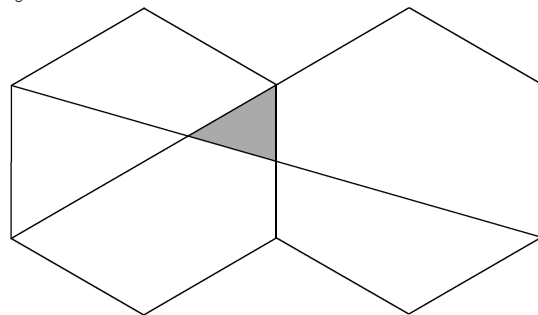




例題と解説

例題 1

面積が 360cm^2 の正六角形を2つ並べてできる右図のような形があります。
色のついた部分の面積を求めなさい。

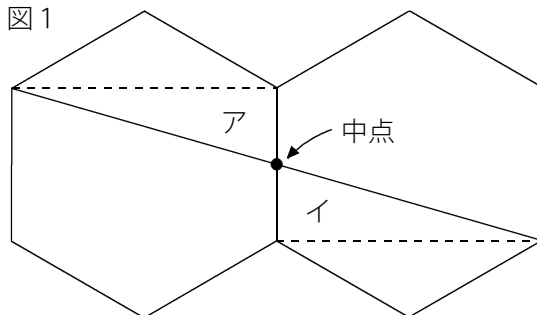


答え 20cm^2

[例題 1 の解説]

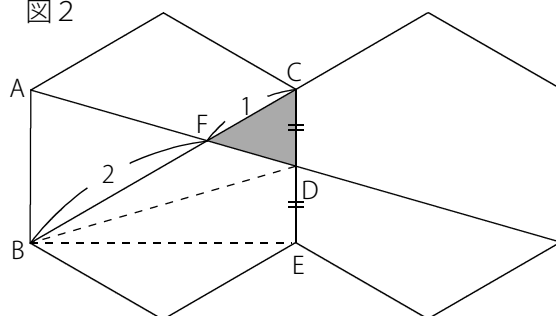
右図1で三角形アとイは合同なので辺上の点は中点であることがわかります。

図1



右図2で三角形ABFと三角形DCFは相似で
 $AB : DC = 2 : 1$ なので相似比は $2 : 1$ です。
よって $BF : FC = 2 : 1$

図2



三角形BCEの面積は正六角形の $\frac{1}{3}$ なので $360 \times \frac{1}{3} = 120(\text{cm}^2)$

三角形BCDの面積は三角形BCEの半分なので $120 \div 2 = 60(\text{cm}^2)$

$BF : FC = 2 : 1$ より (色のついた部分) $= 60 \times \frac{1}{2+1} = 20(\text{cm}^2)$

※ 平行な線に着目して相似な三角形を見つけましょう。



例題と解説

(別解)

点Dは辺の中点なので三角形ABFと三角形DCFの相似比は

$AB : DC = 2 : 1$ です。よって $BF : FC = 2 : 1$

点OはBCの中点なので、BCの長さを6とすると

右図2のようになります。

よって $BO : OF : FC = 3 : 1 : 2$

正三角形CEOの面積は正六角形の $\frac{1}{6}$ なので

$$(\text{正三角形CEOの面積}) = 360 \times \frac{1}{6} = 60(\text{cm}^2)$$

右図3のように三角形DCFと正三角形CEOを比べると

三角形DCFの底辺は正三角形CEOの半分で、高さは $\frac{2}{3}$ なので

$$(\text{三角形DCFの面積}) = 60 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$$

