



例題と解説

例題 1

次の□にあてはまる数を求めなさい。

- (1) 4, 7, 10, 13, □, 19, 22, ...
- (2) 3, 6, 12, 24, 48, □, 192, ...
- (3) 1, 4, 9, 16, □, 36, 49, ...
- (4) 1, 3, 6, 10, 15, □, 28, 36, ...
- (5) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, □, 21, 34, ...

答え (1) 16 (2) 96 (3) 25 (4) 21 (5) 13

[例題 1 の解説]

数列の基礎を確認しておきます。

- (1) 図1のように4から始まって3ずつ増える^{どうき}等差数列です。

$$\square = 13 + 3 = 16$$

図 1

$$\begin{array}{ccccccccc} 4 & , & 7 & , & 10 & , & 13 & , & \square & , & 19 & , & 22 & , & \dots \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ +3 & & +3 & & +3 & & +3 & & +3 & & +3 & & +3 & & \end{array}$$

※ある数から始まって同じ数ずつ増えたり減ったりしていく数列を等差数列といいます。

- (2) 図2のように3から始まって2倍ずつになっていく数列です。

$$\square = 48 \times 2 = 96$$

図 2

$$\begin{array}{ccccccccc} 3 & , & 6 & , & 12 & , & 24 & , & 48 & , & \square & , & 192 & , & \dots \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \times 2 & & \end{array}$$

※ある数から始まって○倍ずつになっていく数列を^{どうひすうれつ}等比数列といいます。

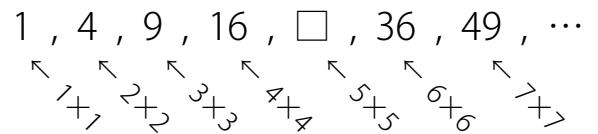


例題と解説

- (3) 図3のように1から順に同じ数を2回かけた数になっています。

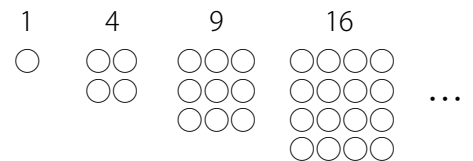
$$\square = 5 \times 5 = 25$$

図3



※このように同じ数を2回かけた数を^{しかくすう}四角数（または^{へいほうすう}平方数）といいます。

右図のように四角(正方形)の形に並べたときの数と同じなので四角数といいます。



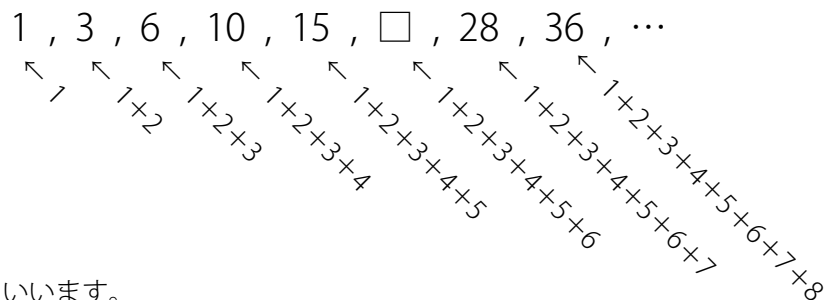
※ 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... のように同じ数を3回かけた数を^{りっぽうすう}立方数といいます。

$$125 = 5 \times 5 \times 5, 216 = 6 \times 6 \times 6$$

- (4) 図4のように 1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+5, ... という数が並んでいます。

$$\square = 1+2+3+4+5+6 = (1+6) \times 6 \div 2 = 21$$

図4



※このように1から連続する整数の和を^{さんかくすう}三角数といいます。

下図のように三角形に並べたときの数と同じなので三角数といいます。



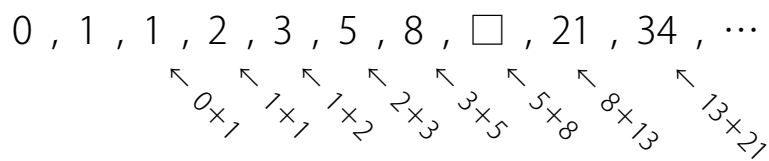


例題と解説

- (5) 図5より前の2つの数の和が並んでいることが 図5

わかります。

$$\square = 5 + 8 = 13$$



※このような前の2つの数の和が並んでいる数列をフィボナッチ数列といいます。



例題と解説

例題 2

次の□にあてはまる数を求めなさい。

$$(1) \quad \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \square, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \dots$$

$$(2) \quad \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{5}{14}, \square, \frac{7}{18}, \frac{2}{5}, \dots$$

$$\text{答え} \quad (1) \frac{5}{12} \quad (2) \frac{3}{8}$$

[例題 2 の解説]

