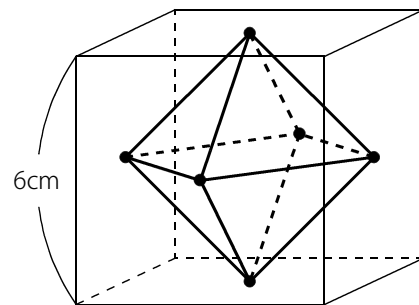




例題と解説

例題 1

右図のように1辺6cmの立方体のそれぞれの面の中心を結んでできる立体があります。この立体の体積を求めなさい。



答え 36cm^3

[例題 1 の解説]

四角すいが上下逆さまにくっついてできる立体です。この立体はすべての辺の長さが等しいので**正八面体**です。

底面を図1の色のついた部分と考えて、その底面を上から見ると図2のようになります。

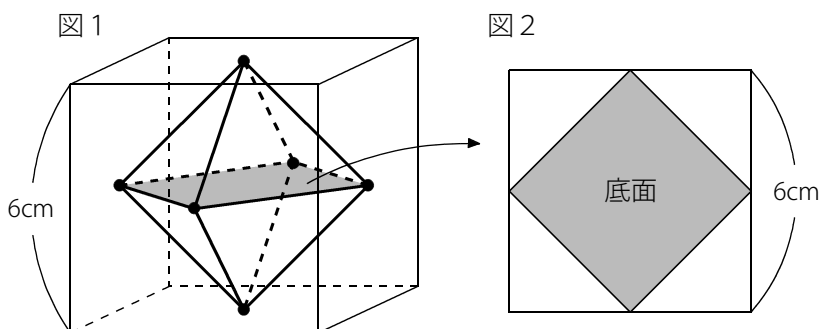
底面をひし形と考えると

$$(\text{底面積}) = 6 \times 6 \div 2 = 18\text{cm}^2$$

2個の四角すいの高さはそれぞれ $6 \div 2 = 3\text{cm}$ なので

$$(\text{体積}) = 18 \times 3 \times \frac{1}{3} \times 2\text{個} = 36\text{cm}^3$$

※ 底面積が 18cm^2 で高さをまとめて 6cm と考えてもかまいません。



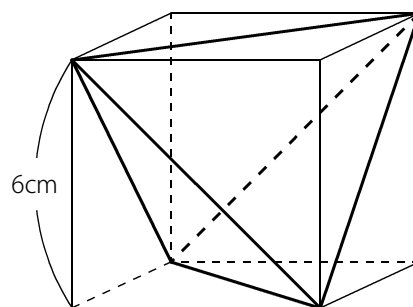
立方体の各面の中心を結んでできるこの立体(正八面体)の体積は、立方体の体積の $\frac{1}{6}$ になります。



例題と解説

例題 2

1 辺 6 cm の立方体の中に右図のような立体があります。
この立体の体積を求めなさい。



答え 72cm^3

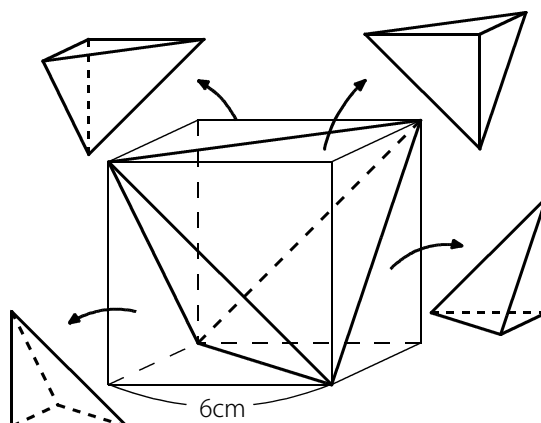
[例題 2 の解説]

三角すいです。この立体はすべての辺の長さが等しいので**正四面体**です。

この立体は右図のように立方体から、4 すみの三角すいを
取りのぞいてできる形です。

$$(\text{取りのぞく三角すい 1 個の体積}) = 6 \times 6 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 36\text{cm}^3$$

$$\text{よってこの立体の体積は } 6 \times 6 \times 6 - 36 \times 4 \text{ 個} = 72\text{cm}^3$$



