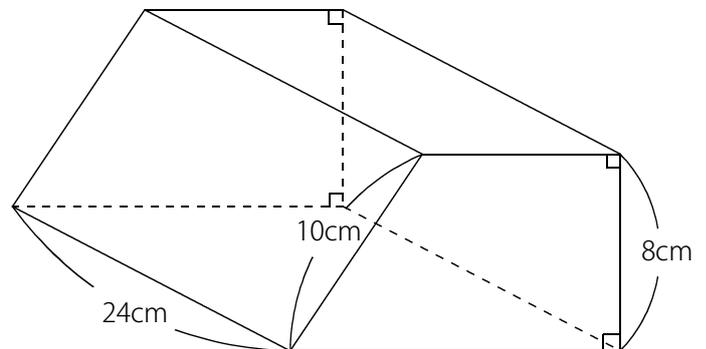




例題と解説

例題 1

右図の四角柱の体積は 2304cm^3 です。
この四角柱の表面積を求めなさい。

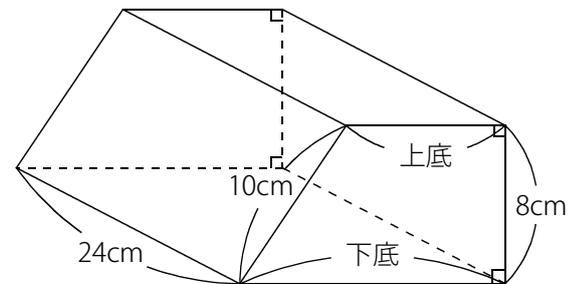


答え 1200cm^2

[例題 1 の解説]