(1) 分数の数列は通分することで規則性がわかりやすくなります。

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \square, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \dots \rightarrow \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \square, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \dots$$

$$\text{よって } \square = \frac{5}{12}$$

(2) 通分しづらい場合は、約分する前の分数にもどしてみると規則性が現れることがあります。

$$\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{5}{14}, \square, \frac{7}{18}, \frac{2}{5}, \dots \rightarrow \frac{1}{6}, \frac{2}{8}, \frac{3}{10}, \frac{4}{12}, \frac{5}{14}, \square, \frac{7}{18}, \frac{8}{20}, \dots$$

分母は2ずつ、分子は1ずつ増えていることがわかります。

$$\text{よって } \square = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

※この数列では分数をすべて約分しているので $\frac{6}{16}$ とするのはまちがいです。忘れず約分しましょう。



例題 3

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, …

15を1番目とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 20番目の数を求めなさい。
- (2) 1番目から15番目までの数の和を求めなさい。
- (3) 20番目から30番目までの数の和を求めなさい。

答え (1) 91 (2) 645 (3) 1221

[例題 3 の解説]

- (1) 15から始まって4ずつ増える等差数列です。(20番目) $=15+4\times(20-1)=91$

※1番目から20番目までに間の数は $20-1=19$ (個) です。

- (2) (15番目) $=15+4\times(15-1)=71$

等差数列の和の公式を利用します。(等差数列の和) $=(\text{最初の数}+\text{最後の数})\times\text{数の個数}\div 2$

1番目から15番目までなので数の個数は15個です。

$$(1\text{番目から}15\text{番目までの和})=(15+71)\times 15\div 2=645$$

- (3) (1) より (20番目) $=91$

$$(30\text{番目})=15+4\times(30-1)=131$$

$$(\text{数の個数})=30-20+1=11(\text{個})$$

$$(20\text{番目から}30\text{番目までの和})=(91+131)\times 11\div 2=1221$$

※数の個数をまちがわないようにしましょう。



例題と解説

例題 4

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

1を1番目とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 10番目の数を求めなさい。
- (2) 121は何番目の数ですか。

答え (1) 46 (2) 16番目

[例題 4 の解説]

右図のように差が 1, 2, 3, 4, ... となっているので
等差数列ではありません。

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & , & 2 & , & 4 & , & 7 & , & 11 & , & 16 & , & 22 & , & \dots \\
 & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow \\
 & +1 & +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & & & & & & &
 \end{array}$$

- (1) 書き出して10番目の数を求めます。

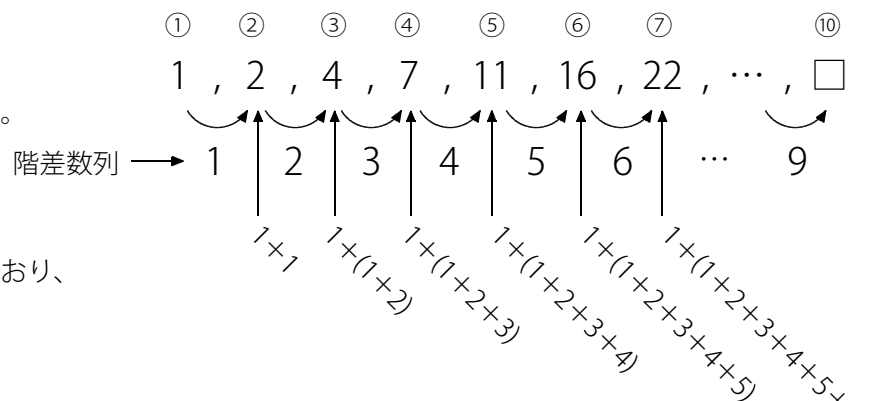
1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46

