中学受験Unit.34- 2　5年　時計算２
いろいろな時計算

例題と解説

例題１

現在は午前11時ちょうどです。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　この後、長針と短針が初めて垂直になるのは11時何分ですか。

（２）　明日の午前11時までに長針と短針の作る角が垂直になるのは何回ありますか。

（３）　明日の午前11時までで、最後に垂直になるのは明日の午前何時何分ですか。

答え（１）11時$10\frac{10}{11}$分（２）44回（３）午前10時$38\frac{2}{11}$分

[例題１の解説]

（１）　11時ちょうどなので右図のように長針と短針の作る角は30度になっています。

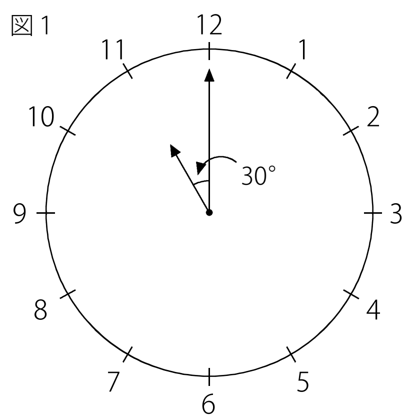
この後で垂直になるには、さらに 90－30＝60(度) 離れる必要があります。

長針は1分で6度、短針は1分で0.5度進むので1分で 6－0.5＝5.5(度) 離れます。

よって $60\div5.5=\frac{60}{5.5}=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$(分後) に垂直になります。

つまり11時の後で初めて垂直になるのは11時$10\frac{10}{11}$分であることがわかります。

図１



（２）　11時$10\frac{10}{11}$分のときは右図２のように垂直になっています。

このとき大きいほうの角は270度になっているので

長針が短針よりも 270－90＝180(度) 多く進めば、長針と短針の作る角が

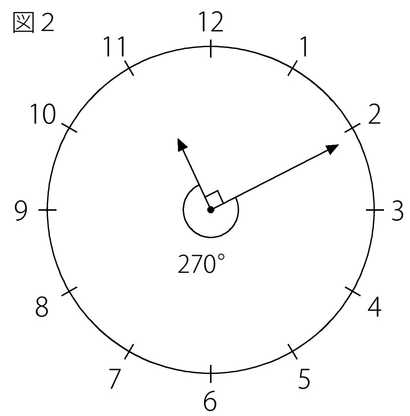
再び垂直になります。

よって $180\div5.5=\frac{360}{11}=32\frac{8}{11}$(分後) に再び垂直になります。

この後も同様に長針が短針よりも180度多く進むごとに、

つまり$32\frac{8}{11}$分ごとに長針と短針は垂直になります。

図２



例題と解説

午前11時$10\frac{10}{11}$分から明日の午前11時までは全部で $60\times24-10\frac{10}{11}=1429\frac{1}{11}$(分間) あります。

$32\frac{8}{11}$分ごとに長針と短針は垂直になるので $1429\frac{1}{11}\div32\frac{8}{11}=\frac{15720}{11}\div\frac{360}{11}=43$(回)あまり$\frac{240}{11}$(分)

※ $\frac{15720}{11}\div\frac{360}{11}=\frac{15720}{360}=15720\div360=43$(回)あまり240(分) としないように気をつけましょう。

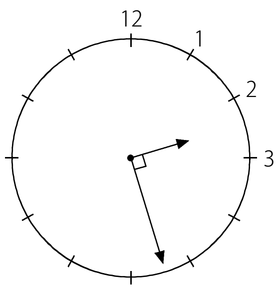
※ あまりを求めない場合は $\frac{15720}{11}\div\frac{360}{11}=\frac{15720}{360}=15720\div360=43\frac{2}{3}$(回) となります。

よって11時$10\frac{10}{11}$分の1回を加えて、全部で $43+1=44$(回) 垂直になります。

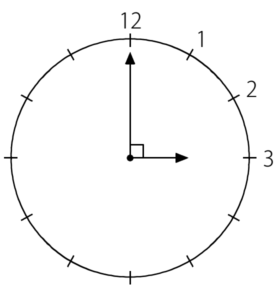
※ 時計算では速い長針君と遅い短針君の2人が池の周りを回っているような旅人算をイメージしましょう。