底面が台形で高さが 24cm の四角柱です。(底面積) $=2304 \div 24 = 96(\text{cm}^2)$

(上底+下底) $\times 8 \div 2 = 96(\text{cm}^2)$ より 上底+下底 $=24(\text{cm})$



展開図は右図のようになります。

(底面積) $=96(\text{cm}^2)$

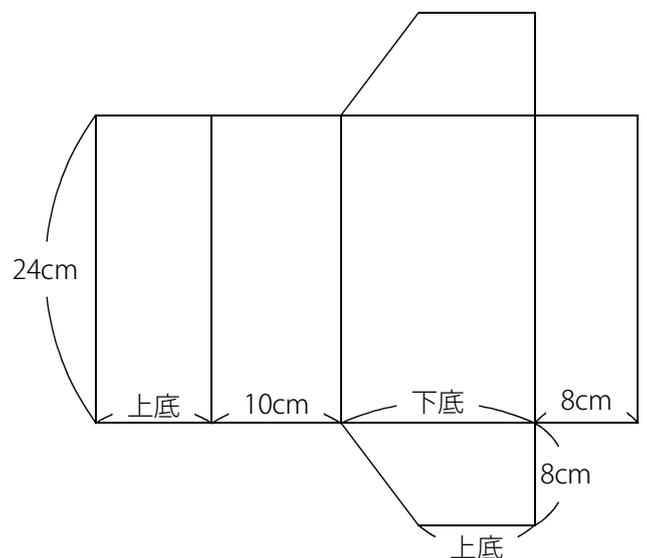
側面は右図のように長方形です。

(長方形の縦の長さ) $=24(\text{cm})$

(長方形の横の長さ) $=$ 上底+下底+ $10+8=24+10+8=42(\text{cm})$

よって (側面積) $=24 \times 42 = 1008(\text{cm}^2)$

(表面積) $=96 \times 2 + 1008 = 1200(\text{cm}^2)$

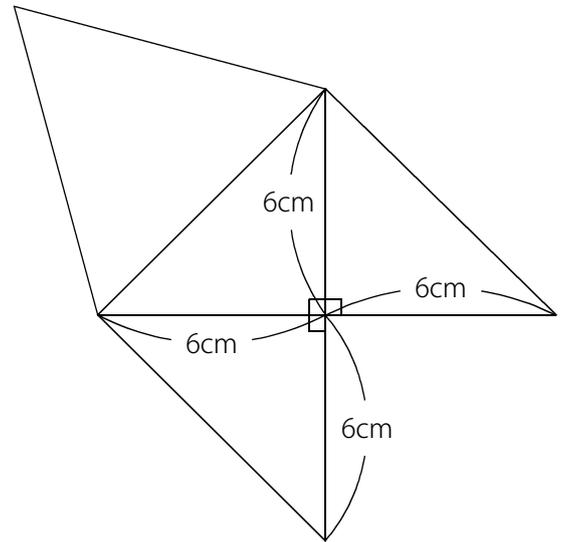




例題と解説

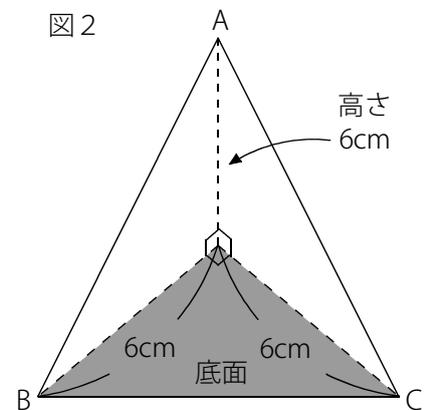
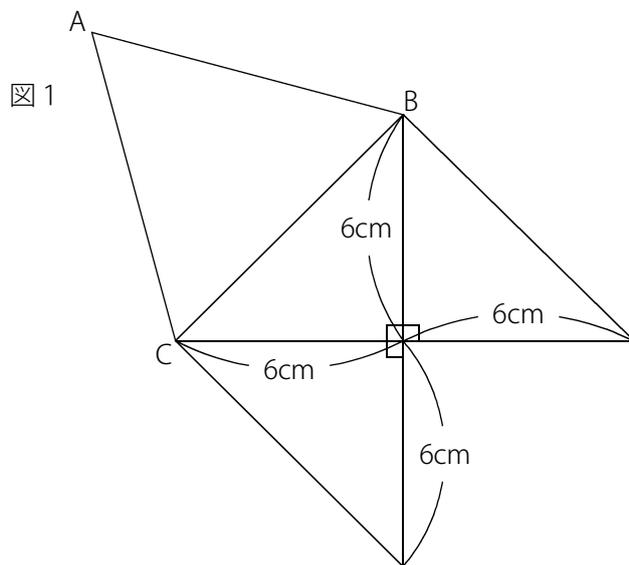
例題 2

右図はある立体の展開図です。この立体の体積を求めなさい。



答え 36cm^3

[例題 2 の解説]



展開図(図 1)を組み立てると図 2 のような高さ 6cm の三角すいになります。よって (体積) $= 6 \times 6 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 36(\text{cm}^3)$

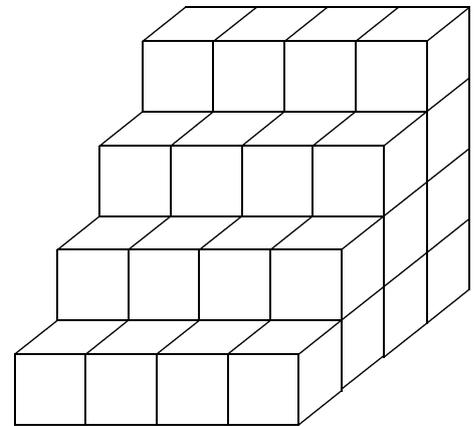


例題3

小さな立方体40個を積み上げて右図のような立体を作りました。

この立体のすべての面を赤色でぬった後でもう一度バラバラにします。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 1つの面だけが赤くぬられた小さな立方体は何個ありますか。
- (2) 2つの面だけが赤くぬられた小さな立方体は何個ありますか。
- (3) 3つの面だけが赤くぬられた小さな立方体は何個ありますか。
- (4) 4つの面だけが赤くぬられた小さな立方体は何個ありますか。
- (5) どの面も赤くぬられていない小さな立方体は何個ありますか。



答え (1) 10個 (2) 14個 (3) 10個 (4) 4個 (5) 2個

[例題3の解説]