よって10番目は46

(別解)

右図のように差に着目します。

差をとってできる数列を^{かいさすうれつ}階差数列といいます。



この階差数列は 1, 2, 3, 4, ... となっており、
1ずつ増える等差数列になっています。

例えば、もとの数列の5番目は1番目の1から $1+2+3+4=10$ 増えて11になっていることがわかります。

よって10番目は1番目の1から $1+2+\dots+8+9=(1+9)\times 9\div 2=45$ 増えるので $1+45=46$ となります。

※数列の規則がわかりづらい場合は階差数列に着目してみましょう。そして階差数列が等差数列であれば
この問題と同じように○番目の数を求めることができます。

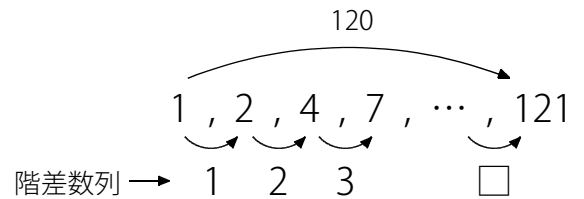


例題と解説

(2) 1から121は120増えています。

この120は階差数列の和です。

つまり $1+2+3+\cdots+\square=120$



□にあてはまる数を探します。

1～10の和は $(1+10) \times 10 \div 2 = 55$, 1～20の和は $(1+20) \times 20 \div 2 = 210$ なので□は10から20の間にあります。

試してみると □=15 のとき $(1+15) \times 15 \div 2 = 120$ となることがわかります。

□=15 ということは1から121までに間数が15個あるということなので121は $15+1=16$ (番目) となります。



例題と解説

例題 5

次の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{26}{333}$ を小数に直したとき、小数第 1 位から小数第 25 位までの数字の和を求めなさい。
- (2) $7 \times 7 \times 7 \times \dots$ のように 7 を 50 回かけてできる数の一の位の数を求めなさい。

答え (1) 120 (2) 9

[例題 5 の解説]

- (1) $\frac{26}{333} = 0.07807807\dots$ となります。小数第 1 位以下が 078 のくり返しになっています。(循環小数)

(1 周期の個数) = 3 (個)

(1 周期の和) = $0 + 7 + 8 = 15$

小数第 1 位から小数第 25 位までは $25 \div 3 = 8(\text{周期}) \cdots 1(\text{個})$

余りの 1 個は 0 なので小数第 1 位から小数第 25 位までの和は $15 \times 8 + 0 = 120$

- (2) 7 を 1 回かける場合、2 回かける場合、3 回かける場合 $\dots$ をそれぞれ調べてみます。
ただし一の位だけを知りたいので、かけてできる数の一の位だけを書き出していきます。
 $7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, 7, \dots$

$7, 9, 3, 1$ のくり返しになっています。

50 回かけてできる数は 50 番目です。

(1 周期の個数) = 4 (個) なので $50 \div 4 = 12(\text{周期}) \cdots 2(\text{個})$

余りが 2 個なので、50 回かけてできる数の一の位は 1 周期の 2 番目の 9



例題 6

次の問いに答えなさい。

- (1) ある年の5月15日は木曜日でした。この年の8月9日は何曜日ですか。
- (2) 2014年7月26日は土曜日です。では2014年4月3日は何曜日ですか。
- (3) 2010年1月1日は金曜日でした。2010年の次に1月1日が金曜日になるのは西暦何年ですか。

答え (1) 土曜日 (2) 木曜日 (3) 2016年

[例題 6 の解説]

- (1) 8月9日が5月15日の何日後かを求めます。

(5月の残り) $=31-15=16$ (日)

(6月) $=30$ (日)

(7月) $=31$ (日)

(8月) $=9$ (日)

よって8月9日は5月15日の $16+30+31+9=86$ (日後)

1週間は7日間なので $86\div7=12$ (週間) $\cdots 2$ (日後)

木曜日の12週間後は木曜日、木曜日の2日後は土曜日なので、8月9日は土曜日です。

- (2) 7月26日が4月3日の何日後かを求めます。

(4月の残り) $=30-3=27$ (日)

(5月) $=31$ (日)

(6月) $=30$ (日)

(7月) $=26$ (日)