図1

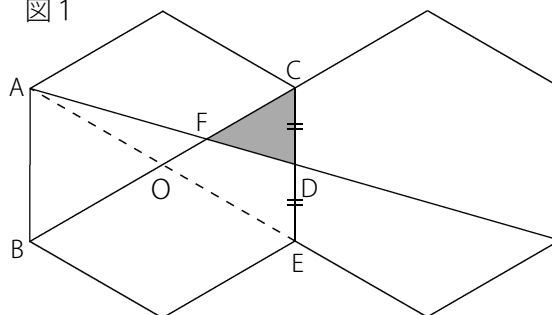


図2

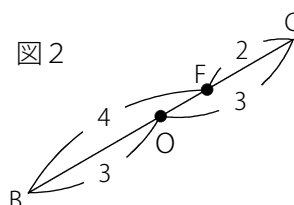
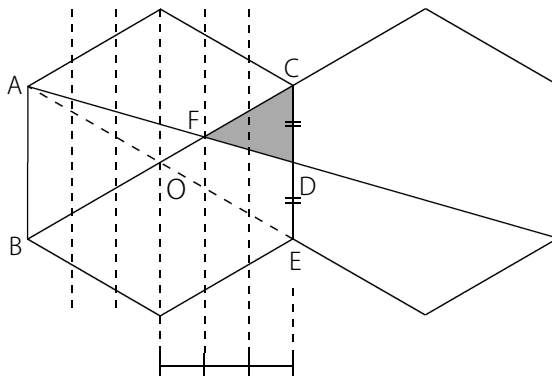


図3



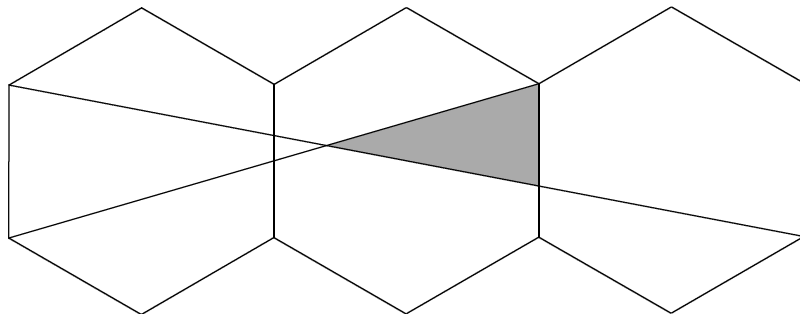


例題と解説

例題 2

面積が 360cm^2 の正六角形を 3 つ並べてできる右図のような形があります。

色のついた部分の面積を求めなさい。



答え 64cm^2

[例題 2 の解説]

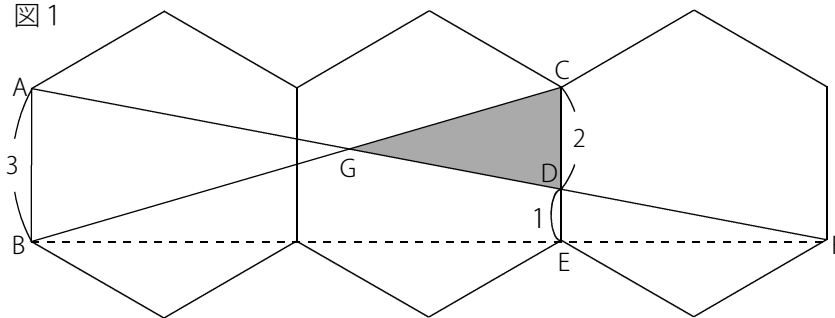
右図 1 で三角形ABFと三角形DEFは相似です。

$BF : EF = 3 : 1$ なので相似比は $3 : 1$

よって $AB = 3$ とすると $DE = 1$ なので

$CD = 3 - 1 = 2$ となります。

図 1



次に三角形ABGと三角形DCGに着目すると

これらの三角形は相似で $AB : DC = 3 : 2$ なので相似比は $3 : 2$ です。よって $AG : GD = 3 : 2$



例題と解説

6等分してできる正三角形OCEをもとにして
考えると、三角形ACEは底辺が同じで高さが
4倍です。

正三角形OCEの面積は $360 \div 6 = 60(\text{cm}^2)$ なので
(三角形ACEの面積) $= 60 \times 4 = 240(\text{cm}^2)$

三角形ACDと三角形ACEを比べると

高さが同じで、三角形ACDは底辺が $\frac{2}{3}$ なので (三角形ACDの面積) $= 240 \times \frac{2}{3} = 160(\text{cm}^2)$