(別解)

下図のように2時台(2時以上3時未満)と8時台(8時以上9時未満)は長針と短針が垂直になるのは1回だけです。



1回目



2回目は3時ちょうどなので3時台

つまり2時台では1回だけ

8時台でも同様に
2回目はちょうど9時なので9時台

よって1日のうち、午前2時台と午後2時台、午前8時台と午後8時台は垂直になるのがそれぞれ1回だけです。
その他は1時間に2回ずつ垂直になります。
よって1日の間に時計の長針と短針は $2\times24-4=44$(回) 垂直になります。

例題と解説

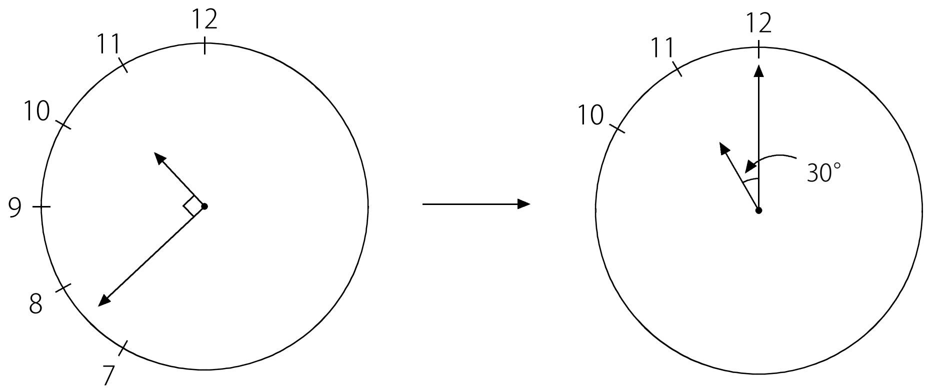
（３）　(2)で垂直になる回数を求めたときに 43回あまり$\frac{240}{11}$分 となったので

明日の午前11時までで最後に垂直になるのは午前11時から、あまりの $\frac{240}{11}$分＝21$\frac{9}{11}$分 をひいて

午前11時－21$\frac{9}{11}$分＝午前10時38$\frac{2}{11}$分 となります。

(別解)

下図のように最後に垂直になるときから、明日の午前11時までに着目します。



最後に垂直になるとき　　　明日の午前11時

最後に垂直になるときから午前11時までに長針は短針より 90＋30＝120(度) 多く進んでいます。

長針は短針より1分で 6－0.5＝5.5(度) 多く進むので、午前11時は最後に垂直になってから

$120 \div 5.5 = \frac{240}{11} = 21\frac{9}{11}$(分後) です。よって最後に垂直になるのは 午前11時－21$\frac{9}{11}$分＝午前10時38$\frac{2}{11}$分

例題と解説

例題２

次の問いに答えなさい。

（１）　9時と10時の間で長針と短針が12時の方向をはさんで同じ角度になるのは9時何分ですか。

（２）　4時と5時の間で長針と短針が7時の方向をはさんで同じ角度になるのは7時何分ですか。

答え（１）9時13$\frac{11}{13}$分（２）4時46$\frac{2}{13}$分

[例題２の解説]

（１）　9時と10時の間なので、下図１のように9時の状態をもとにして考えます。

12時の方向をはさんで同じ角度になるまでに (長針が進んだ角度)＝ア，(短針が進んだ角度)＝イ とすると

12時の方向をはさんで同じ角度になるときは下図２のようになります。

図１

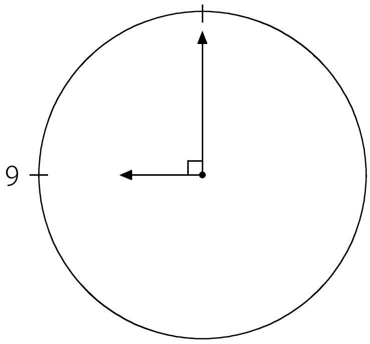
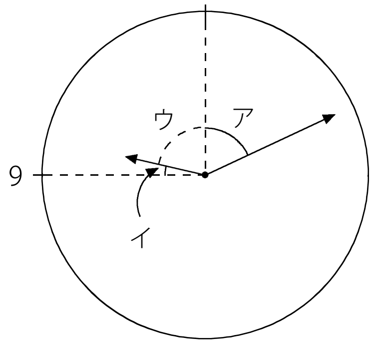