右図のように上の段から分けて、赤色の面の数を書き込みます。

- (1) 右図より10個
- (2) 右図より14個
- (3) 右図より10個
- (4) 右図より4個
- (5) 右図より2個

1段目

4	3	3	4
---	---	---	---

2段目

2	1	1	2
3	2	2	3

3段目

2	1	1	2
1	0	0	1
3	2	2	3

4段目

3	2	2	3
2	1	1	2
2	1	1	2
4	3	3	4

※合計が40個になっているかどうかを確かめておきます。

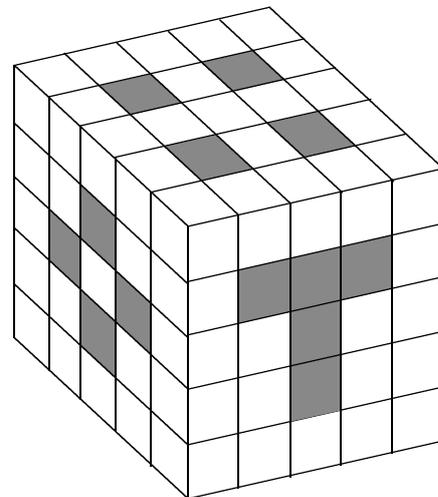
$$10+14+10+4+2=40(\text{個})$$



例題と解説

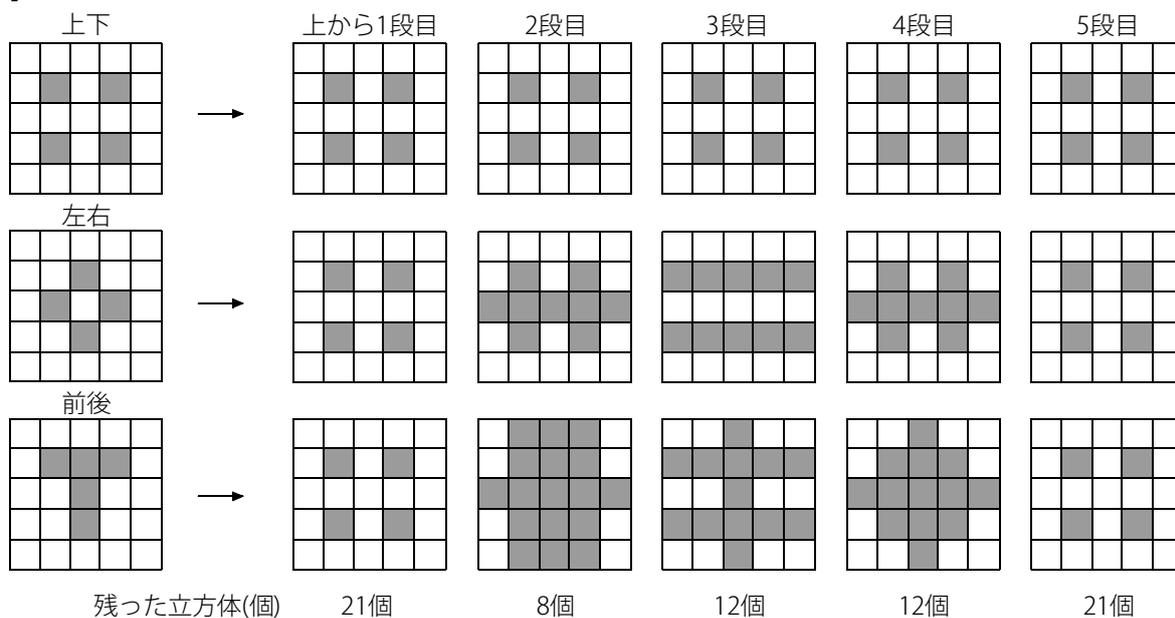
例題 4

同じ大きさの小さな立方体を積み上げて大きな立方体を作りました。
この大きな立方体から右図のように色のついた部分を反対側まで
くり抜きます。くり抜いた後に残った小さな立方体は何個ですか。



答え 74個

[例題 4 の解説]

