



例題1

赤、青、白、黒の4つのボールがあります。この4つのボールについて次の問いに答えなさい。

- (1) 4つのボールから2つのボールを選びます。その選び方は全部で何通りありますか。
- (2) 4つのボールから3つのボールを選びます。その選び方は全部で何通りありますか。

答え (1) 6通り (2) 4通り

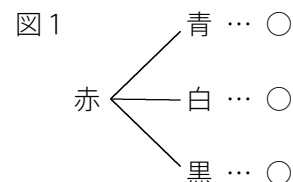
[例題1の解説]

「選ぶ」というのは組み合わせを考えることです。順番は関係ありません。

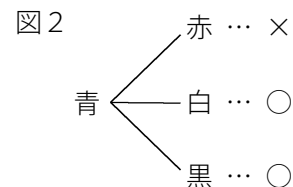
例えば、(赤, 青) という組み合わせは (青, 赤) という組み合わせと同じなので2通りではなく1通りです。

- (1) まずはいろいろな組み合わせを考えてみましょう。

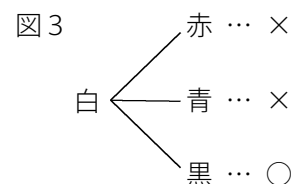
赤を選ぶ場合は図1のようになるので (赤, 青) (赤, 白) (赤, 黒) の3通り



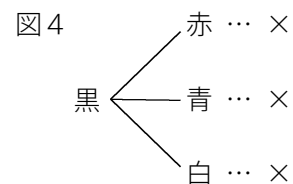
青を選ぶ場合は図2のようになるので (青, 白) (青, 黒) の2通り
(青, 赤) は (赤, 青) ですすでに数えているので数えません。



白を選ぶ場合は図3のようになるので (白, 黒) の1通り
(白, 赤) は (赤, 白) ですすでに数えているので数えません。
(白, 青) は (青, 白) ですすでに数えているので数えません。



黒を選ぶ場合は図4のようになるので0通り
(黒, 赤) は (赤, 黒) ですすでに数えているので数えません。
(黒, 青) は (青, 黒) ですすでに数えているので数えません。
(黒, 白) は (白, 黒) ですすでに数えているので数えません。



よって全部で $3+2+1=6$ (通り) です。



例題と解説

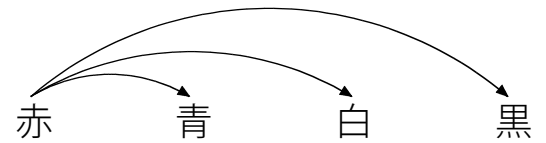
(別解)

別の方法で数えます。

まずは赤を選ぶ組み合わせを考えます。右図のように選びます。

(赤, 青) (赤, 白) (赤, 黒)

赤を選ぶ組み合わせは3通り

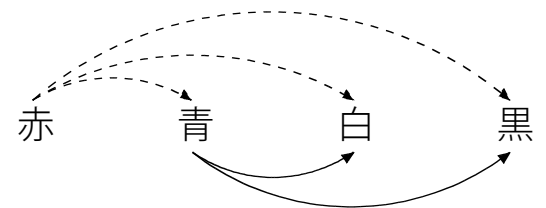


青を選ぶ組み合わせを考えます。右図のように選びます。

(青, 赤) は (赤, 青) ですすでに数えているので数えません。

(青, 白) (青, 黒)

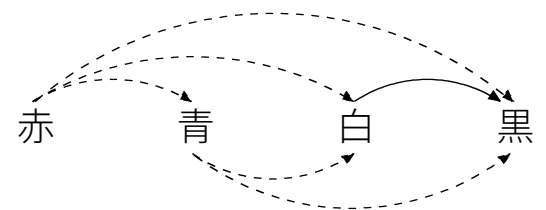
青を選ぶ組み合わせは2通り



白を選ぶ組み合わせを考えます。右図のように選びます。

(白, 黒)

