中学受験Unit.6- 4　5年　規則性１
群数列

例題と解説

例題１

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。

1，1，2，1，2，3，1，2，3，4，1，2，3，4，5，1，2，…

100番目の数を求めなさい。

答え 9

[例題１の解説]
次のように組に分けて考えます。

1組目	2組目	3組目	4組目	5組目	
1	1，2	1，2，3	1，2，3，4	1，2，3，4，5	1，2，…

このように組（群（ぐん））に分けることができる数列を**群数列（ぐんすうれつ）**といいます。

1組目には1個，2組目には2個，3組目には3個，… となっています。つまり○組目には○個の数があることがわかります。
また○組目の一番最後の数は○であることもわかります。

次に何番目かを考えます。例えば4組目の最後の4は10番目です。
計算で考えれば 1個＋2個＋3個＋4個＝10(個) なので10番目となります。
5組目の最後の数は 1個＋2個＋3個＋4個＋5個＝15(個) なので15番目です。

それぞれの組の最後の数は 1番目，3番目，6番目，10番目，15番目，… となっているので三角数です。
※三角数は 1，1＋2，1＋2＋3，1＋2＋3＋4 のように1から連続する整数の和です。

100番目の数が知りたいので100に近い三角数を探します。等差数列の和の公式を利用します。
(1＋13)×13÷2＝91，(1＋14)×14÷2＝105 なので100に最も近い三角数は1から14までの和の105です。
これによって14組目の最後の数が105番目であることがわかります。○組目の最後の数は○なので、14組の最後の数は14です。
つまり105番目は14であることがわかります。

105番目は14なので100番目は下図より9であることがわかります。

14組目　　　　　　15組目

…，9，10，11，12，13，14 | 1，2，…

100番目　　　　105番目

整理しておきます。

〇組目の最後の数は (1から〇までの和)番目 なので100に近い三角数を探します。 (1＋14)×14÷2＝105

105番目は14です。100番目は105番目よりも 105－100＝5(個) 左にあるので、100番目は 14－5＝9

※数表や群数列では「ある数に近い三角数を探す」という問題が頻出です。

　すばやく探せるように慣れておきましょう。

　(1から10までの和)＝(1＋10)×10÷2＝55

　(1から20までの和)＝(1＋20)×20÷2＝210

　(1から100までの和)＝(1＋100)×100÷2＝5050

　これらは探すときの目安となるので暗記しておきましょう。

例題と解説

例題２

次のようにある規則にしたがって、白玉と黒玉を並べます。

○●○○●●○○○●●●○○○○●● …

白玉と黒玉をあわせて75個並べたとき、白玉は全部で何個ありますか。

答え 39個

[例題２の解説]
下図のように分けて考えます。

1組目	2組目	3組目	
○●	○○●●	○○○●●●	○○○○●● …
2個	4個	6個	

1組目の最後は2個目，2組目の最後は6個目，3個目の最後は12個目，… となっています。
2，6，12，… は 1，3，6，… の三角数の2倍になっていることがわかります。

75÷2＝37.5 なので37.5に近い三角数を探します。(1＋8)×8÷2＝36 より36が最も近い三角数です。

これはつまり8組目までに全部で 36×2＝72(個) あり、白玉が36個、黒玉が36個あるということです。
75個並べるので残りの3個は白玉です。よって白玉は全部で 36＋3＝39(個)

例題と解説

例題３

次のように分数がある規則にしたがって並んでいます。このとき次の問いに答えなさい。

$\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{1}{5}$, …

（1）　左から70番目の分数を求めなさい。

（2）　1番目から50番目までの分数の和を求めなさい。

答え　（1）$\frac{4}{12}$（2）28.5

[例題３の解説]

下図のように分けて考えます。

1組目	2組目	3組目	4組目	
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$	$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$	$\frac{1}{5}$, …

○組目には○個の分数があり、分母が○の分数で、最後は$\frac{○}{○}$となっていることがわかります。

（1）　1個，2個，3個，… と並んでいるので70に近い三角数を探します。

(1＋11)×11÷2＝66 より70に近い三角数は66

11組目の最後の分数が66番目ということです。

よって 70－66＝4 より70番目は12組目の4番目なので $\frac{4}{12}$

※この問題では約分をしていないので答えも約分しません。

（２）　まず50番目が何組目の何個目であるかを求めます。

(1＋9)×9÷2＝45 より50に近い三角数は45なので、9組目の最後が45番目であることがわかります。

よって50番目は10組目の5個目です。

和を求めるのでそれぞれの組の和について調べます。

(1組目の和)＝1

(2組目の和)＝$\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{3}{2}=1.5$

(3組目の和)＝$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=\frac{6}{3}=2$

(4組目の和)＝$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{4}=\frac{10}{4}=2.5$

…

それぞれの組の和は 1，1.5，2，2.5，… のように1から始まって0.5ずつ増える等差数列になっています。

9組目の和は 1＋0.5×(9－1)＝5 です。

1組目から9組目までの全部の和は (1＋5)×9÷2＝27

10組目は5個目までなので $\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{15}{10}=1.5$

