



例題と解説

例題 1

①，②，③のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で3枚あります。

この3枚のカードを並べかえて3けたの整数を作ります。3けたの整数は全部で何通りできますか。

答え 6通り

[例題 1 の解説]

3けたの整数を作るので、百の位、十の位、一の位でそれぞれ1枚ずつ使います。

例えば、123や312のような3けたの整数を作ることができます。

まずはすべて書き出して数えてみましょう。小さい順に書き出します。

123，132，213，231，312，321

よって、全部で6通りであることがわかります。

(別解)

樹形図を用いてていねいに書き出せるようにしておきましょう。

樹形図は右図ようになります。

百の位が1のときは、十の位に使えるのは2か3です。

ここで十の位を2にすれば一の位は残りの3となります。

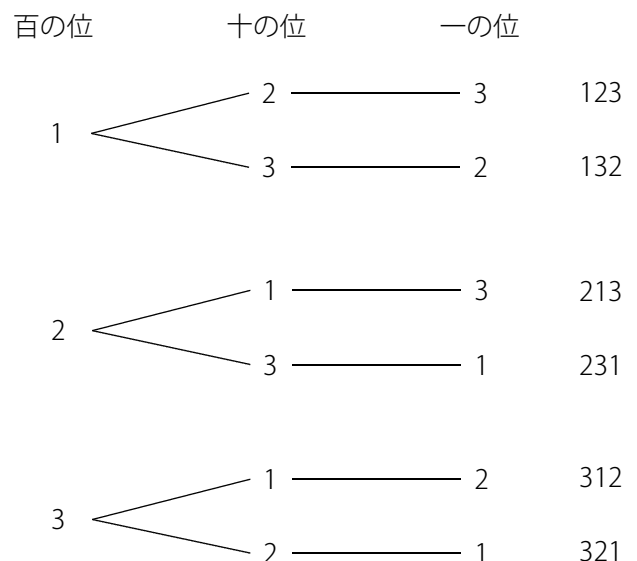
十の位を3にすれば一の位は残りの2です。

このように百の位が1のとき、2のとき、3のときというふうに
分けてそれぞれをていねいに書き出していきます。

樹形図は中学受験では基本的なことですが、難問でも必要です。

ぜひしっかりと樹形図が書けるようにしておきましょう。

このように並べ方を考える問題を順列といいます。





例題と解説

例題 2

①，②，③，④のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で4枚あります。

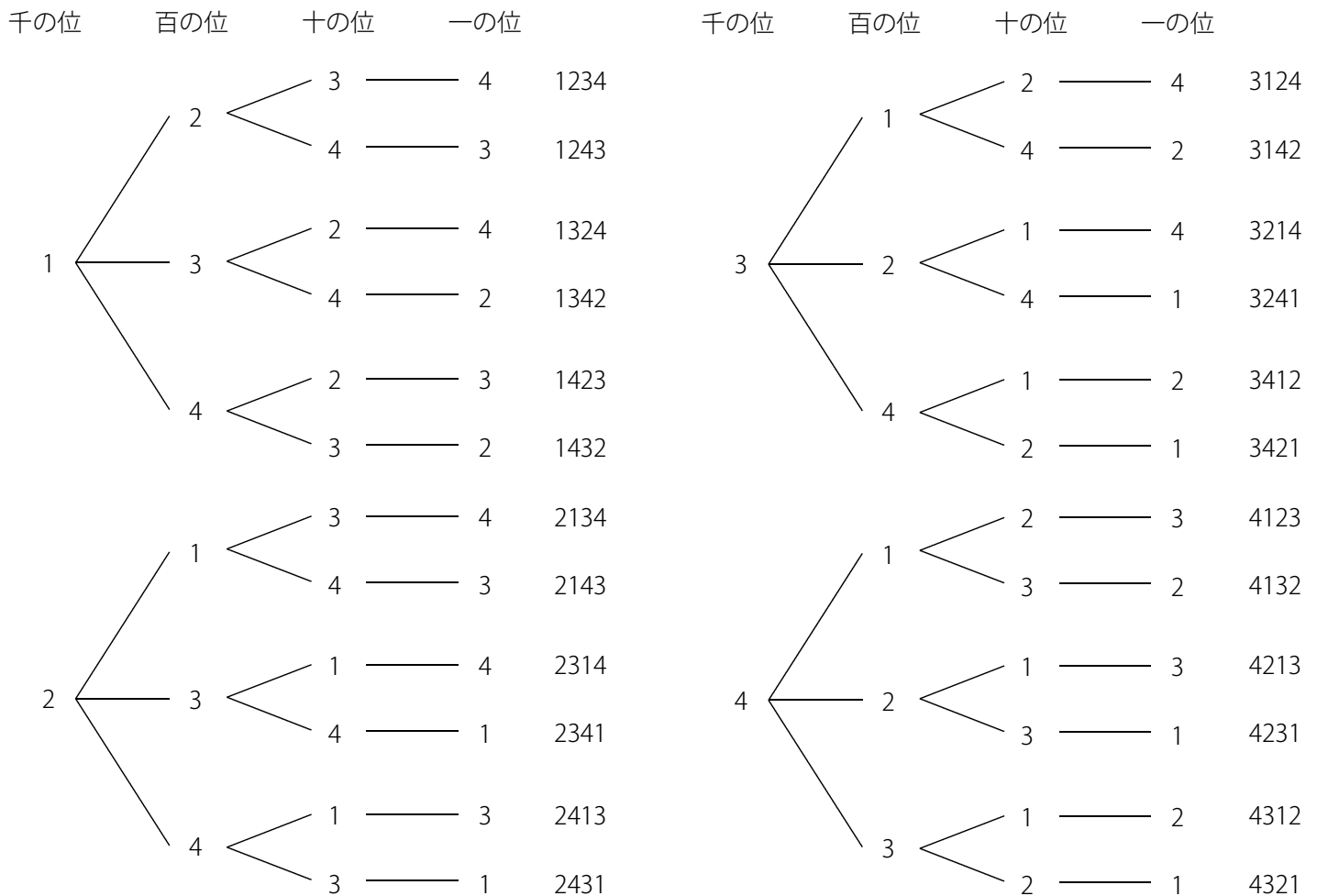
この4枚のカードを並べかえて4けたの整数を作ります。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 4けたの整数は全部で何通りできますか。
- (2) 小さい方から10番目の数を求めなさい。