白を選ぶ組み合わせは1通り



よって全部で $3+2+1$ の6通りであることがわかります。

組み合わせを考える場合は同じ組み合わせを数えないようにていねいに数えなければなりません。

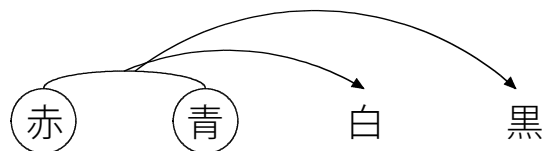
この図のように数える場合は左にもどらずに右に進むように数えます。



(2) ^{じゆんじよ}順序よくていねいに数えましょう。

まずは赤と青を選ぶ場合を考えます。(赤, 青, ○) で○を何色にするかを考えます。

○には白か黒しかないので、赤と青を選ぶ場合は(赤, 青, 白) (赤, 青, 黒) の2通り

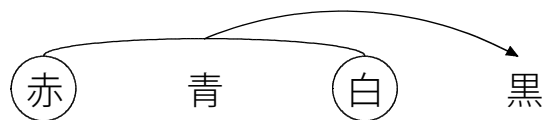


次に赤と白を選ぶ場合を考えます。(赤, 白, ○) で○を何色にするかを考えます。

○には黒しかないので、赤と白を選ぶ場合は(赤, 白, 黒) の1通り

(赤, 白, 青) は(赤, 青, 白) ですすでに数えているので数えません。

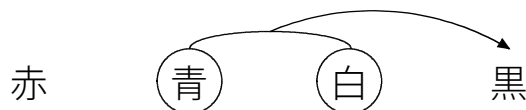
左にもどらないように数えましょう。



赤と黒を選ぶ場合は右に進むことができないのでありません。赤を選ぶ場合はこれで終わりです。

次に青と白を選ぶ場合を考えます。(青, 白, ○) で○を何色にするかを考えます。

○には黒しかないので、青と白を選ぶ場合は(青, 白, 黒) の1通り



青と黒、白と黒を選ぶ場合は右に進むことができないのでもうありません。これですべてです。

よって、(赤, 青, 白) (赤, 青, 黒) (赤, 白, 黒) (青, 白, 黒) の4通り

他の組み合わせがもうないことを^{たし}確かめておきましょう。

他のどのような組み合わせを考えても上の4通り以外にはないはずです。



(別解)

赤、青、黒、白の4つから3つを選ぶのは(赤, 青, 白)(赤, 青, 黒)(赤, 白, 黒)(青, 白, 黒)の4通りでした。この4通りについてもう一度考えてみましょう。

(赤, 青, 白) のとき選んでいないのは黒です。

(赤, 青, 黒) のとき選んでいないのは白です。

(赤, 白, 黒) のとき選んでいないのは青です。

(青, 白, 黒) のとき選んでいないのは赤です。

つまり

「4つのボールから3つのボールを取る(選ぶ)」=「4つのボールから1つのボールを残す(選ばない)」
ということです。

このように考えるとわざわざ3つを選ばなくても取らないボール1つを考えれば済みます。

よって、「黒を選ばない」「白を選ばない」「青を選ばない」「赤を選ばない」の4通りであることがわかります。

例えば、「1から100までの番号が書いてある100個のボールから99個のボールを選ぶのは何通り？」

という問題があったとします。このとき99個の組み合わせを考えるのはとても大変です。

このような場合は、選ばない1個を考えればよいのです。

「1を選ばない」「2を選ばない」「3を選ばない」…「99を選ばない」「100を選ばない」

つまり、100通りであることがわかります。



例題2

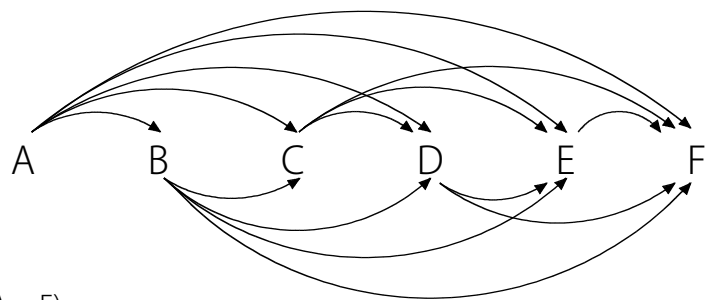
A君, B君, C君, D君, E君, F君 の6人がいます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 6人から2人を選んでウサギの飼育委員しゆくいゐんを決めます。何通りの選び方がありますか。
(2) 6人から3人を選んで保健委員ほけんいゐんを決めます。何通りの選び方がありますか。

答え (1) 15通り (2) 20通り

[例題2の解説]