この立体の体積は立方体の体積の $\frac{1}{3}$ になります。

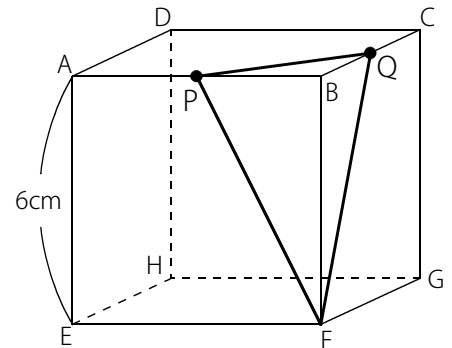


例題と解説

例題3

右図のように1辺6cmの立方体を点P, Q, Fを通る平面で切断してできる立体のうち、点Bを含む立体について考えます。次の問いに答えなさい。ただし点P, Qはそれぞれの辺の中点です。

- (1) この立体の体積を求めなさい。
- (2) 切断面PQFの面積を求めなさい。
- (3) 三角形PQFを底面と考えたときの高さを求めなさい。



答え (1) 9cm^3 (2) 13.5cm^2 (3) 2cm

[例題3の解説]

- (1) 三角すいです。三角形PQBを底面と考えると、高さは6cmです。

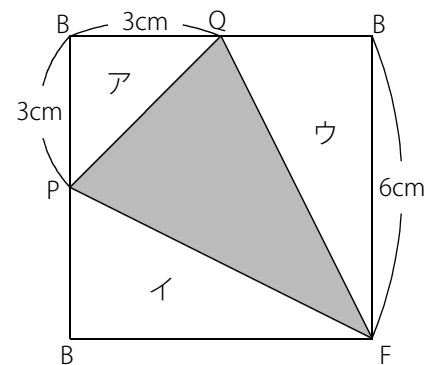
$$\text{よって (体積)} = 3 \times 3 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 9\text{cm}^3$$

- (2) この三角すいの展開図は右図のように正方形になります。
切断面は右図の色のついた部分(三角形PQF)です。

切断面の面積は正方形から ア, イ, ウ の三角形を引いて求めることができます。

$$\text{ア} = 3 \times 3 \div 2 = 4.5\text{cm}^2, \quad \text{イ} = \text{ウ} = 3 \times 6 \div 2 = 9\text{cm}^2$$

$$(\text{切断面PQFの面積}) = 6 \times 6 - (4.5 + 9 \times 2) = 13.5\text{cm}^2$$





例題と解説

(3) (1)より、この三角すいの体積は 9cm^3 です。また底面の三角形PQFの面積は(2)より 13.5cm^2 です。

よって三角形PQFを底面と考えたとき $13.5 \times (\text{高さ}) \times \frac{1}{3} = 9$ より $(\text{高さ}) = 9 \times 3 \div 13.5 = 2\text{cm}$

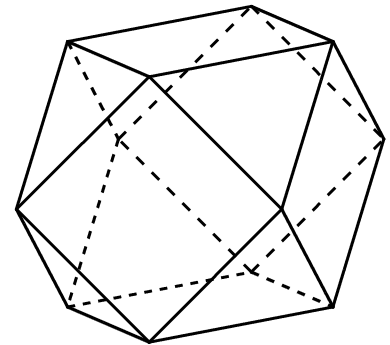


例題と解説

例題 4

正方形 6 個と正三角形 8 個を使って右図のような立体を作ります。

正方形 1 個の面積は 18cm^2 です。この立体の体積を求めなさい。



答え 180cm^3

[例題 4 の解説]

この立体は立方八面体(りっぽうはちめんたい)と呼ばれています。

※正方形 6 個と正三角形 8 個で全部で 14 面ですが、
八面体という名前になっています。

立方八面体は図 1 のように立方体の各辺の中点を結んでできる立体です。

図 1 を前から見ると図 2 のようになります。

正方形の面積が 18cm^2 なので、ひし形と考えると $(\text{対角線}) \times (\text{対角線}) \div 2 = 18\text{cm}^2$
 $(\text{対角線}) \times (\text{対角線}) = 18 \times 2 = 36$ より $(\text{対角線}) = 6\text{cm}$ であることがわかります。

$(\text{対角線}) = (\text{立方体の 1 辺})$ なので $(\text{立方体の 1 辺}) = 6\text{cm}$

では立方八面体の体積を求めます。

図 1

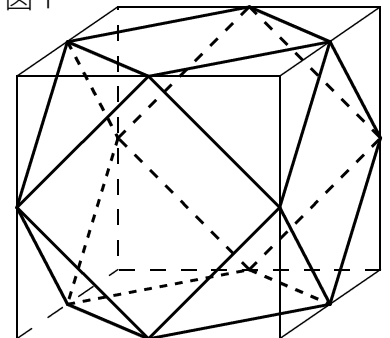
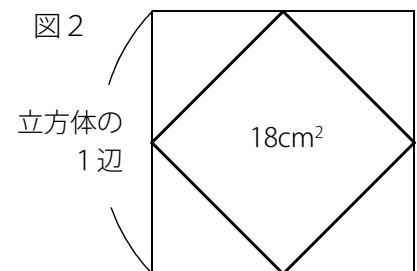