図2

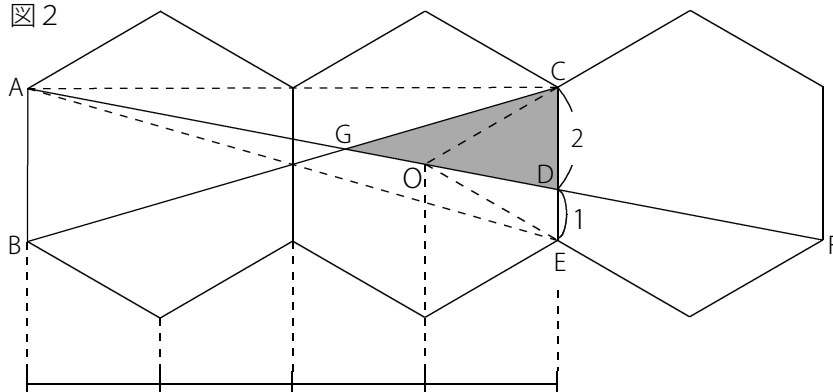
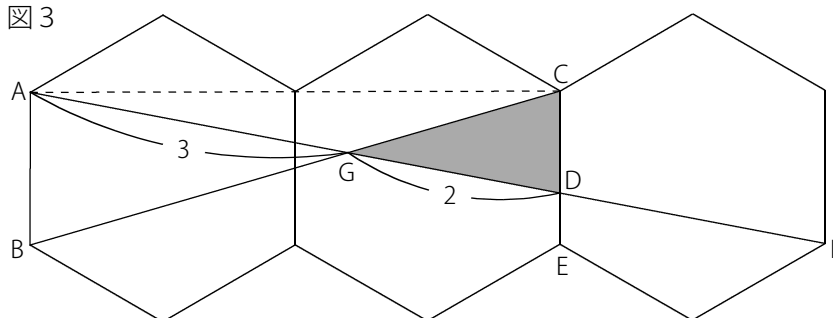


図3



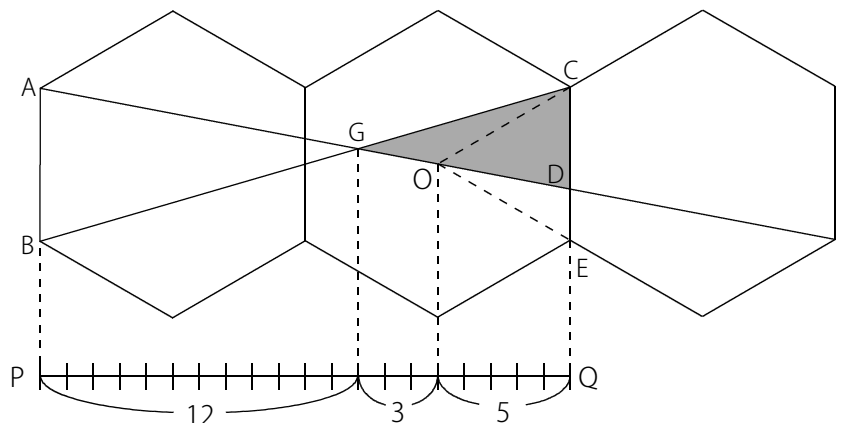
三角形ACDの面積は 160cm^2 で $AG : GD = 3 : 2$ なので (三角形GCDの面積) $= 160 \times \frac{2}{3+2} = 64(\text{cm}^2)$



(別解)

色のついた部分(三角形GCD)を6等分してできる正三角形OCEと比べて求めます。

※ AG : GD = 3 : 2 , CD : DE = 2 : 1 はすでにわかっているとします。



上図のように6等分してできる正三角形OCEの高さを5とします。このときPQの長さは $5 \times 4 = 20$ です。

また AG : GD = 3 : 2 なので (三角形GABの高さ) : (三角形GCDの高さ) = 3 : 2 より

(三角形GCDの高さ) = $20 \times \frac{2}{3+2} = 8$ であることがわかります。

(正三角形OCEの底辺) : (三角形GCDの底辺) = 3 : 2

(正三角形OCEの高さ) : (三角形GCDの高さ) = 5 : 8

よって

(正三角形OCEの面積) : (三角形GCDの面積) = $(3 \times 5) : (2 \times 8) = 15 : 16$

(三角形GCDの面積) = (正三角形OCEの面積) $\times \frac{16}{15} = 60 \times \frac{16}{15} = 64(\text{cm}^2)$



