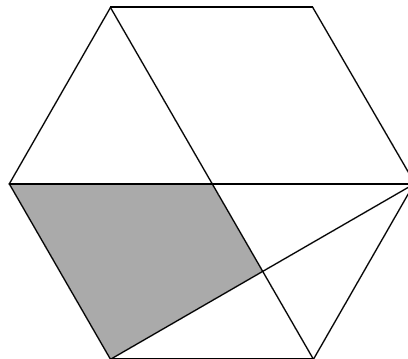




例題と解説

例題 1

右図の色のついた部分の面積は正六角形の面積の何倍ですか。



答え $\frac{1}{4}$ 倍

[例題 1 の解説]

三角形ABCは6等分してできる正三角形ABDの面積の2倍です。

よって (三角形ABC) = (正六角形) $\times \frac{1}{6} \times 2 =$ (正六角形) $\times \frac{1}{3}$

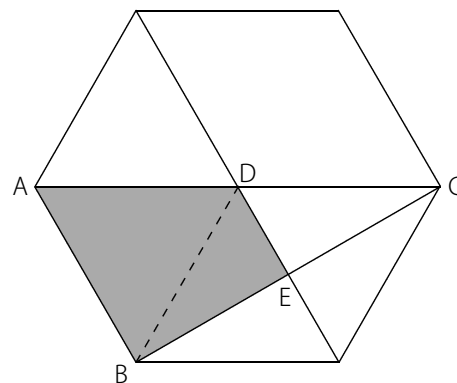
次に三角形ABCと三角形DECが相似であることに着目します。

相似比は 2 : 1 なので面積比は $(2 \times 2) : (1 \times 1) = 4 : 1$

よって (三角形DEC) = (三角形ABC) $\times \frac{1}{4}$

つまり色のついた部分の四角形ABEDは三角形ABCの面積の $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ にあたることがわかります。

(色のついた部分) = (三角形ABC) $\times \frac{3}{4} =$ (正六角形) $\times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} =$ (正六角形) $\times \frac{1}{4}$





例題と解説

(別解)

右図で三角形ABDは正六角形の面積の $\frac{1}{6}$ です。

また三角形BEDは正三角形BCDの半分なので

正六角形の面積の $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

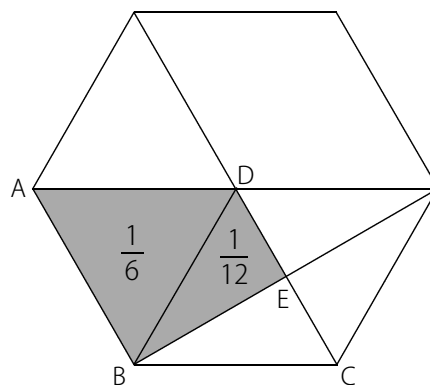
(色のついた部分)

=(三角形ABD)+(三角形BED)

=(正六角形) $\times \frac{1}{6}$ +(正六角形) $\times \frac{1}{12}$

=(正六角形) $\times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right)$

=(正六角形) $\times \frac{1}{4}$

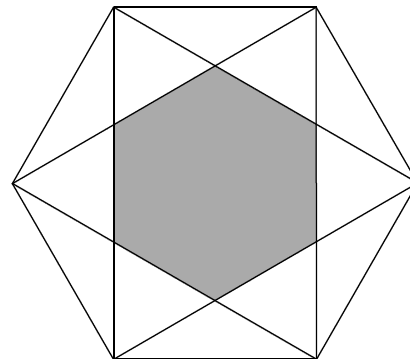




例題と解説

例題2

右図の色のついた部分の面積は正六角形の面積の何倍ですか。



答え $\frac{1}{3}$ 倍

[例題2の解説]