よって50番目までの和は 27＋1.5＝28.5　※$28\frac{1}{2}$でも正解です。

※実際に試したり調べたりして規則性を見つけるという考え方を常に意識しておきましょう。

例題と解説

例題４

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。このとき次の問いに答えなさい。

1，2，3，2，3，4，3，4，5，4，5，6，5，6，7，6，7，…

（1）　最初の10があらわれるのは左から何番目ですか。

（2）　1番目の1から最初の10があらわれるまでの数の和を求めなさい。

答え　（1）24番目（2）132

[例題４の解説]

下図のように分けて考えます。

1組目	2組目	3組目	4組目	5組目	
1，2，3	2，3，4	3，4，5	4，5，6	5，6，7	6，7，…

それぞれの組には数が3個ずつあり、○組目の最初は○で最後は ○＋2 になっていることがわかります。

（1）　○＋2＝10 で ○＝8 より最初の10があらわれるのは8組目の最後です。

1組に3個ずつなので 3×8＝24(番目)

（2）　(1組目の和)＝1＋2＋3＝6

(2組目の和)＝2＋3＋4＝9

(3組目の和)＝3＋4＋5＝12

(4組目の和)＝4＋5＋6＝15

…

それぞれの組の和は 6，9，12，15，… のように6から始まって3ずつ増える等差数列です。

(8組目の和)＝6＋3×(8－1)＝27

10が最初にあらわれるのは8組目の最後なので1組目から8組目までの和を求めます。

(6＋27)×8÷2＝132

例題と解説

例題５

次のように2つの数の組がある規則にしたがって並んでいます。

(5 ，6) ，(8 ，9) ，(11 ，12) ，(14 ，15) ，(17 ，18) ，…

(5 ，6) を1組目 ，(8 ，9)を2組目とします。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　組の2つの数の和が125になるのは何組目ですか。

（２）　110があらわれるのは何組目ですか。

答え　（１）20組目（２）36組目

[例題５の解説]

（１）　(1組目の和)＝5＋6＝11

(2組目の和)＝8＋9＝17

(3組目の和)＝11＋12＝23

(4組目の和)＝14＋15＝29

…

それぞれの組の和は 11 ，17 ，23 ，29 ，… のように11から始まって6ずつ増える等差数列です。

和が125になる組を○組とすると 11＋6×(○－1)＝125 より ○＝20

よって和が125になるのは20組目

（２）　それぞれの組の数の個数が同じ場合は右図のように縦に書くとわかりやすくなります。

縦に見ると1列目は5から3ずつ増える等差数列、2列目は6から3ずつ増える等差数列になっていることがわかります。

	1列目 ↓		2列目 ↓
1組目	5	，	6
2組目	8	，	9
3組目	11	，	12
4組目	14	，	15
5組目	17	，	18
		⋮	

110があらわれる組を○組目とします。

1列目に110があらわれるなら 5＋3×(○－1)＝110

2列目に110があらわれるなら 6＋3×(○－1)＝110

○が整数になるのは 5＋3×(○－1)＝110 で ○＝36 となります。

よって36組目

例題と解説

例題６

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。このとき次の問いに答えなさい。

100 , 99 , 98 , 97 , 98 , 97 , 96 , 95 , 96 , 95 , 94 , 93 , 94 , 93 , 92 , 91 , 92 , 91 , …

（1）　49番目の数を求めなさい。

（2）　初めて0があらわれるのは何番目ですか。

答え　（1）76（2）199番目

[例題６の解説]

下図のように分けます。

1組目	2組目	3組目	4組目	
100 , 99 , 98 , 97	98 , 97 , 96 , 95	96 , 95 , 94 , 93	94 , 93 , 92 , 91	92 , 91 , …

（1）　1組に4個ずつなので49番目は 49÷4＝12(組)…1 より

13組目の1個目です。

ここで右図のように縦に並べて考えます。

49番目は13組目の1個目なので1列目にあります。

1列目は100から2ずつ減る等差数列なので 100－2×(13－1)＝76

より49番目は76であることがわかります。

	1列目↓	2列目↓	3列目↓	4列目↓
1組目	100 ,	99 ,	98 ,	97
2組目	98 ,	97 ,	96 ,	95
3組目	96 ,	95 ,	94 ,	93
4組目	94 ,	93 ,	92 ,	91
5組目	92 ,	91 ,	90 ,	89
⋮		⋮		

（2）　2列目と4列目はすべて奇数なので0はあらわれません。

同じ組では1列目より3列目のほうが小さいので初めて0が

あらわれるのは3列目です。

初めて0があらわれる組を○組目とすると 98－2×(○－1)＝0 より ○＝50

よって初めて0があらわれるのは50組目の3個目であることがわかります。

50組目の3個目は 4×49＋3＝199(番目)

例題と解説

ポイントまとめ

・組（群）に分けることができる数列を**群数列**といいます。

・**数表や群数列では「ある数に近い三角数を探す」という問題が頻出です。**

(1から10までの和)＝(1＋10)×10÷2＝55

(1から20までの和)＝(1＋20)×20÷2＝210

(1から100までの和)＝(1＋100)×100÷2＝5050

これらは探すときの目安となるので暗記しておきましょう。

・実際に試したり調べたりして規則性を見つけるという考え方を常に意識しておきましょう。

・それぞれの組の数の個数が同じ場合は縦に書いて縦の列の数列に着目するとわかりやすくなります。