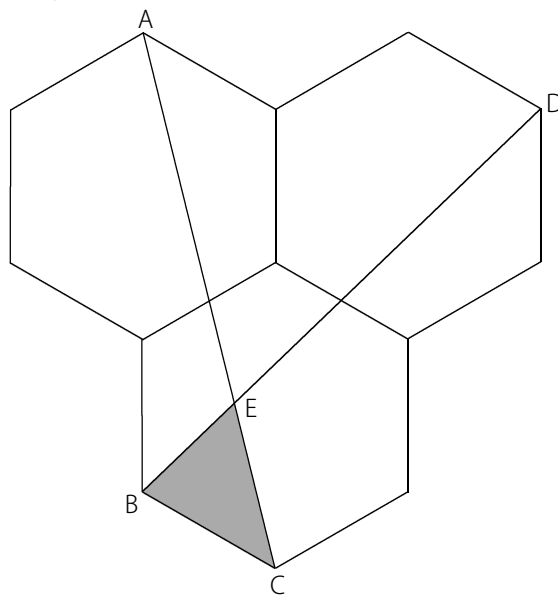
例題と解説

例題 3

面積が 360cm^2 の正六角形を 3 つ並べてできる右図のような形があります。

このとき次の問に答えなさい。

- (1) $AE : EC$ を求めなさい。
- (2) $BE : ED$ を求めなさい。
- (3) 色のついた部分の面積を求めなさい。



答え (1) $9 : 4$ (2) $3 : 10$ (3) $55\frac{5}{13}\text{cm}^2$

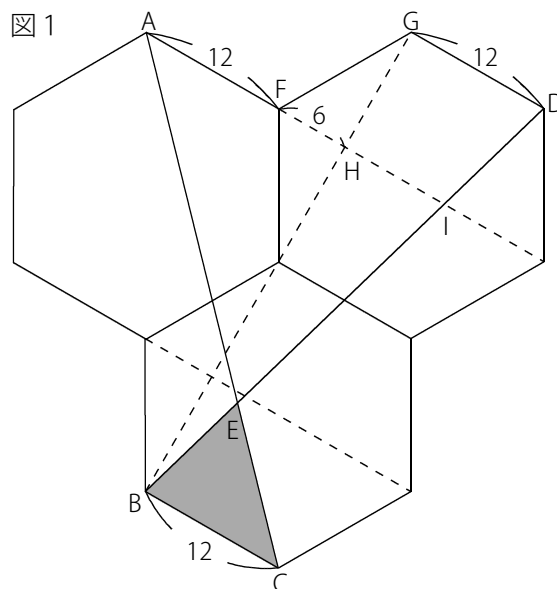
[例題 3 の解説]

- (1) $AE : EC$ を求めるために三角形EAIと三角形ECBの相似比を考えます。考えやすいように正六角形の1辺の長さを12とします。

このとき右図1のように $AF=12$, $FH=12 \div 2=6$ となります。

また三角形BGDと三角形BHIは相似で相似比は

$$BG : BH = 4 : 3 \text{ なので } HI = GD \times \frac{3}{4} = 12 \times \frac{3}{4} = 9$$





例題と解説

$AI=12+6+9=27$ であることがわかるので、
三角形EAIと三角形ECBの相似比は $AI:CB=27:12=9:4$

よって $AE:EC=9:4$ となります。

(2) $FJ=12 \times 2=24$ です。

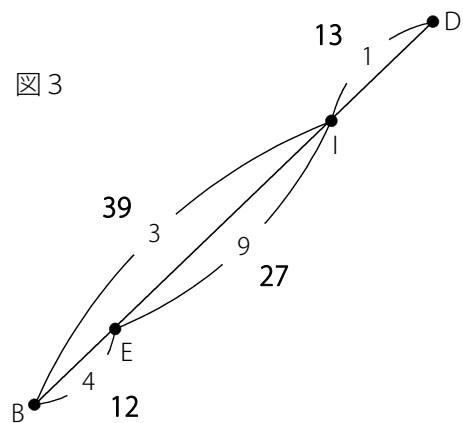
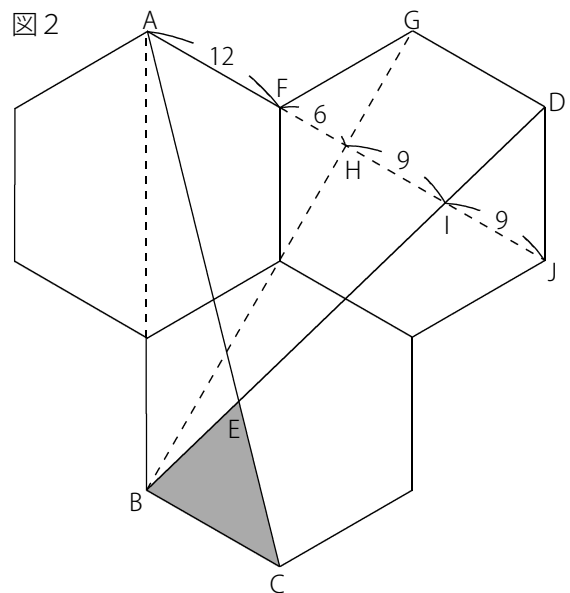
$FH=6$, $HI=9$ なので $IJ=24-(6+9)=9$

