



例題と解説

例題1

生徒を長いすに座らせます。1脚に3人ずつ座ると21人が座れませんでした。そこで、1脚に5人ずつ座るとだれも座らない長いすが3脚できました。このとき考えられる生徒の人数をすべて求めなさい。

答え 75人, 78人, 81人

[例題1の解説]

過不足算です。3人ずつ座ると21人分の席が足りません。

5人ずつ座るとだれも座らない長いすが3脚できています。

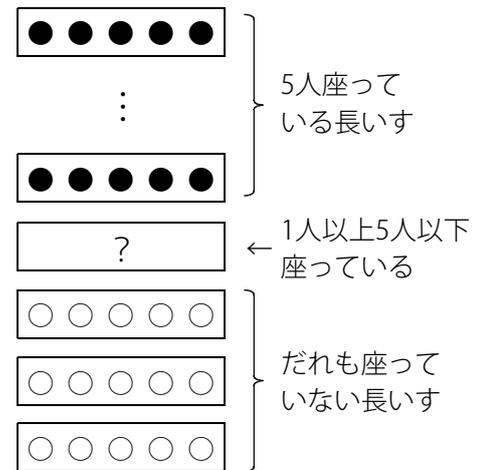
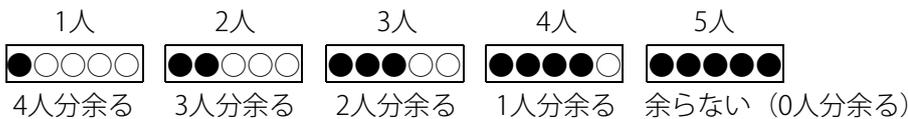
3脚なので $5 \times 3 = 15$ (人分) は余っています。

ただしこのとき右図のように1脚だけ何人座っているかわからない長いすがあります。

この長いすには少なくとも1人は座っています。

よってこの長いすに座っているのは 1人～5人 です。

言いかえるとこの長いすでは席が 0人～4人分 余っています。(下図)



3脚で15人分余っているので、1脚に5人ずつ座ると余りは全部で 15人～19人 です。 ※ 15人=15+0, 19人=15+4

面積図で表すと右図のようになります。

太線でかこまれた面積が生徒数を表しています。

色のついた部分はあわせて 36人～40人 です。

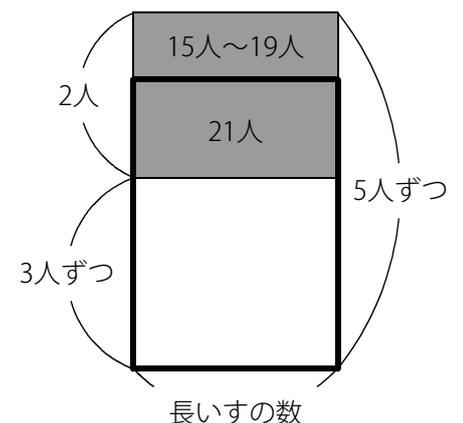
長いすの数は整数なので色のついた部分は2で割りきることができます。

よって色のついた部分で考えられる人数は 36人, 38人, 40人 です。

36人のとき (長いすの数) $=36 \div 2 = 18$ (脚) なので (生徒数) $=3 \times 18 + 21 = 75$ (人)

38人のとき (長いすの数) $=38 \div 2 = 19$ (脚) なので (生徒数) $=3 \times 19 + 21 = 78$ (人)

40人のとき (長いすの数) $=40 \div 2 = 20$ (脚) なので (生徒数) $=3 \times 20 + 21 = 81$ (人)





例題2

生徒を長いすに座らせます。1脚に4人ずつ座ると35人が座れませんでした。また、1脚に5人ずつ座らせても、まだ何人が座れませんでした。そこで長いすを2脚増やして、3脚に4人ずつ、残りの長いすに5人ずつ座らせたところ席が余らずにちょうど全員座ることができました。生徒は全部で何人ですか。

答え 147人

[例題2の解説]

2脚増やして3脚に4人ずつ、残りの長いすに5人ずつ座らせるとちょうど座ることができたので図1のようになります。次に、はじめにあった長いすに5人ずつ座らせるために、増やした2脚のうち1人を移動させると図2のようになります。