答え (1) 24通り (2) 2341

[例題 2 の解説]

4けたの整数を作るので、千の位、百の位、十の位、一の位でそれぞれ1枚ずつ使います。樹形図で考えましょう。





例題と解説

樹形図を書く場合も千の位が1のとき、百の位は2か3か4というように小さい順に書いていくようにしましょう。
こうすることで数え^{わす}忘れがなくなります。

（1） 樹形図より全部で24通り

（2） 一番小さい数は1234です。

樹形図を見ると小さい順に^{なら}並んでいるので、10番目は2341であることがわかります。

樹形図を小さい順に書かなければ（2）の問題でもう一度小さい順に^{なら}並べかえなければなりません。

そうならないように小さい順（または大きい順）に書いていくようにしましょう。



例題と解説

例題3

0, 1, 2, 3のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で4枚あります。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 4枚のうち2枚を使って2けたの整数を作ります。全部で何通りできますか。
- (2) 4枚のうち3枚を使って3けたの整数を作ります。全部で何通りできますか。
- (3) 4枚すべて使って4けたの整数を作ります。全部で何通りできますか。
- (4) 4枚を使って作ることでできる4けたの整数のうち、大きい方から5番目の整数を求めなさい。

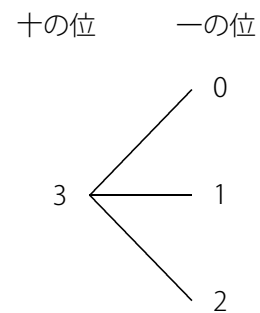
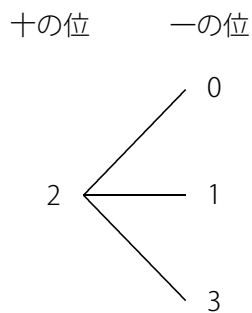
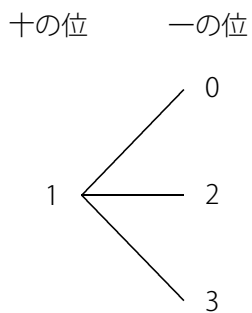
答え (1) 9通り (2) 18通り (3) 18通り (4) 3021

[例題3の解説]