図２



このとき12時の方向をはさんで同じ角度になっているので ア＝ウ

長針と短針は合わせて ア＋イ＝ウ＋イ＝90(度) 進んでいることがわかります。

※「長針が反時計回りに回って、短針と出会う」という旅人算のような考え方です。

長針は1分で6度、短針は1分で0.5度進むので、あわせて1分で 6＋0.5＝6.5(度) 進みます。

あわせて90度進めばいいので、かかる時間は $90 \div 6.5 = \frac{900}{65} = 13\frac{11}{13}$(分)

よって同じ角度になるのは9時13$\frac{11}{13}$分であることがわかります。

例題と解説

(別解)

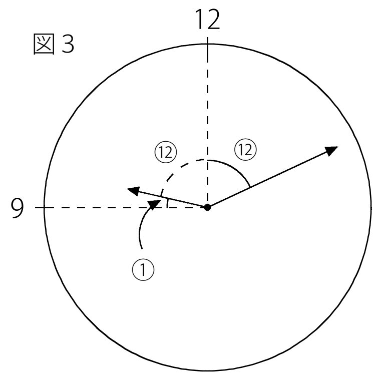
比を用いて考えます。

長針は1分で6度、短針は1分で0.5度進むので、速さ(角速度)の比は 6：0.5＝12：1

12時の方向をはさんで同じ角度になるまでに (短針が進む角度)＝① とすると (長針が進む角度)＝⑫

と表すことができます。

図３



このとき図で表すと右図３のようになります。

①＋⑫＝⑬ で ⑬＝90(度) なので ①＝90÷13＝$\frac{90}{13}$(度)

①は短針が進んだ角度です。

短針は1分で0.5度進むので図３の状態になるのは $\frac{90}{13}\div0.5=\frac{180}{13}=13\frac{11}{13}$(分後)

よって12時の方向をはさんで同じ角度になるのは9時13$\frac{11}{13}$分と求めることができます。

※ 長針の進んだ角度に着目しても同じです。

⑬＝90(度) なので (長針が進んだ角度)＝⑫＝$90\times\frac{12}{13}=\frac{1080}{13}$(度)

長針は1分で6度進むので図３の状態になるのは $\frac{1080}{13}\div6=\frac{180}{13}=13\frac{11}{13}$(分後)

例題と解説

（２）　4時と5時の間なので、下図４のように4時の状態をもとにして考えます。
4時から7時は3時間なので4時方向と7時方向の作る角は90度です。
7時の方向をはさんで同じ角度になるまでに (短針が進む角度)＝① とすると、それぞれの角度は
下図５のように表すことができます。

図４

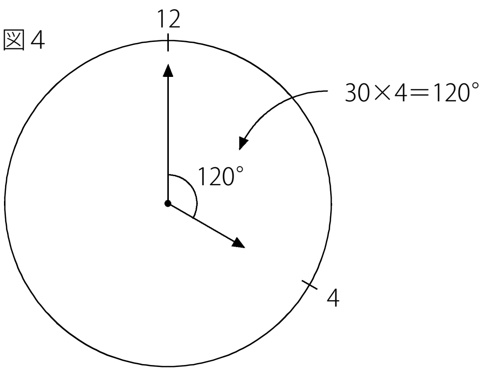


図５

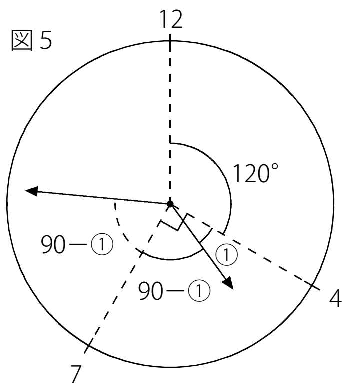


図５より長針が進んだ角度は 120＋①＋(90－①)＋(90－①)＝120＋90＋(90－①)＝300－①

7時の方向をはさんで同じ角度になるまでに (短針が進む角度)＝① としたので (長針が進む角度)＝⑫ です。

よって 300－①＝⑫ となるので ⑬＝300(度)