三角形ABCは6等分してできる正三角形OABと比べると、
底辺の長さが同じで高さも同じなので

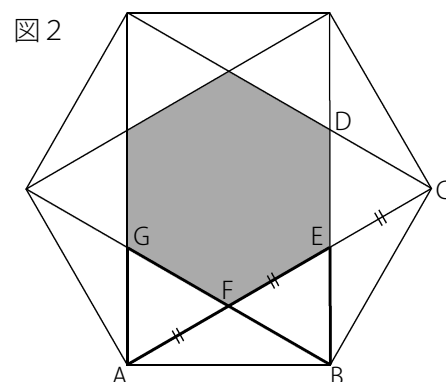
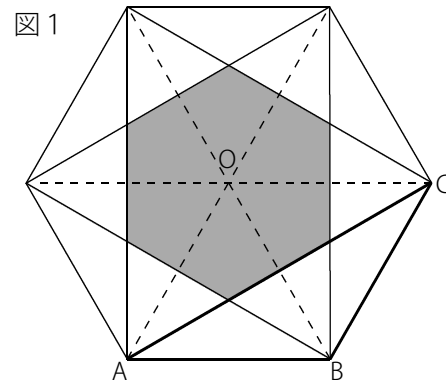
$$(\text{三角形ABC}) = (\text{正六角形}) \times \frac{1}{6}$$

次に右図2で三角形AFGと三角形EFBに着目すると

これらの三角形は相似(合同)なので $AF=EF$

同じように三角形CEDと三角形FEBも相似(合同) なので $FE=CE$

よって $AF=EF=EC$ であることがわかります。





例題と解説

AF=FE=EC なので右図3のように
三角形ABFと三角形FBEと三角形EBCの面積は同じです。

(三角形ABC)=(正六角形) $\times\frac{1}{6}$ なので

○1つの面積は (三角形ABC) $\times\frac{1}{3}$ =(正六角形) $\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}$ =(正六角形) $\times\frac{1}{18}$

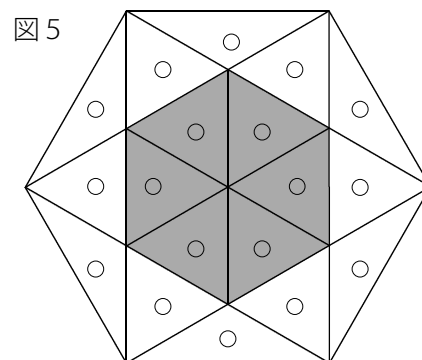
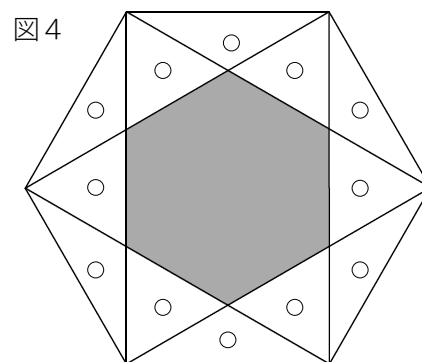
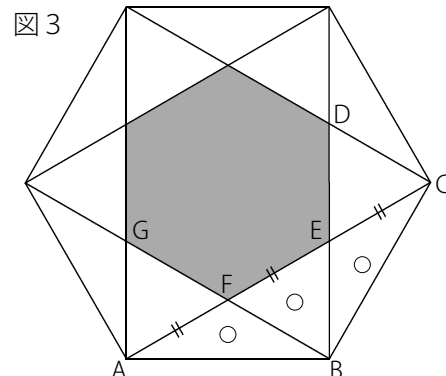
右図4のように○は全部で12個あるので

色のついた部分の面積は正六角形の $1-\frac{1}{18}\times 12=\frac{1}{3}$ (倍)

(別解)

右図5のように分けると

色のついた部分の面積は正六角形の $\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$ (倍) であることがわかります。

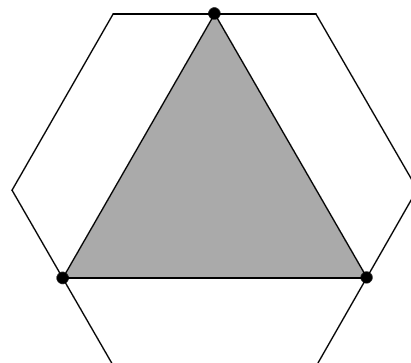




例題と解説

例題3

右図の色のついた部分の面積は正六角形の面積の何倍ですか。
ただし边上の点は各辺の中点です。



答え $\frac{3}{8}$ 倍

[例題3の解説]