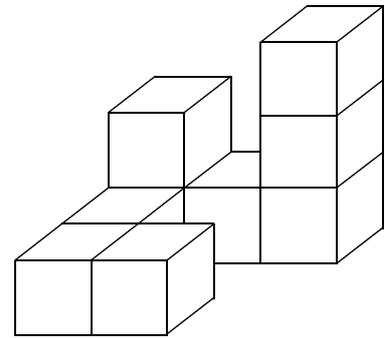


上図のように上から1段目～5段目に分けます。そして上下・左右・前後からくり抜く部分をぬりつぶしていきます。
残った小さな立方体（白の部分）は全部で $21+8+12+12+21=74$ (個)



例題 5

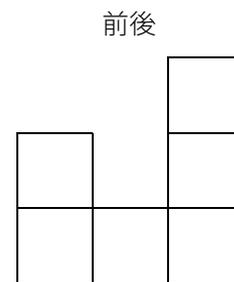
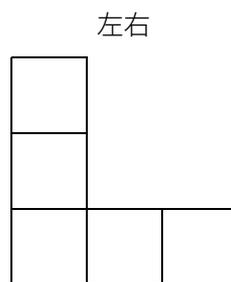
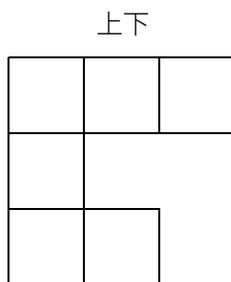
1辺が2cmの立方体9個を右図のように積み上げて立体を作りました。
この立体の表面積を求めなさい。



答え 152cm²

[例題 5 の解説]

上下左右前後の6方向から見える面積と、6方向から見えない面積を別々に求めます。



(上下から見える面積) $=2 \times 2 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$ ，上下に2面あるので $24 \times 2 = 48(\text{cm}^2)$

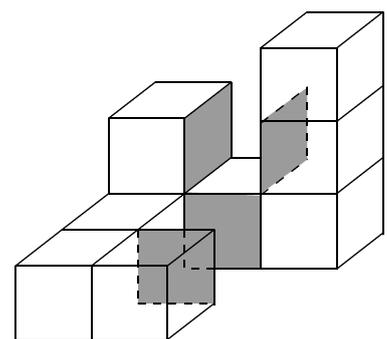
(左右から見える面積) $=2 \times 2 \times 5 = 20(\text{cm}^2)$ ，左右に2面あるので $20 \times 2 = 40(\text{cm}^2)$

(前後から見える面積) $=2 \times 2 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$ ，前後に2面あるので $24 \times 2 = 48(\text{cm}^2)$

6方向から見えない部分の面積は右図の色のついた4つの面です。

よって $2 \times 2 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

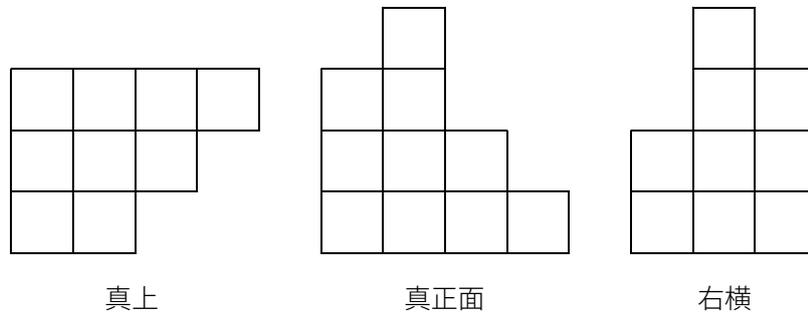
(表面積) $=48 + 40 + 48 + 16 = 152(\text{cm}^2)$