このとき ①＝300÷13＝$\frac{300}{13}$(度)

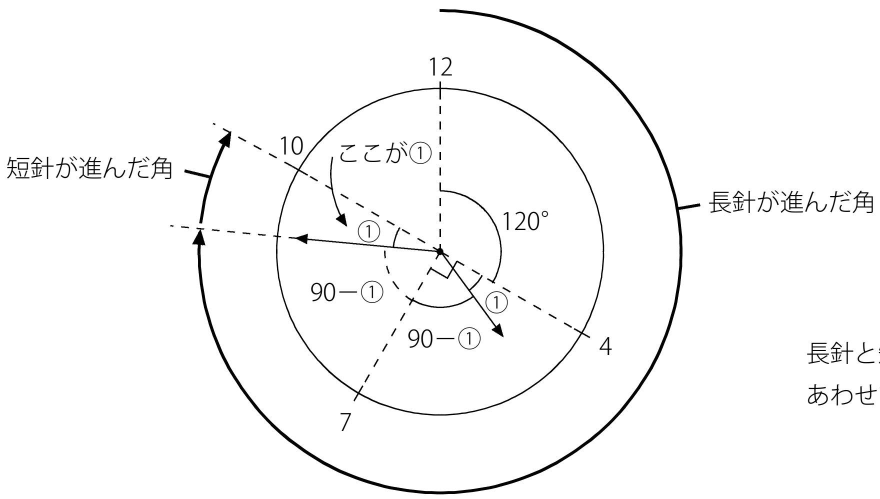
短針は1分で0.5度進むので$\frac{300}{13}$度進むまでにかかる時間は $\frac{300}{13}$÷0.5＝$\frac{600}{13}$＝46$\frac{2}{13}$(分)

よって7時の方向をはさんで同じ角度になるのは4時46$\frac{2}{13}$分と求めることができます。

例題と解説

※ このような問題を考えるときは図５のような図が必要ですが、正確な図は答えがわからなければ描くことができません。大切なことは**「大体これくらい」という図を描くこと**です。

※ (2)は結局のところ下図のように「長針と短針があわせて300度進んだ」ということです。



長針と短針が進んだ角度は
あわせて 30×10＝300度

例題と解説

例題３

次の□にあてはまる数を求めなさい。

今は4時□分です。9分後には長針が今の短針の位置に来るそうです。

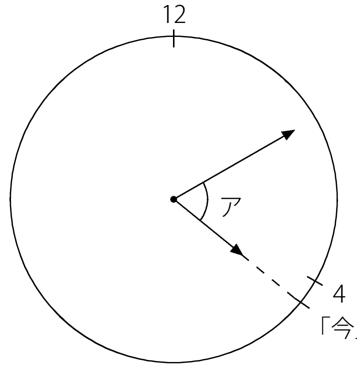
答え 12

[例題３の解説]

9分後に「長針と短針が重なる」ということではありません。注意しましょう。

長針が9分進んで「今の短針の位置」に長針が来るということです。

図１　「今」の状態



9分後に長針が「今」の短針の位置に来るので、

9分間で長針が進む角をアとすると「今」の状態は右図１のようになり、

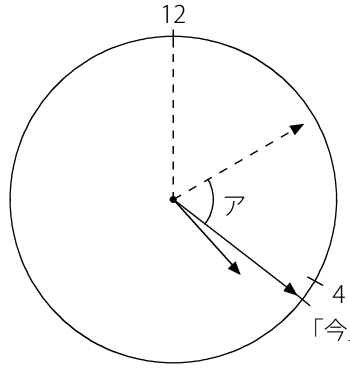
9分後の状態は右図２のようになります。

アは長針が9分で進む角度なので ア＝6×9＝54(度)