よって7月26日は4月3日の $27+31+30+26=114$ (日後)

$114\div7=16$ (週間) $\cdots 2$ (日後)

よって逆に4月3日は7月26日の16週間と2日前であることがわかります。

土曜日の16週間前は土曜日、土曜日の2日前は木曜日なので、4月3日は木曜日です。



例題と解説

- (3) 平年の1年は365日です。 $365 \div 7 = 52(\text{週間}) \cdots 1(\text{日})$ なので1年後は曜日が1日進みます。
うるう年は2月が平年より1日多く29日なので1年は366日です。 $366 \div 7 = 52(\text{週間}) \cdots 2(\text{日})$ なので
1年後は曜日が2日進みます。

4で割り切れる年がうるう年です。

(ただし100で割り切れる年はうるう年ではありませんが、400で割り切れる場合はうるう年です。)

2010年1月1日	…	金曜日	
2011年1月1日	…	土曜日	
2012年1月1日	…	日曜日	うるう年の2月をまたぐので 曜日は2日進む
2013年1月1日	…	火曜日	
2014年1月1日	…	水曜日	
2015年1月1日	…	木曜日	
2016年1月1日	…	金曜日	

よって2010年の次に1月1日が金曜日になるのは西暦2016年です。



例題と解説

例題 7

6を3回かけると $6 \times 6 \times 6 = 216$ で下2桁^{けた}は16です。6を25回かけてできる数の下2桁の数を求めなさい。

答え 76

[例題 7 の解説]

一の位ではなく、下2桁の数を求めます。

下2桁がどのように変わっていくか調べましょう。

下2桁だけがわかればいいので、下2桁に6をかけてできる数の下2桁にまた6をかけて… というふうに調べます。

$$6 \rightarrow 06$$

$$6 \times 6 \rightarrow 06 \times 6 \rightarrow 36$$

$$6 \times 6 \times 6 \rightarrow 36 \times 6 \rightarrow 16$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 16 \times 6 \rightarrow 96$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 96 \times 6 \rightarrow 76$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 76 \times 6 \rightarrow 56$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 56 \times 6 \rightarrow 36 \quad \text{※2回するときと同じ下2桁が現れています。}$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 36 \times 6 \rightarrow 16$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 16 \times 6 \rightarrow 96$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \rightarrow 96 \times 6 \rightarrow 76$$

…

下2桁は 06 , 36 , 16 , 96 , 76 , 56 , 36 , 16 , 96 , 76 , … となります。

よって 06 の1個よりあとは 36 , 16 , 96 , 76 , 56 という5個の周期のくり返しです。

25回かけてできる数なので25番目を求めます。

$$(25-1) \div 5 = 4(\text{周期}) \cdots 4(\text{個})$$

よって25回かけてできる数の下2桁は1周期の4個目なので76ということがわかります。

※「実際に試して規則性を見つける」というタイプの問題は難関校で頻出です。

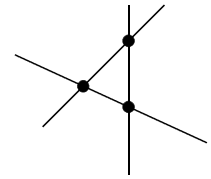


例題と解説

例題 8

右図のように直線を何本か引いて交点の数を調べます。

8本の直線を引いたとき、交点の数は最も多い場合で何個ありますか。



答え 28個

[例題 8 の解説]

実際に試してみましょう。

最も多い場合なので、3本の直線が1つの点で交わることはないように線を引きます。

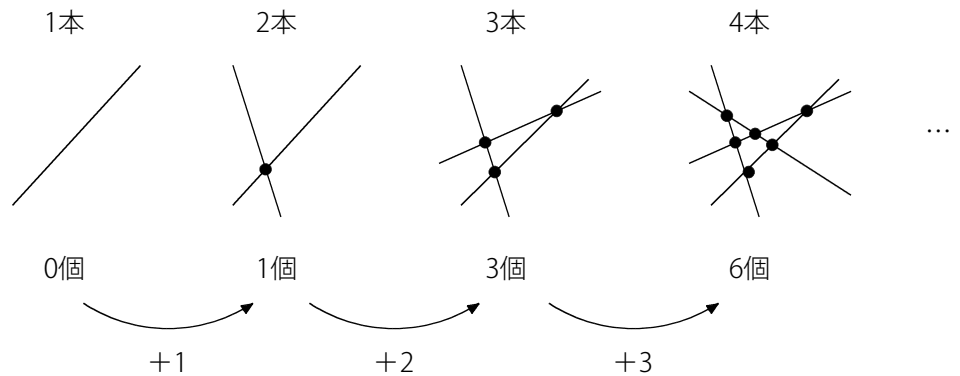
1本のとき 0個

2本のとき 1個

3本のとき 3個

4本のとき 6個

...