例題6

下図は1辺1cmの立方体を積み上げて作った立体を真上，真正面，右横から見た図です。

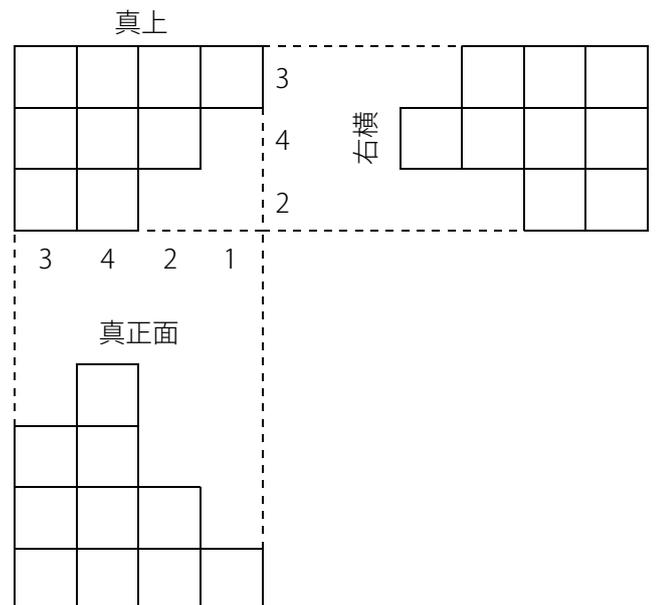
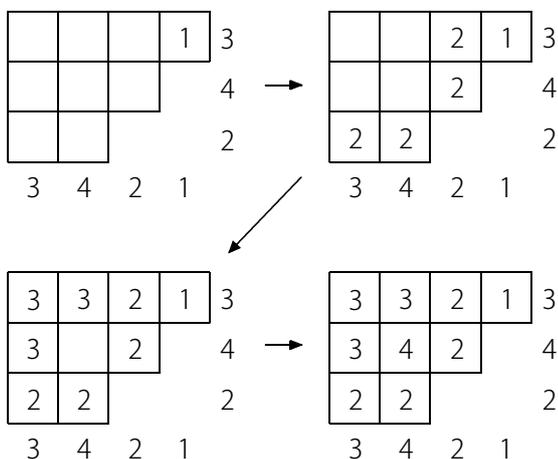


- (1) このような立体のうち考えられる最も大きな立体の体積を求めなさい。
- (2) このような立体のうち考えられる最も小さな立体の体積を求めなさい。

答え (1) 22cm^3 (2) 16cm^3

[例題6の解説]

- (1) まず右図のように真上から見える形に真正面と右横から見える個数を書きます。
そして下図のように順にうめていきます。



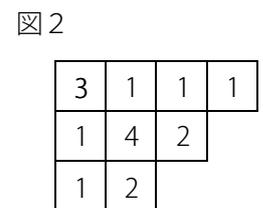
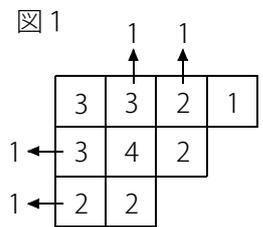
よって最も大きな立体の体積は $3+3+2+1+3+4+2+2+2=22(\text{cm}^3)$



例題と解説

- (2) 図1のように最も多い場合から見え方が変わらないように減らします。

このとき図2のようになるので、最も小さな立体の体積は
 $3+1+1+1+1+1+4+2+1+2=16(\text{cm}^3)$



※小立方体の個数が最も少ない場合だけを求める場合でも、最も多い場合を書きこんでから減らしていくことで正確に求めやすくなります。



例題と解説

例題 7

1辺が1cmの立方体5個を図1，図2のように並べて立体を作ります。このとき図1の立体の表面積は 22cm^2 、図2の立体の表面積は 20cm^2 です。個数が同じでも立方体の並べ方によって表面積は異なることがわかります。

図1

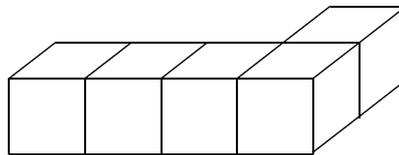
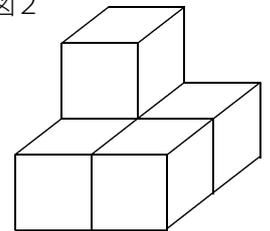


図2



では1辺1cmの立方体24個を表面積が最も小さくなるように並べて立体を作るとき、この立体の表面積を求めなさい。

答え 52cm^2

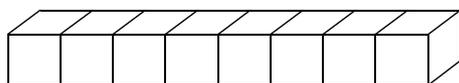
[例題 7 の解説]