つまり「今」は4時から長針と短針が進んで、長針と短針の作る角が

初めて54度になったときであることがわかります。

図２　9分後の状態



4時のときは長針と短針が 30×4＝120(度) 離れています。

54度になればいいので長針が短針に 120－54＝66(度) 追いつけば

いいということです。

1分で長針は短針に 6－0.5＝5.5(度) 追いつくので

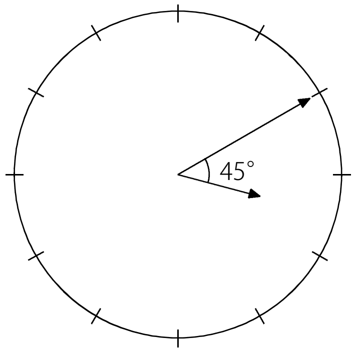
4時から 66÷5.5＝12(分後) に「今」の状態になります。

よって □＝12

例題と解説

例題４

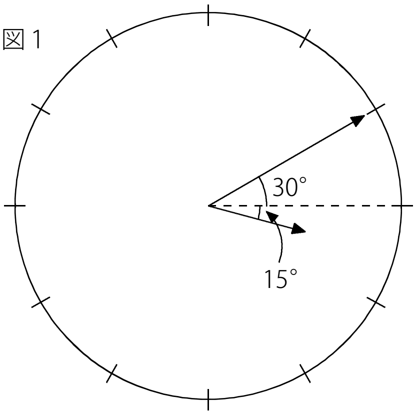
12等分された時刻を表す目盛りだけが付いている時計が机の上に置いてあります。
目盛りだけなので12時方向がどちらであるかわかりません。今この時計を見ると右図のように長針はちょうど目盛りを指していて、長針と短針の間の角度を調べると45度でした。今は何時何分ですか。



答え 7時30分

[例題４の解説]

図１

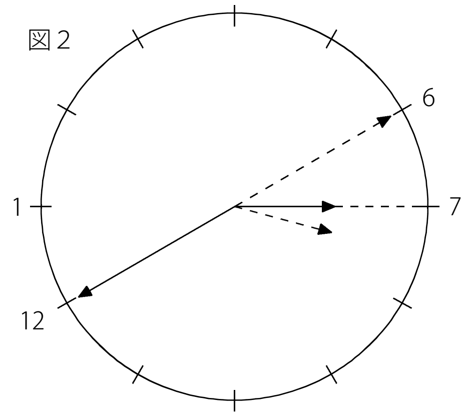


目盛り1つ分の角度は30度なので
右図１のように45度を目盛りで30度と15度に分けます。

図１より**短針は目盛りの方向から15度進んでいる**ことがわかります。
短針は1分で0.5度進むので15度進むのにかかる時間は 15÷0.5＝30(分)

よって**図１はある時間から30分進んだときの状態**だということなので
今は○時30分です。

図２



長針は30分で180度進むので、30分前のちょうど○時の状態は
右図２のようになります。

図２から、今の30分前がちょうど7時ということがわかるので
今は7時30分ということになります。

例題と解説

例題５

A君は午後2時何分かに家を出て、午後4時何分かに帰ってきました。このとき時計の長針と短針の位置が家を出たときとちょうど入れかわっていました。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　A君が家を出てから帰ってくるまでの時間は何時間何分でしたか。

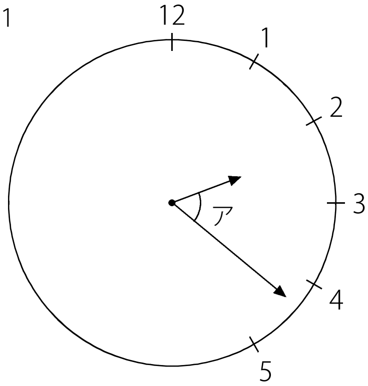
（２）　A君が家を出たのは午後2時何分ですか。

答え（１）1時間50$\frac{10}{13}$分（２）午後2時20$\frac{140}{143}$分

[例題５の解説]