右図でア, イ, ウの面積はすべて同じです。
正六角形からアを3個引いて色のついた部分の面積を求めます。

図1

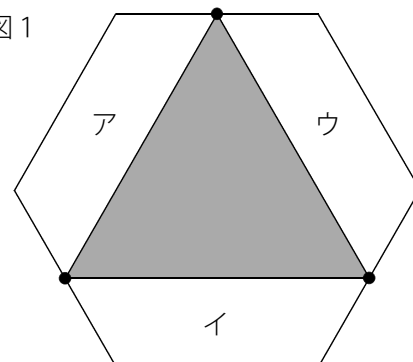
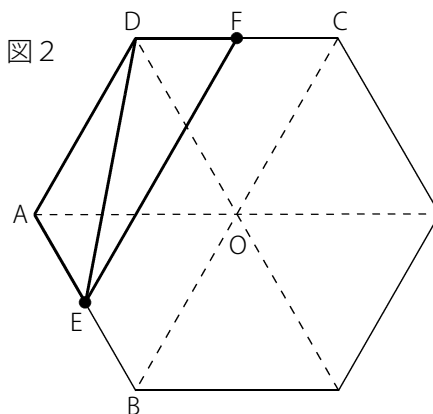


図2



ここでアの四角形を右図2のように2つの三角形に分けます。
2つの三角形ADEと三角形DEFがそれぞれ正六角形のどれだけに
あたるかを考えます。



例題と解説

三角形ADEは6等分してできる正三角形OABと比べると、
底辺の長さが半分で高さが同じなので

$$(\text{三角形ADE}) = (\text{正三角形OAB}) \times \frac{1}{2} = (\text{正六角形}) \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = (\text{正六角形}) \times \frac{1}{12}$$

三角形DEFは6等分してできる正三角形OCDと比べると、
底辺の長さが半分で高さが $\frac{3}{2}$ 倍なので

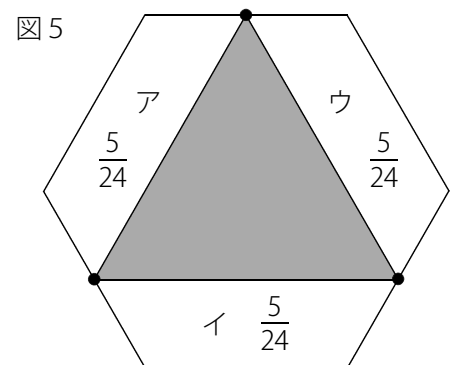
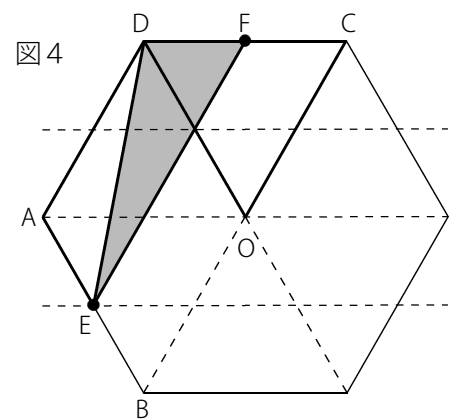
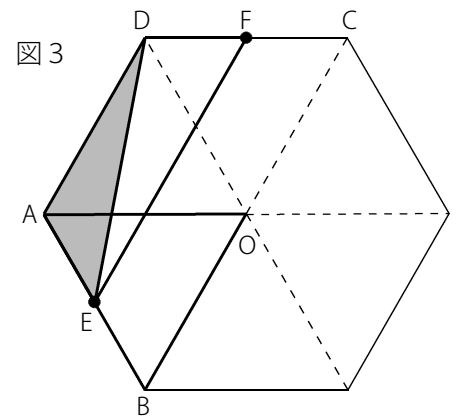
$$\begin{aligned} (\text{三角形DEF}) &= (\text{正三角形OCD}) \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = (\text{正三角形OCD}) \times \frac{3}{4} \\ &= (\text{正六角形}) \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = (\text{正六角形}) \times \frac{1}{8} \end{aligned}$$

三角形ADEが全体の $\frac{1}{12}$ で三角形DEFが全体の $\frac{1}{8}$ なので

ア, イ, ウ の面積はそれぞれ全体の $\frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$ であることがわかります。

よって色のついた部分の面積は正六角形の $1 - \frac{5}{24} \times 3 = \frac{3}{8}$ (倍)

