中学受験Unit.22- 1　4年　倍数
倍数・公倍数・最小公倍数

例題と解説

例題１

次の問いに答えなさい。

（１）　1から50までの3の倍数をすべて求めなさい。

（２）　1から50までの5の倍数をすべて求めなさい。

（３）　3と5の最小公倍数を求めなさい。

（４）　1から50までの3と5の公倍数をすべて求めなさい。

答え　（１）3，6，9，12，15，18，21，24，27，30，33，36，39，42，45，48
（２）5，10，15，20，25，30，35，40，45，50（３）15（４）15，30，45

[例題１の解説]

ある数を何倍かしてできる数をある数の**倍数**といいます。

ある数の倍数を小さい方から求める場合はある数を1倍、2倍、３倍、４倍、…として書き上げます。

（例）　4の倍数　　4，8，12，16，20，24，28，32，36，40，44，48，52，56，60，…

　　　7の倍数　　7，14，21，28，35，42，49，56，63，70，77，84，91，98，…

また、2つ以上の数に共通する倍数を**公倍数**といいます。

（例）　4と7の公倍数は4の倍数と7の倍数の両方に出てくる数です。

28，56，84，112，…

この4と7の公倍数のうち、もっとも小さい数を4と7の**最小公倍数**といいます。

4と7の最小公倍数は28です。4と7の公倍数は最小公倍数である28を1倍、2倍、3倍、…とした数なので、

公倍数は最小公倍数の倍数になっていることがわかります。

4の倍数は言いかえると「4で割りきれる整数」です。5の倍数は「5で割りきれる整数」です。

また、4と7の公倍数は「4でも7でも割りきれる整数」です。4と7の最小公倍数は「4でも7でも割りきれる最小の整数」です。

（１）　50までの3の倍数　　3，6，9，12，15，18，21，24，27，30，33，36，39，42，45，48

全部で16個あります。

例題と解説

（２）　50までの5の倍数　5，10，15，20，25，30，35，40，45，50
全部で10個あります。

（３）　3の倍数と5の倍数の両方に出てくるもっとも小さい数が3と5の最小公倍数です。
3の倍数　3，6，9，12，15，…
5の倍数　5，10，15，…
よって、3と5の最小公倍数は15

（４）　50までの3の倍数　3，6，9，12，15，18，21，24，27，30，33，36，39，42，45，48
50までの5の倍数　5，10，15，20，25，30，35，40，45，50
共通する（両方に出てくる）倍数が3と5の公倍数です。
よって、1から50までの3と5の公倍数は15、30、45の3個です。

例題と解説

例題２

次の問いに答えなさい。

（１）　12と18の最小公倍数を求めなさい。

（２）　6と15の最小公倍数を求めなさい。

（３）　3と12の最小公倍数を求めなさい。

（４）　7と9の最小公倍数を求めなさい。

（５）　24と54の最小公倍数を求めなさい。

<u>答え　（１）36（２）30（３）12（４）63（５）216</u>

[例題２の解説]

最小公倍数はそれぞれの倍数を書いていったときに共通するもっとも小さな数です。

例えば、4と7の最小公倍数は、28です。

4の倍数　　4，8，12，16，20，24，<u>28</u>，…

7の倍数　　7，14，21，<u>28</u>，…

ただし、いつも書き上げるのは大変なので、**連除法**（れんじょほう）を使います。

※最大公約数の場合と異（こと）なるので注意しましょう。

２つの数の最小公倍数の求め方　(例)　24と36の最小公倍数

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \rightarrow 72$$

①　右図のように1以外の共通して割（わ）れる整数（公約数）で割っていきます。

②　1以外の数で割れなくなったらストップします。

③　最後にたてと横の数字をすべてかけたものが最小公倍数です。

(24と36の最小公倍数)＝72

右図のように24と36の最小公倍数は、2×2×3×2×3＝72 であることがわかります。

24と36なので最初に2ではなく、いっきに12で割ってもかまいません。

中学受験Unit.22- 1　4年　倍数
倍数・公倍数・最小公倍数

例題と解説

（1）　連除法を使います。

右図のようになります。

よって、(12と18の最小公倍数)＝2×3×2×3＝36

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

(別解)