三角形IABと三角形IJDは相似で相似比は
 $IA:IJ=(12+6+9):9=27:9=3:1$ です。

よって $BI:ID=3:1$

(1)で $AE:EC=9:4$ と求めたので $IE:EB=9:4$ です。
比をそろえるためにBIを $4+9=13$ と3の最小公倍数の
39として整理すると右図3のようになります。

右図3より $BE:ED=12:(27+13)=12:40=3:10$





例題と解説

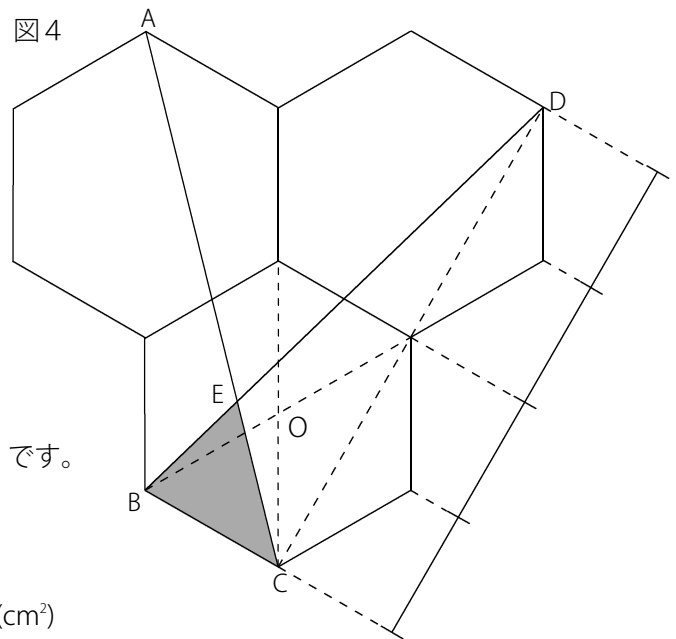
- (3) 6等分してできる正三角形OBCの面積は
 $360 \div 6 = 60(\text{cm}^2)$ です。

三角形BCDは底辺が正三角形OBCと同じで
高さが4倍なので面積は $60 \times 4 = 240(\text{cm}^2)$

(2)より $BE : ED = 3 : 10$ なので

三角形BCEの面積は三角形BCDの面積の $\frac{3}{3+10} = \frac{3}{13}$ (倍) です。

よって色のついた部分の面積は $240 \times \frac{3}{13} = \frac{720}{13} = 55\frac{5}{13}(\text{cm}^2)$



(別解)

三角形ABCをもとに考えても色のついた部分の面積を求めることができます。

図4で三角形ABCと正三角形OBCを比べると

底辺が同じで三角形ABCの高さは正三角形OBCの高さの3倍なので (三角形ABCの面積) $=60 \times 3 = 180(\text{cm}^2)$

(1)より $AE : EC = 9 : 4$ なので (色のついた部分の面積) $=180 \times \frac{4}{9+4} = \frac{720}{13} = 55\frac{5}{13}(\text{cm}^2)$



例題と解説

ポイントまとめ

- ・正六角形が複数並んでできる図形に関する問題でも、6等分してできる正三角形をもとに考えることが基本です。
- ・いろんな相似図形がかくれているので、それらに着目して辺の比などを求めましょう。