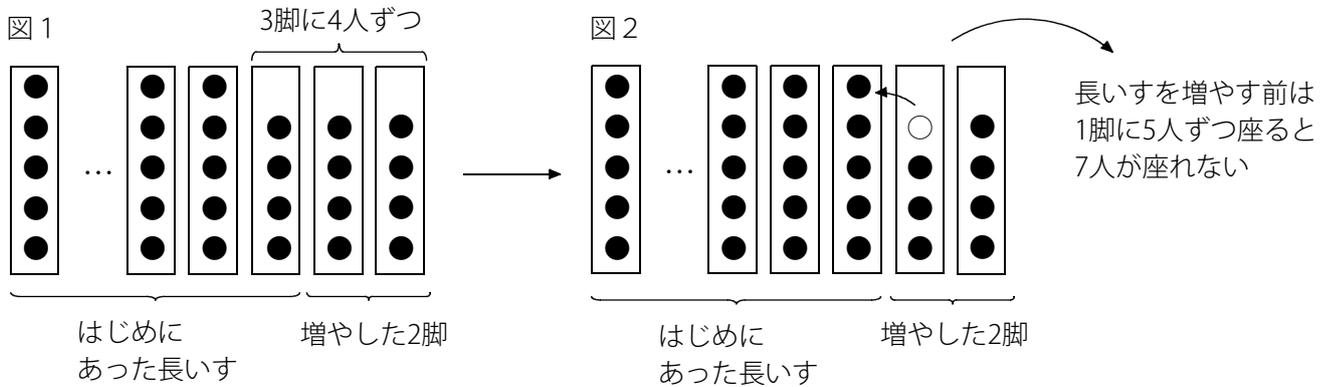


図2より、長いすを増やす前は、1脚に5人ずつ座ると7人が座れなかったということがわかります。

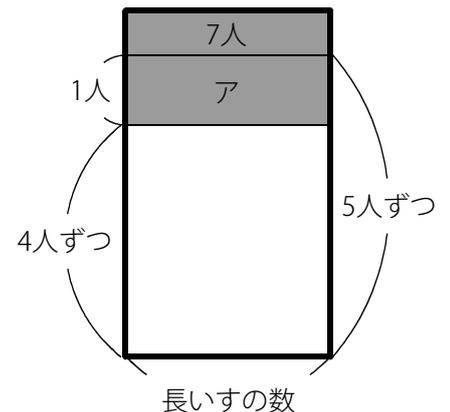
1脚に4人ずつだと35人が座れず、1脚に5人ずつだと7人が座れないので面積図は右図のようになります。

太線でかこまれた面積が生徒数を表しています。

(色のついた部分)=35(人) なので $ア = 35 - 7 = 28$ (人)

よって (長いすの数) = $28 \div 1 = 28$ (脚)

(生徒の人数) = $4 \times 28 + 35 = 147$ (人)





例題と解説

例題3

リンゴを男子と女子に配ります。女子は男子より3人多くいます。男子に6個ずつ、女子に5個ずつ配るとリンゴは21個余ります。また、男子に8個ずつ、女子に6個ずつ配るとリンゴは6個余ります。リンゴは全部で何個ありますか。

答え 80個

[例題3の解説]

男子の人数を○として整理すると図1のようになります。

男子と女子の人数が異なると考えづらいので、女子の人数を男子と同じ○人にそろえます。このとき女子3人分のリンゴがさらに余ります。

男子6個ずつ、女子5個ずつの場合の余りは21個でしたが、女子を3人減らすと女子3人分のリンゴがさらに余るので、余りは $21 + 5 \times 3 = 36$ (個)

男子8個ずつ、女子6個ずつの場合の余りは6個でしたが、女子を3人減らすと女子3人分のリンゴがさらに余るので、余りは $6 + 6 \times 3 = 24$ (個)

まとめると図2になります。

男子と女子が同じ人数になったので、男子1人と女子1人を1組にして考えます。このとき図3のようになります。

それぞれの組に11個ずつ配ると36個余り、14個ずつ配ると24個余るので

$$\bigcirc = (36 - 24) \div (14 - 11) = 4(\text{組})$$

よってリンゴは全部で $11 \times 4 + 36 = 80$ (個)