図 2



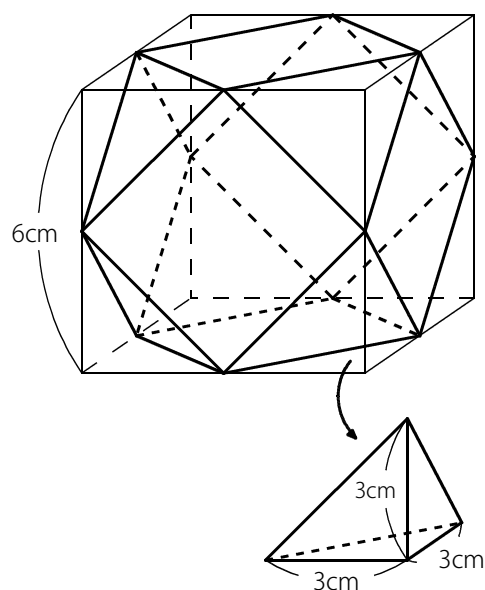


例題と解説

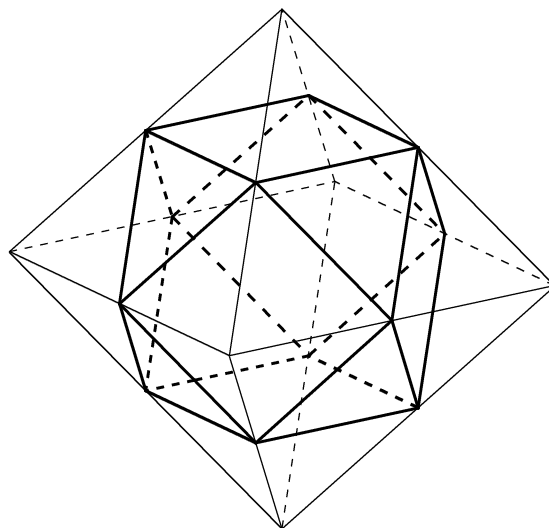
立方八面体は右図のように立方体の各頂点部分にある三角すい8個を取りのぞいてできる立体です。

$$(\text{三角すい1個の体積}) = 3 \times 3 \div 2 \times 3 \times \frac{1}{3} = 4.5\text{cm}^3$$

$$\text{よって (立方八面体の体積)} = 6 \times 6 \times 6 - 4.5 \times 8\text{個} = 180\text{cm}^3$$



※ 右図のように立方八面体は正八面体から各頂点部分にある四角すい6個を取りのぞいてできる立体と考えることもできます。

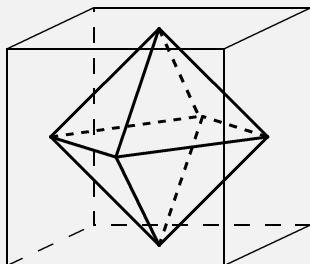




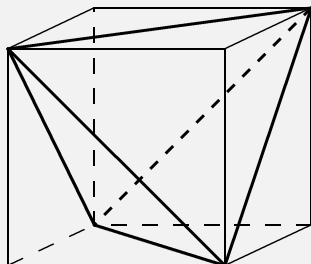
例題と解説

ポイントまとめ

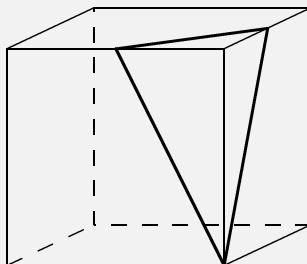
- 立方体の中にできる次の立体の体積の求め方を覚えておきましょう。



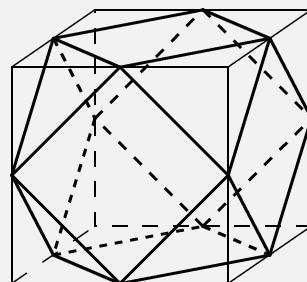
正八面体



正四面体



展開図が正方形



立方八面体