※ 正六角形の中の四角形の面積を求める場合は三角形に分割して考えましょう。





例題と解説

(別解)

アの面積が正六角形のどれだけにあたるかを求めるために
右図1のように正六角形の各辺をそれぞれのばして大きな
正三角形を作ります。

正三角形ADEは正六角形を6等分してできる正三角形と同じ大きさです。

また $AE:EC=2:1$ より $AC:AE=3:2$ なので
正三角形ABCと正三角形ADEの相似比は $3:2$ です。
正三角形ABCと正三角形ADEの面積比は $(3 \times 3):(2 \times 2)=9:4$ なので
(正三角形ABC)=(正三角形ADE) $\times \frac{9}{4}$ ということになります。

$$(\text{正三角形ADE})=(\text{正六角形}) \times \frac{1}{6} \text{ なので } (\text{正三角形ABC})=(\text{正三角形ADE}) \times \frac{9}{4}=(\text{正六角形}) \times \frac{1}{6} \times \frac{9}{4}=(\text{正六角形}) \times \frac{3}{8}$$

※ 正三角形ABCと色のついた部分の正三角形が合同なので、この時点で答えは $\frac{3}{8}$ であることがわかりますが、

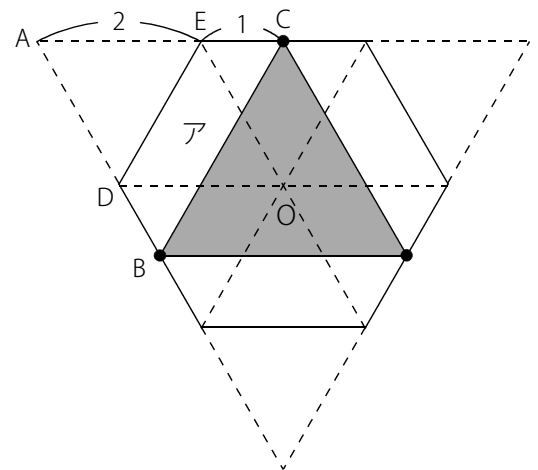
ここではアの面積が正六角形のどれだけにあたるかを求めます。

$$\text{ア}=(\text{正三角形ABC})-(\text{正三角形ADE})=(\text{正六角形}) \times \frac{3}{8}-(\text{正六角形}) \times \frac{1}{6}=(\text{正六角形}) \times \frac{5}{24}$$

$$\text{よって色のついた部分の面積は 正六角形の } 1-\frac{5}{24} \times 3=\frac{3}{8} \text{ (倍)}$$

※ 正六角形の各辺を伸ばしてできる大きな正三角形をもとに考えると速く解けることがあります。

図1

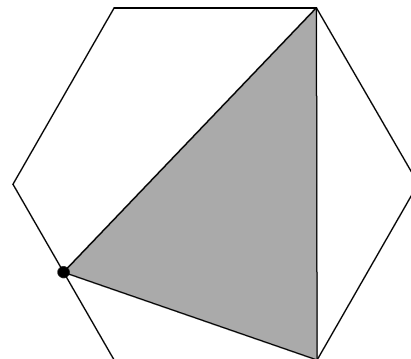




例題と解説

例題4

右図の色のついた部分の面積は正六角形の面積の何倍ですか。
ただし边上の点は辺の中点です。



答え $\frac{5}{12}$ 倍

[例題4の解説]

右図のように色のついていない部分を4つに部分に分けて
それぞれの面積を求めます。

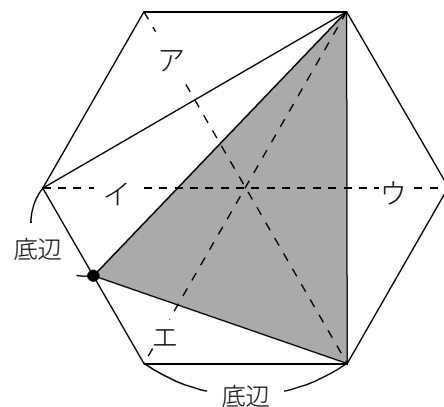
アとウは正六角形を6等分してできる正三角形と同じ面積なのでそれぞれ $\frac{1}{6}$