書き上げて確認しておきます。

12の倍数　　12，24，36，48，…

18の倍数　　18，36，54，…

36がもっとも小さな公倍数、つまり最小公倍数であることがわかります。

（2）　右図のようになります。

よって、(6と15の最小公倍数)＝3×2×5＝30

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 6 & 15 \\ \hline & 2 & 5 \end{array}$$

(別解)

6の倍数　　6，12，18，24，30，　…

15の倍数　　15，30，45，…

30がもっとも小さな公倍数、つまり最小公倍数であることがわかります。

（3）　右図のようになります。

よって、(3と12の最小公倍数)＝3×1×4＝12

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 3 & 12 \\ \hline & 1 & 4 \end{array}$$

（4）　7と9の公約数は1しかありません。割ることができないので右図のようになります。

よって、(7と9の最小公倍数)＝7×9＝63

$$7 \times 9$$

例題と解説

（5）　右図のようになります。

よって、(24と54の最小公倍数)＝2×3×4×9＝216

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 54 \\ \hline 3 & 12 & 27 \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

(別解)

24の倍数　　24，48，72，96，120，144，168，192，<u>216</u>，…

54の倍数　　54，108，162，<u>216</u>，…

216がもっとも小さな公倍数、つまり最小公倍数であることがわかります。

中学受験Unit.22- 1　4年　倍数
倍数・公倍数・最小公倍数

例題と解説

例題３

次の問いに答えなさい。

（１）　9と12と18の最小公倍数を求めなさい。

（２）　18と24と60の最小公倍数を求めなさい。

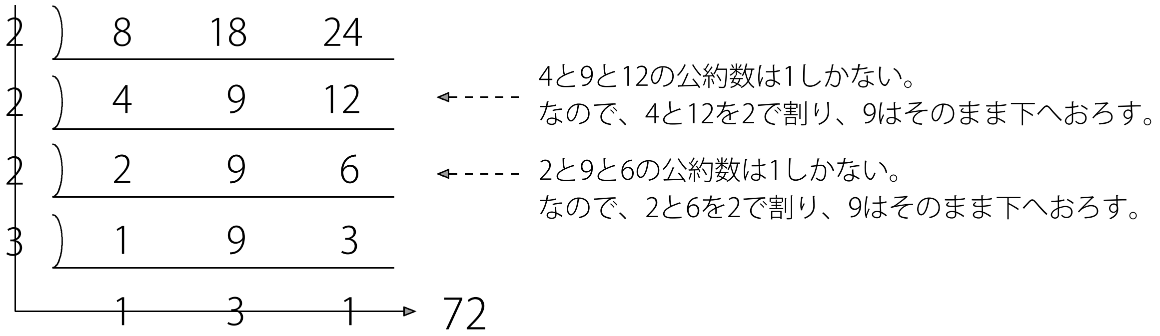
（３）　12と15と18と21の最小公倍数を求めなさい。

<u>答え　（１）36（２）360（３）1260</u>

[例題３の解説]

２つの数の場合と３つ以上の数の場合では最小公倍数の求め方が少し異なります。

３つ以上の数の最小公倍数の求め方　(例)　8と18と24の最小公倍数



(8と18と24の最小公倍数)＝72

①　上図のように1以外の共通して割れる整数（公約数）で割っていきます。

②　1以外の数で割れなくなったら2つ以上の数を共通して割れる整数で割ります。
　　つまりどれかをのぞいてもかまいません。のぞいた数はそのまま下へおろします。

③　最後にたてと横の数字をすべてかけたものが最小公倍数です。

上図のように8と18と24の最小公倍数は、2×2×2×3×1×3×1＝72 であることがわかります。

中学受験Unit.22- 1　4年　倍数
倍数・公倍数・最小公倍数

例題と解説

（1）　連除法を使います。
右図のようになります。
4と6は2で割って3をそのまま下におろしています。
よって、(9と12と18の最小公倍数)＝3×2×3×1×2×1＝36

$$
\begin{array}{r|rrr}
3 & 9 & 12 & 18 \\ \hline
2 & 3 & 4 & 6 \\ \hline
3 & 3 & 2 & 3 \\ \hline
 & 1 & 2 & 1
\end{array}
$$