0のカードがあつて整数を作るときは0を先頭^{せんとう}に使うことはできません。

例えば2けたの整数を作るとき、03は3なので2けたではなくなってしまいます。この点に注意して樹形図を書きましょう。

- (1) 2枚使う場合は下図のようになります。

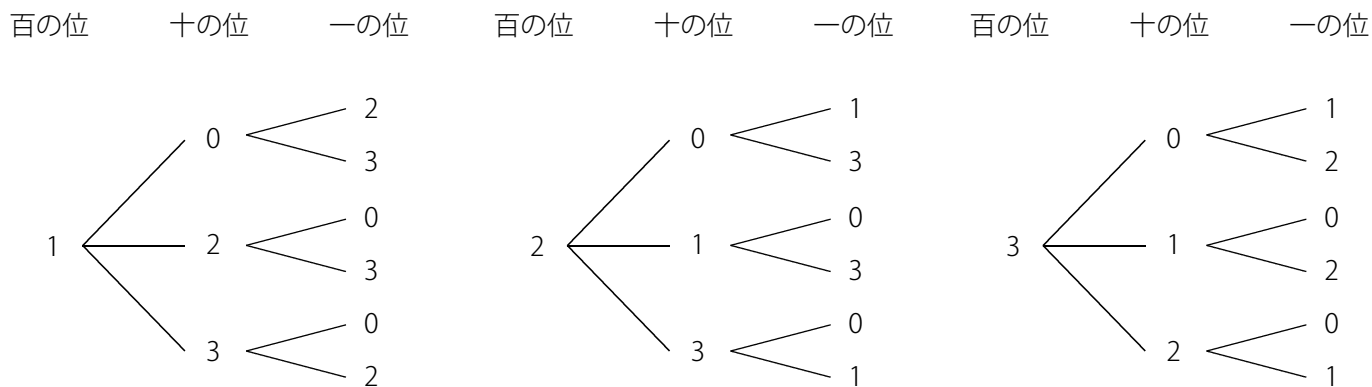


10, 12, 13, 20, 21, 23, 30, 31, 32の9通り



例題と解説

(2) 3枚使う場合は下図のようになります。

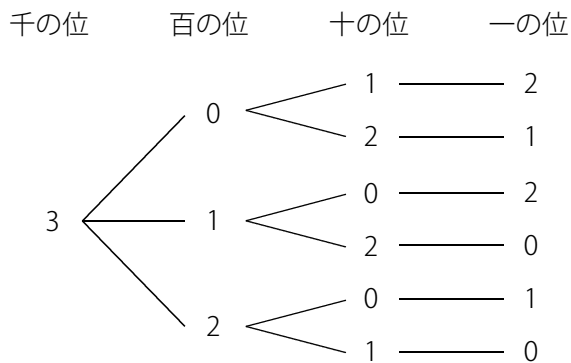
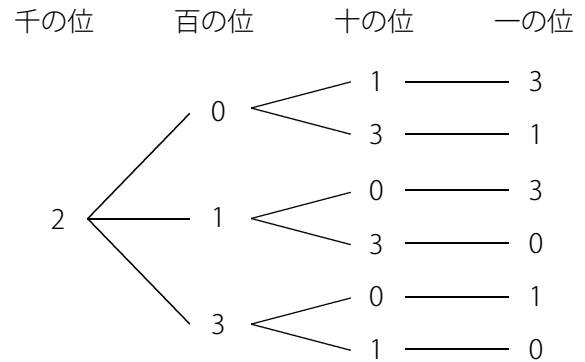
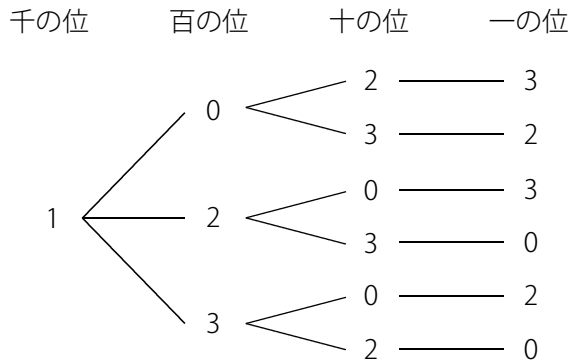


全部で18通り



例題と解説

(3) 4枚すべて使う場合は下図のようになります。



3枚使う場合の樹形図に残りの1枚を足していくだけなので4枚の場合も18通りです。

[1], [2], [3], [4]の4枚であれば24通りですが、[0], [1], [2], [3]の4枚であれば0を先頭に使うことができないので24通りより少なく18通りになります。

(4) 樹形図よりもっとも大きいのは3210です。5番目に大きいのは3021であることが分かります。



例題と解説

例題4

①, ①, ②, ②, ③のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で5枚あります。このとき次の問いに答えなさい。

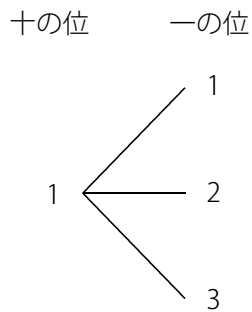
- (1) 5枚のうち2枚を使って2けたの整数を作ります。全部で何通りできますか。
- (2) 5枚のうち3枚を使って3けたの整数を作ります。全部で何通りできますか。