イは6等分してできる正三角形と比べると

底辺の長さが半分で高さが2倍なので $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{6}$

エは6等分してできる正三角形と比べると底辺の長さが半分で高さが同じなので $\frac{1}{6} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

よって色のついた部分の面積は正六角形の $1 - (\text{ア} + \text{イ} + \text{ウ} + \text{エ}) = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) = \frac{5}{12}$ (倍)

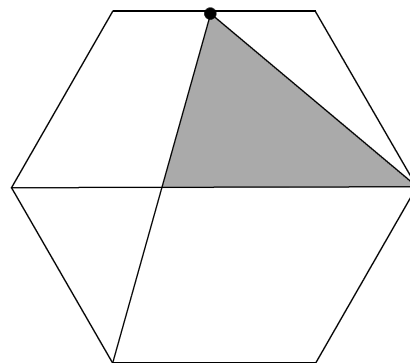




例題と解説

例題 5

右図の色のついた部分の面積は正六角形の面積の何倍ですか。
ただし边上の点は辺の中点です。



答え $\frac{5}{24}$ 倍

[例題 5 の解説]

右図 1 のように分けて考えます。

三角形ABCと三角形CDEの面積は正六角形の $\frac{1}{6}$ です。

三角形EFGは6等分してできる正三角形と高さが等しく底辺が半分なので

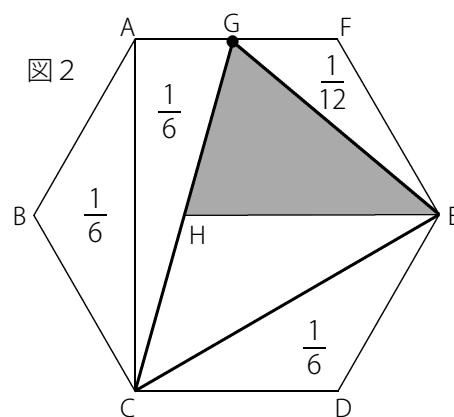
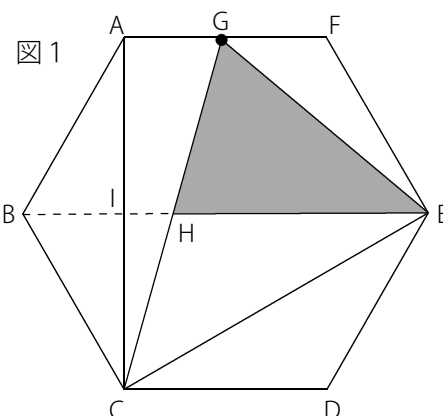
三角形EFGは正六角形の $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

三角形ACGは6等分してできる正三角形と比べると、

高さが2倍で底辺が半分なので、三角形ACGは正六角形の $\frac{1}{6} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

整理すると右図 2 のようになります。

よって三角形CEGの面積は正六角形の $1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \right) = \frac{5}{12}$





例題と解説

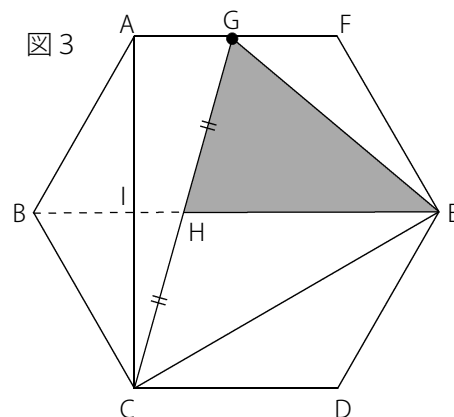
次に三角形ACGと三角形ICHに着目します。

これらの三角形は相似で、相似比は $AC:IC=2:1$ なので
 $CH=HG$ であることがわかります。

$CH=HG$ なので色のついた部分は三角形CEGの面積の半分です。

三角形CEGの面積は正六角形の $\frac{5}{12}$ なので

色のついた部分の面積は正六角形の $\frac{5}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{24}$ (倍)



ポイントまとめ

- ・ 正六角形の中の四角形の面積を求める場合は三角形に分割して考えましょう。
- ・ 正六角形の各辺を伸ばしてできる大きな正三角形をもとに考えると速く解けることがあります。