例えば1辺1cmの小立方体8個を並べたときにできる立体の表面積について考えます。

下図は作ることにできる立体の一部ですが、このようにいろいろな立体を作ることができます。

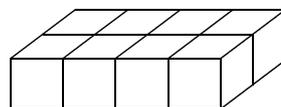
体積は同じでも表面積は立体の形（小立方体の並べ方）によってさまざまです。

図1



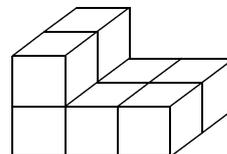
34cm^2

図2



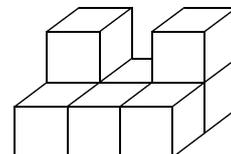
28cm^2

図3



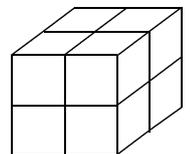
28cm^2

図4



30cm^2

図5



24cm^2

8個の場合に表面積が最小になるのは、図5のように並べたときです。

表面積が最小になるのは、小立方体を立方体に近い形に並べたときです。



例題と解説

24個の小立方体を表面積が最小になるように並べます。

ただし24個の小立方体をちょうど立方体の形に並べることはできません。

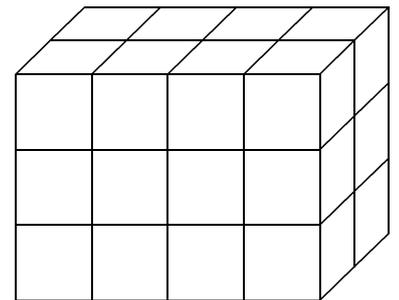
そこで、縦・横・高さの小立方体の個数の差が最も小さくなるように（できるだけ立方体に近い形に）並べます。

$24=1\times 1\times 24$, $24=1\times 2\times 12$, $24=1\times 3\times 8$, $24=1\times 4\times 6$, $24=2\times 3\times 4$ が考えられますが、この中で、縦・横・高さの差が最も小さいのは $2\times 3\times 4$ です。

よって図6の場合が最も表面積が小さくなります。

そしてこのときの表面積は 52cm^2 となります。

図6

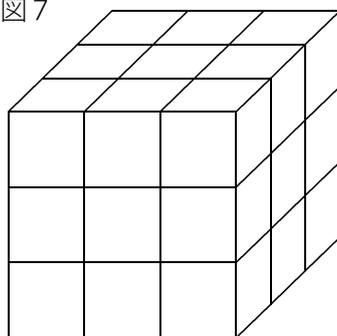


52cm^2

(別解)

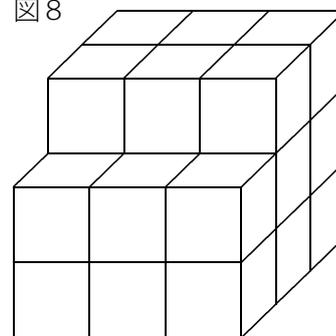
24に近い立方数は $3\times 3\times 3=27$ です。よって図7のように並べて、そこから3個引いてできる図8のような立体でも表面積は最小になります。この立体の表面積も 52cm^2 となります。

図7



54cm^2

図8



52cm^2

※ 小立方体を並べてできる立体の表面積を最小にするとき「縦・横・高さの個数の差を小さくする方法」と「立方体に並べて引く方法」の2通りあります。ただし小立方体の個数が多くなると「立方体に並べて引く方法」は難しい場合があるので、「縦・横・高さの個数の差を小さくする方法」を利用するようにしましょう。



ポイントまとめ

- ・小立方体を積み上げる問題では段で分けて、平面で考えましょう。
- ・小立方体の個数が最も少ない場合だけを求める場合でも、最も多い場合を書きこんでから減らしていくことで正確に求めやすくなります。
- ・小立方体を積み上げて作る立体の表面積が最小になるのは、小立方体を立方体に近い形に並べたときです。
- ・小立方体を並べてできる立体の表面積を最小にするとき「縦・横・高さの個数の差を小さくする方法」と「立方体に並べて引く方法」の2通りあります。
- ・小立方体の個数が多くなると「立方体に並べて引く方法」は難しい場合があるので、「縦・横・高さの個数の差を小さくする方法」を利用するようにしましょう。