答え (1) 8通り (2) 18通り

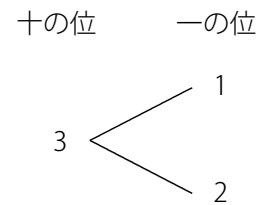
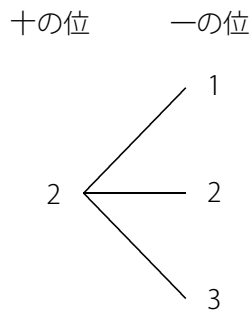
[例題4の解説]

同じ数字のカードが2枚以上ある場合はまちがいやすいのでていねいに樹形図を書きましょう。

- (1) 樹形図を書きます。



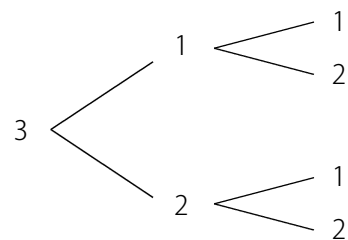
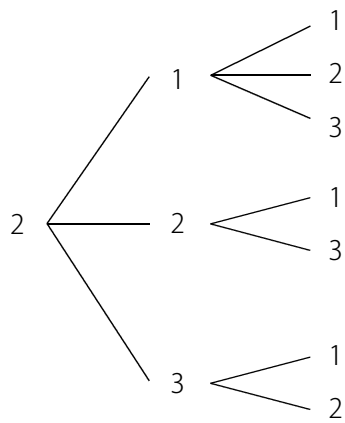
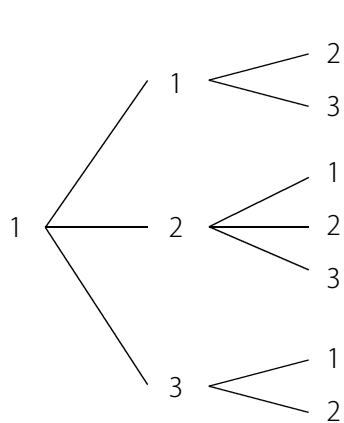
全部で8通り





例題と解説

(2) 百の位 十の位 一の位 百の位 十の位 一の位 百の位 十の位 一の位



全部で18通り



例題と解説

例題 5

A君，B君，C君，D君，E君の5人が横一列に並びます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) A君が左から1番目、B君が左から3番目になるような並び方は全部で何通りありますか。
- (2) A君とB君が両はしになるような並び方は全部で何通りありますか。

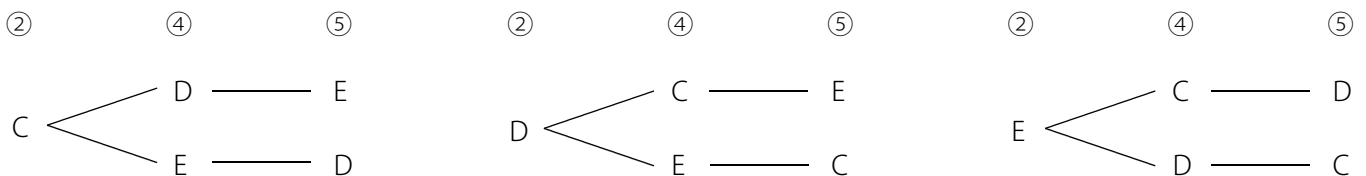
答え (1) 6通り (2) 12通り

[例題 5 の解説]

- (1) 左から1番目を①、2番目を②、3番目を③、4番目を④、5番目を⑤とします。

A君が①でB君が③になるのは決まっているので、

②と④と⑤がC君、D君、E君のどれになるかだけを樹形図で考えます。



よって、全部で6通りであることがわかります。

- (2) A君とB君が両はしになるというのは2通りあります。

1つはA君が①でB君が⑤の場合、もう1つはA君が⑤でB君が①になるような場合です。

ではA君が①でB君が⑤の場合を考えます。

このとき、②と③と④がC君、D君、E君のどれになるかだけを樹形図で考えればよいので、(1)と同じ6通り。

ACDEB，ACEDB，ADCEB，ADECB，AECDB，AEDCB

次にA君が⑤でB君が①の場合を考えます。

このときも、②と③と④がC君、D君、E君のどれになるかだけを樹形図で考えればよいので、(1)と同じ6通り。

BCDEA，BCEDA，BDCEA，BDECA，BECDA，BEDCA

よって全部で 6+6 の12通りです。



ポイントまとめ

- ・並べかえるときは樹形図^{じゅけいず}を使っていてないに数えましょう。
- ・整数を作るとき0を先頭^{せんとう}に使うことはできません。
- ・樹形図は小さい順（または大きい順）に順序^{じゅんじょ}よく書きましょう。
- ・同じ数字のカードが2枚以上ある場合はまちがしやすいのでいてないに樹形図を書きましょう。