(別解)
書き上げて確認しておきます。
9の倍数　　9，18，27，<u>36</u>，…
12の倍数　　12，24，<u>36</u>，…
18の倍数　　18，<u>36</u>，…
36がもっとも小さな公倍数、つまり最小公倍数であることがわかります。

（2）　右図のようになります。
4と10は2で割って3をそのまま下におろしています。
よって、(18と24と60の最小公倍数)＝2×3×2×3×2×5＝360

$$
\begin{array}{r|rrr}
2 & 18 & 24 & 60 \\ \hline
3 & 9 & 12 & 30 \\ \hline
2 & 3 & 4 & 10 \\ \hline
 & 3 & 2 & 5
\end{array}
$$

(別解)
連除法で最初に6で割って最小公倍数を求めます。
よって、(18と24と60の最小公倍数)＝6×2×3×2×5＝360

$$
\begin{array}{r|rrr}
6 & 18 & 24 & 60 \\ \hline
2 & 3 & 4 & 10 \\ \hline
 & 3 & 2 & 5
\end{array}
$$

例題と解説

（3）　右図のようになります。

12と18は2で割って15と21をそのまま下におろしています。

よって、(12と15と18と21の最小公倍数)＝2×3×2×5×3×7＝1260

$$
\begin{array}{r|rrrr}
2 & 12 & 15 & 18 & 21 \\ \hline
3 & 6 & 15 & 9 & 21 \\ \hline
 & 2 & 5 & 3 & 7
\end{array}
$$

例題４

次の問いに答えなさい。

（１）　1から100までで8でも12でも割りきれる整数をすべて求めなさい。

（２）　500から1000までで35でも42でも割りきれる整数をすべて求めなさい。

（３）　100から300までで12でも15でも20でも割りきれる整数をすべて求めなさい。

答え　（１）24，48，72，96（２）630，840（３）120，180，240，300

[例題４の解説]

（１）　公倍数は最小公倍数の倍数です。

$$\begin{array}{r|rr} 4 & 8 & 12 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

8でも12でも割りきれる整数は8と12の公倍数です。

(8と12の最小公倍数)＝4×2×3＝24

(8と12の公倍数)＝(8と12の最小公倍数の倍数)＝(24の倍数)

1から100までの8と12の公倍数　　24，48，72，96

(別解)

1から100までの8の倍数　　8，16，24，32，40，48，56，64，72，80，88，96

1から100までの12の倍数　　12，24，36，48，60，72，84，96

よって、1から100までの8と12の公倍数は、24，48，72，96

（２）　(35と42の最小公倍数)＝7×5×6＝210

$$\begin{array}{r|rr} 7 & 35 & 42 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$$

35でも42でも割りきれる整数は35と42の公倍数です。

(35と42の公倍数)＝(35と42の最小公倍数の倍数)＝(210の倍数)

1から1000までの35と42の公倍数　　210，420，630，840

500から1000までなので、630，840

例題と解説

（3）　(12と15と20の最小公倍数)＝3×5×4＝60

12でも15でも20でも割りきれる整数は12と15と20の公倍数です。

(12と15と20の公倍数)＝(12と15と20の最小公倍数の倍数)＝(60の倍数)

1から300までの12と15と20の公倍数　　60，120，180，240，300

100から300までなので、120，180，240，300

$$
\begin{array}{r|rrr}
3 & 12 & 15 & 20 \\ \hline
5 & 4 & 5 & 20 \\ \hline
4 & 4 & 1 & 4 \\ \hline
 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

ポイントまとめ

- ある数を何倍かしてできる数をある数の**倍数**といいます。
- 2つ以上の数に共通する倍数を**公倍数**といいます。
- 公倍数のうち、もっとも小さい数を**最小公倍数**といいます。
- **公倍数は最小公倍数の倍数**になっています。
- ○の倍数は「○で割りきれる整数」です。
- ○と□の公倍数は「○でも□でも割りきれる整数」です。
- ○と□の最小公倍数は「○でも□でも割りきれる最小の整数」です。
- 最小公倍数は**連除法**でかんたんに求めることができます。
- 最小公倍数を求めるとき、2つの数の連除法と3つ以上の数の連除法は少し方法が異なります。
- 3つ以上の数の最小公倍数を求めるときの連除法では割れない数をそのまま下へおろします。