割ると割りきれる整数（5の倍数）について考えます。
6で割ると3あまる整数 $3, 9, \underline{15}, 21, 27, 33, 39, \underline{45}, 51, \dots$
5で割ると割りきれる整数 $5, 10, \underline{15}, 20, 25, 30, 35, 40, \underline{45}\dots$
よって、もっとも小さい数は15
- (2) 6で割ると3あまり、5で割ると割りきれる整数はもっとも小さい数15に6と5の公倍数を足した数です。
(6と5の最小公倍数) $=30$ なので、15から30ずつ増えます。
小さい順に5個なので $15, 45, 75, 105, 135$
- (3) $15, 45, 75, 105, 135, \dots$
15から30ずつ増える等差数列です。
100番目なので ^{あいだ}間 は $100-1$ より99個です。
15から30が99個増えるので100番目は、 $15+30\times 99=2985$
- (4) 30の倍数に15を足した数で1000に近い数を探します。
 $30\times 30=900$ なのでこれをもとに探します。
 $30\times 32=960$
 $30\times 33=990$
1000より小さくて1000に近い数は $960+15=975$
1000より大きくて1000に近い数は $990+15=1005$
よって、6で割ると3あまり、5で割ると割りきれる整数で1000にもっとも近い数は1005



例題と解説

例題 5

次の問いに答えなさい。

- (1) 4で割ると1あまり、5で割ると3あまる整数で100にもっとも近い数を求めなさい。
- (2) 3で割ると1あまり、5で割ると2あまり、8で割ると4あまる整数で500にもっとも近い数を求めなさい。

答え (1) 93 (2) 532

[例題 5 の解説]

- (1) 4で割ると1あまる整数 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, …

5で割ると3あまる整数 3, 8, 13, 18, 23, …

よって、4で割ると1あまり、5で割ると3あまる整数でもっとも小さい数は13で、13に4と5の公倍数を足した数です。

(4と5の最小公倍数)=20

100に近い数を探します。

$$20 \times 5 + 13 = 113$$

$$20 \times 4 + 13 = 93$$

よって、4で割ると1あまり、5で割ると3あまる整数で100にもっとも近い数は93

- (2) 3で割ると1あまる整数 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, …

5で割ると2あまる整数 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, …

8で割ると4あまる整数 4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, …

よって、もっとも小さい数は52です。

(3と5と8の最小公倍数)=120

52に120を足していけばよいので、52, 172, 292, 412, 532, … となります。

500にもっとも近い数は532



例題と解説

(別解)

もっとも小さい数は^{きほんてき}基本的^{きほんてき}に書き出して見つけますが、この問題のようになかなか見つからない場合があります。

このような場合、3つのうち2つに^{きょうつう}共通^{きょうつう}する数を見つけます。

3で割ると1あまる整数 $1, 4, \underline{7}, 10, 13, \dots$

5で割ると2あまる整数 $2, \underline{7}, 12, 17, \dots$

よって、3で割ると1あまり、5で割ると2あまる整数は、7に3と5の最小公倍数の15を足していった数になります。

3で割ると1あまり、5で割ると2あまる整数 $7, 22, 37, 52, 67, \dots$

この中で8で割ると4あまる整数を探せばよいので、52であることがわかります。

あとはこの52に3と5と8の最小公倍数120を足していけばよいので、 $52, 172, 292, 412, 532, \dots$ より
532であることがわかります。



例題6

5で割ると1あまり、6で割ると2あまり、7で割ると3あまる整数でもっとも小さい数を求めなさい。

答え 206

[例題6の解説]

3つに共通する数を見つけるのは大変なので、まずは2つに共通する数を見つけます。

5で割ると1あまる整数 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, …

6で割ると2あまる整数 2, 8, 14, 20, 26, …

よって、5で割ると1あまり、6で割ると2あまる整数は26に5と6の最小公倍数30を足していった数になります。

5で割ると1あまり、6で割ると2あまる整数 26, 56, 86, 116, 146, 176, 206, 236, 266, …

この中で7で割ると3あまる整数を探せばよいのもっとも小さい数は $206 \div 7 = 29 \cdots 3$ より206であることがわかります。

(別解)

例えば、10で割ると1あまる整数は、10の倍数から $10 - 1 = 9$ の9を引いた数です。1, 11, 21, 31, …

例えば、7で割ると4あまる整数は、7の倍数から $7 - 4 = 3$ の3を引いた数です。4, 11, 18, 25, …

この考え方を使います。

5で割ると1あまる整数 → $5 - 1 = 4$ なので 5の倍数から4を引いた数

6で割ると2あまる整数 → $6 - 2 = 4$ なので 6の倍数から4を引いた数

7で割ると3あまる整数 → $7 - 3 = 4$ なので 7の倍数から4を引いた数

すべてそれぞれの倍数から4を引いた数になることがわかります。

つまり、5で割ると1あまり、6で割ると2あまり、7で割ると3あまる整数は5と6と7の公倍数から4を引いた数になります。

もっとも小さい数を求めるので、5と6と7の最小公倍数210から4を引くと、 $210 - 4 = 206$ となることがわかります。

この考え方は割る数からあまりを引いた数が同じ場合に使えます。



ポイントまとめ

- ・ 6で割ると2あまる整数は2から6ずつ増える等差数列です。
- ・ 例えば、4で割ると1あまり、5で割ると3あまる整数を求める場合は、まずもっとも小さい数を探してから、4と5の最小公倍数を足していきます。
- ・ 3つの場合でも基本的にはもっとも小さい数を探してから最小公倍数を足していきます。
- ・ もっとも小さい数が見つからない場合は、3つのうち2つに共通する数を見つけます。
- ・ 割る数からあまりを引いた数が同じ場合は公倍数を利用して早く見つけることができます。