○本目を引くと交点は ○-1個 増えています。

よって書き出すと 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28 より8本の直線を引くと交点は28個となります。

(別解)

0, 1, 3, 6 ... という交点の数は三角数になっています。

2本のときは1個, 3本のときは $1+2=3$ (個), 4本のときは $1+2+3=6$ (個), ...

○本のときは1から ○-1 までの和になるので、8本のときは1から7までの和です。

よって $(1+7) \times 7 \div 2 = 28$ (個)

※ 1, 3, 6, 10, 15 ... という数の並びを見たときに三角数であることがすぐにわかるようにしておきましょう。

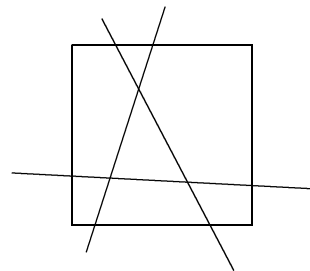


例題と解説

例題 9

右図のように直線を何本か引いて正方形の紙を分けます。

10本の直線を引いたとき、紙は最も多い場合で何個に分けることができますか。

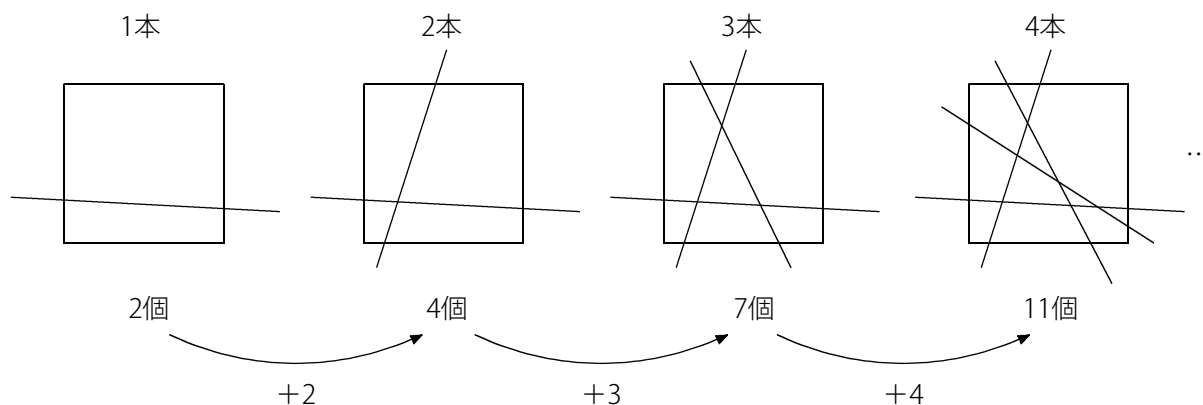


答え 56個

[例題 9 の解説]

実際に試してみましょう。

最も多い場合なので、3本の直線が1つの点で交わることを避けるように線を引きます。



○本目を引くと交点は○個増えています。

よって書き出すと 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46, 56 より10本の直線で正方形は56個に分けることができます。

(別解)

2, 4, 7, 11 ... の階差数列は 2, 3, 4 ... というふうに2から始まって1ずつ増える等差数列です。

10本引くとき $2 + (2 + 3 + \dots + 10) = 2 + (2 + 10) \times 9 \div 2 = 56$ (個)



例題と解説

ポイントまとめ

- ・等差数列，等比数列，三角数，四角数，フィボナッチ数列，階差数列などの言葉とその意味を覚えておきましょう。
- ・三角数，四角数に気付くことができるようにしておきましょう。
- ・分数の数列は通分することで規則性がわかりやすくなります。
- ・分数の数列で通分しづらい場合は、約分する前の分数にもどしてみると規則性が現れることがあります。
- ・「実際に試して規則性を見つける」というタイプの問題は難関校で頻出です。