- (1) 6人から2人を選ぶ場合は右図のようになります。



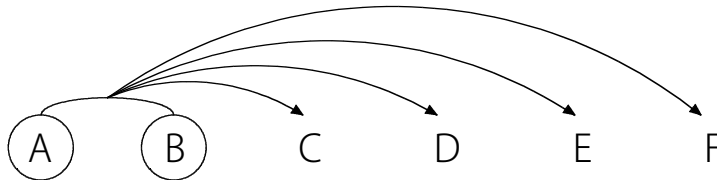
- Aを選ぶ場合 (A, B) (A, C) (A, D) (A, E) (A, F)
Bを選ぶ場合 (B, C) (B, D) (B, E) (B, F)
Cを選ぶ場合 (C, D) (C, E) (C, F)
Dを選ぶ場合 (D, E) (D, F)
Eを選ぶ場合 (E, F)

よって全部で $5+4+3+2+1=15$ (通り)



(2) 6人から3人を選ぶ場合を考えます。2人を決めて数えていきましょう。

A、Bを選ぶ場合であれば下図のようになります。



A、Bを選ぶ場合 (A, B, C) (A, B, D) (A, B, E) (A, B, F)

A、Cを選ぶ場合 (A, C, D) (A, C, E) (A, C, F)

A、Dを選ぶ場合 (A, D, E) (A, D, F)

A、Eを選ぶ場合 (A, E, F)

B、Cを選ぶ場合 (B, C, D) (B, C, E) (B, C, F)

B、Dを選ぶ場合 (B, D, E) (B, D, F)

B、Eを選ぶ場合 (B, E, F)

C、Dを選ぶ場合 (C, D, E) (C, D, F)

C、Eを選ぶ場合 (C, E, F)

D、Eを選ぶ場合 (D, E, F)

よって全部で $10+6+3+1=20$ (通り)



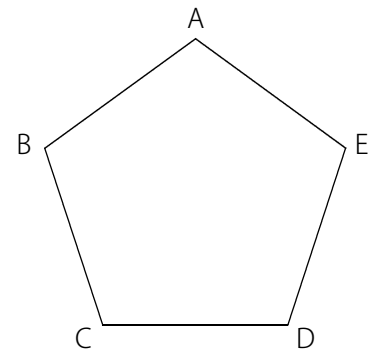
例題と解説

例題3

右図のような正5角形があります。

このA~Eの5個の頂点のうち2個を線で結んで対角線をひきます。

対角線は全部で何本ひくことができますか。



答え 5本

[例題3の解説]

5個の頂点から2個の頂点を線で結ぶので、まずは5個から2個を選びます。

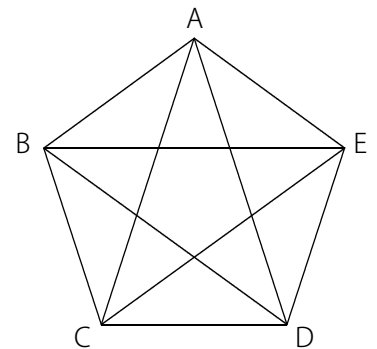
(A, B) (A, C) (A, D) (A, E) (B, C) (B, D) (B, E) (C, D) (C, E) (D, E)

よって5個の頂点から2個の頂点の選び方は10通りです。

ただこの中には (A, B) のように対角線ではなく辺になってしまうものもあるのでそれらをのぞきます。

~~(A, B)~~ (A, C) (A, D) ~~(A, E)~~ ~~(B, C)~~ (B, D) (B, E) ~~(C, D)~~ (C, E) ~~(D, E)~~

よって (A, C) (A, D) (B, D) (B, E) (C, E) の5本です。



(別解)

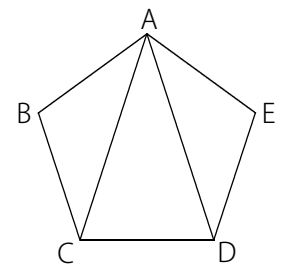
1個の頂点から何本の対角線をひくことができるかをもとに考えます。

頂点AからはCとDに對角線をひくことができるので右図のように2本ひくことができます。

同じようにBからDとEに2本、CからAとEに2本、DからAとBに2本、EからBとCに2本ひくことができます。全部で $2 \times 5 = 10$ (本)

ただしこれは AからC, CからAのように同じ對角線を2回ずつ数えているので、2で割ります。

$10 \div 2 = 5$ (本)





ポイントまとめ

- ・「選ぶ」というのは組み合わせを考えることです。順番じゆんばんは関係ありません。
- ・「4つのボールから3つのボールを取る(選ぶ)」 = 「4つのボールから1つのボールを残すのこ(選ばない)」
- ・組み合わせを数える場合はもどらずに進むように数えます。