図1

| 男子 | 女子 | |
|------|------|-----|
| ○人 | ○+3人 | 余り |
| 6個ずつ | 5個ずつ | 21個 |
| 8個ずつ | 6個ずつ | 6個 |

図2

| 男子 | 女子 | |
|------|------|-----|
| ○人 | ○人 | 余り |
| 6個ずつ | 5個ずつ | 36個 |
| 8個ずつ | 6個ずつ | 24個 |

図3

| | ○組 | 余り |
|-------|-------|-----|
| 6+5 → | 11個ずつ | 36個 |
| 8+6 → | 14個ずつ | 24個 |



例題4

A~Dの4人がテストを受けたところ、AはBより10点低く、BはCより14点低く、CはDより12点高かったそうです。
また4人の平均点は79.5点でした。4人の点数をそれぞれ求めなさい。

答え A：68点，B：78点，C：92点，D：80点

[例題4の解説]

4人の平均点が79.5点なので、4人の合計点は $79.5 \times 4 = 318$ (点) です。

線分図で表すと右図のようになります。

Aにそろえると

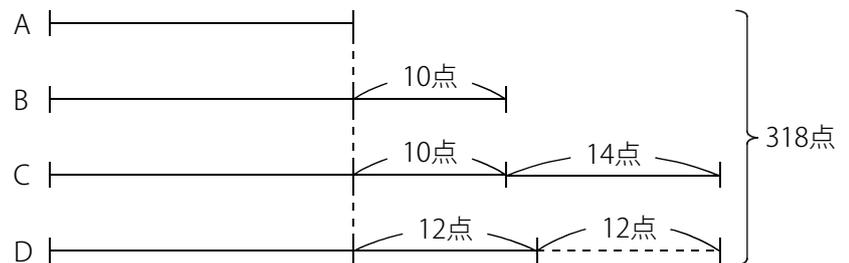
(飛び出した部分) = $10 + 10 + 14 + 12 = 46$ (点)

よって $A = (318 - 46) \div 4 = 68$ (点)

$B = 68 + 10 = 78$ (点)

$C = 78 + 14 = 92$ (点)

$D = 92 - 12 = 80$ (点)





例題と解説

例題5

A～Eの5人がテストを受けました。AとBの合計点は170点で、CとDとEの3人の平均点は5人の平均点より2点低かったそうです。5人の平均点は何点ですか。

答え 82点

[例題5の解説]

AとBの2人の合計点が170点なので、この2人の平均点は $170 \div 2 = 85$ (点) です。

A～Eの点数を面積図で表すと図1のようになります。また5人を平均すると図2のようになります。

図1と図2は5人の合計点なので
面積は同じです。

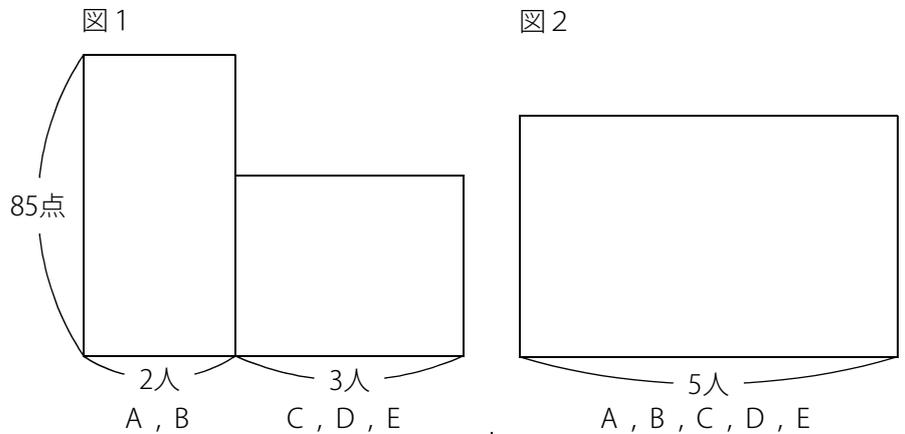


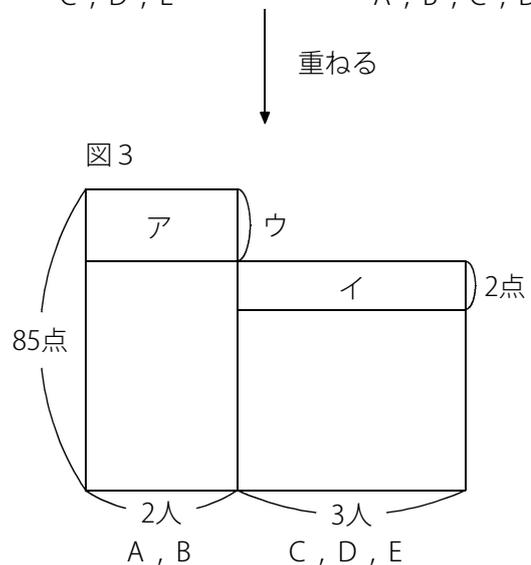
図1と図2を重ねて図3のようにします。

図1と図2の面積が等しいので、アとイの面積は同じです。

$$\text{イ} = 2 \times 3 = 6(\text{点}) \text{ より } \text{ア} = 6(\text{点})$$

$$\text{ウ} = 6 \div 2 = 3(\text{点})$$

$$(\text{5人の平均点}) = 85 - 3 = 82(\text{点})$$





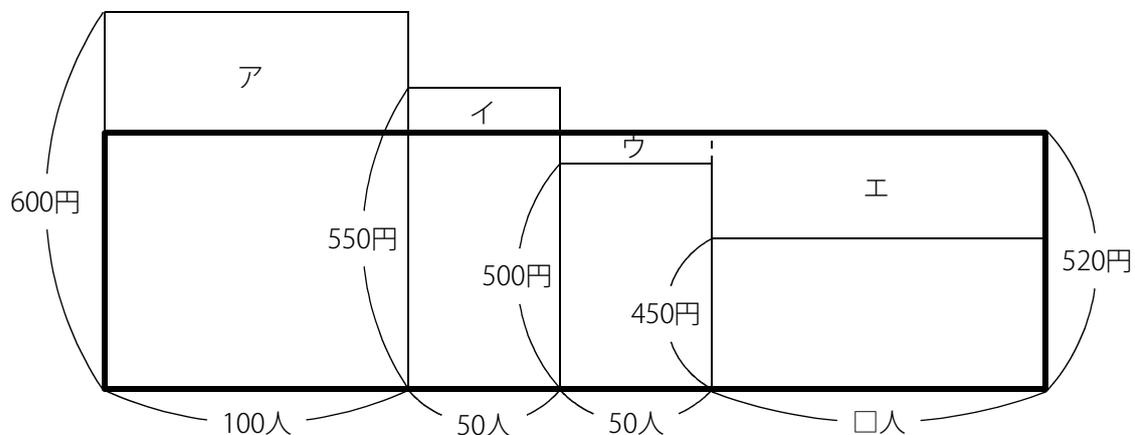
例題6

ある遊園地に団体で入場します。この遊園地の入園料は100人までは1人600円、101人目からは1人550円、151人目からは1人500円、201人目からは1人450円で、これ以上はどれだけ増えても入園料は変わりません。平均して1人当たりの入園料が520円以下になるのは団体の人数が何人以上の場合ですか。

答え 322人以上

[例題6の解説]

面積図で表すと次のようになります。平均して520円になる面積図を太線で表してします。



上図で $ア + イ = ウ + エ$ です。

$ア = 80 \times 100 = 8000$ (円) , $イ = 30 \times 50 = 1500$ (円) よって $ア + イ = 9500$ (円)

$ウ = 20 \times 50 = 1000$ (円) なので $エ = 9500 - 1000 = 8500$ (円)

$□ = 8500 \div 70 = 121.42 \dots$ (人) となるので201人目から122人以上入園すれば平均が520円以下になることがわかります。

よって団体の人数が $100 + 50 + 50 + 122 = 322$ (人) 以上であれば入園料は平均して520円以下になります。



ポイントまとめ

- ・ 過不足算の長いすの問題で面積図をきちんと書けるようにしておきましょう。
- ・ 問題文が複雑な場合は図や表を用いて整理することがとても大切です。
- ・ 過不足算や平均の問題では面積図の面積が何を表しているかを理解した上で解き進めていきましょう。