（１）　A君は午後2時何分かに家を出て、午後4時何分かに帰ってきて、
時計の長針と短針の位置がちょうど入れかわっていたので、これを図で表すと下図１，2のようになります。
A君が出かけた時刻を2時○分，帰ってきた時刻を4時□分とします。

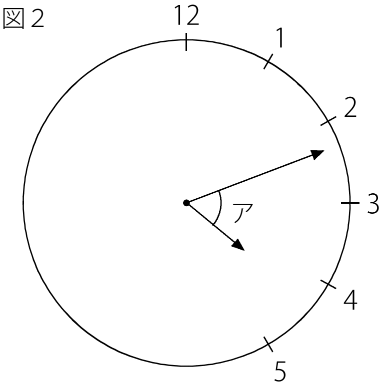
図１



2時○分

2時間弱

図２



4時□分

長針の位置に着目すると
図１から図２までは**2時間よりすこし少ないくらい**の時間(2時間弱)がたっていることがわかります。

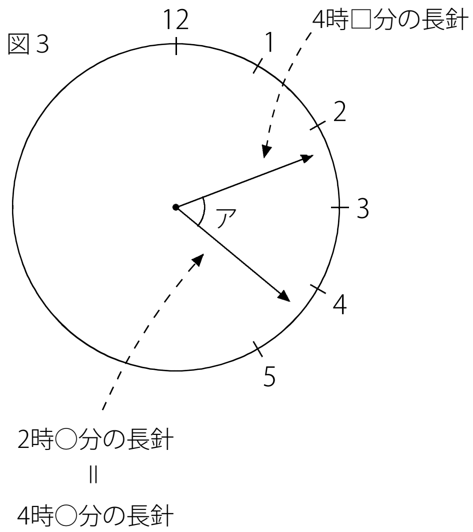
ちょうど入れかわっているので長針と短針の作る角は図１と図２で等しく、この角をアとします。
このとき**角アは短針が進んだ角度**になっていることがわかります。

例題と解説

次に長針が進んだ角度を考えます。

わかりやすいように図３のように長針だけに着目します。

図３



長針は「分」を表すので
「2時○分」と「4時○分」の長針の位置は図３のように同じです。

「2時○分」から「4時○分」までは2時間たっているので
長針は時計をちょうど2周、つまり 360×2＝720(度) 進んでいます。

長針の進んだ角度を整理すると

「2時○分」から「4時○分」までに720度
「4時□分」から「4時○分」までにア度

となるので「2時○分」から「4時□分」までに (720ーア)度

短針は「2時○分」から「4時□分」までに ア度
長針は「2時○分」から「4時□分」までに (720ーア)度

まとめると
短針と長針は「2時○分」から「4時□分」までにあわせて ア＋(720ーア)＝720(度) 進んでいることになります。

長針と短針は1分であわせて 6＋0.5＝6.5(度) 進むので、720度進むのにかかる時間は $720 \div 6.5 = 110\frac{10}{13}$(分)

よってA君が家を出てから帰ってくるまでの時間は $110\frac{10}{13}$分＝1時間$50\frac{10}{13}$分 であることがわかります。

中学受験Unit.34- 2　5年　時計算２
いろいろな時計算

例題と解説

（２）　右図４のように角アは短針が2時〇分から4時□分までに進んだ角度です。

2時〇分から4時□分までは(1)より $720 \div 6.5 = \frac{1440}{13}$(分)$= 110\frac{10}{13}$(分)

短針は1分で0.5度進むので ア$= 0.5 \times \frac{1440}{13} = \frac{720}{13}$(度)

図４

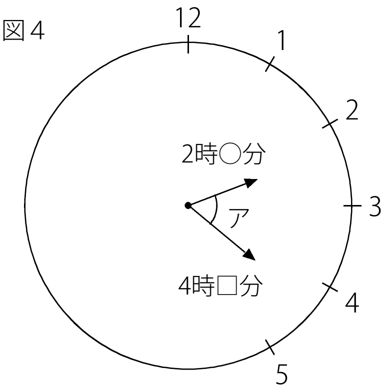
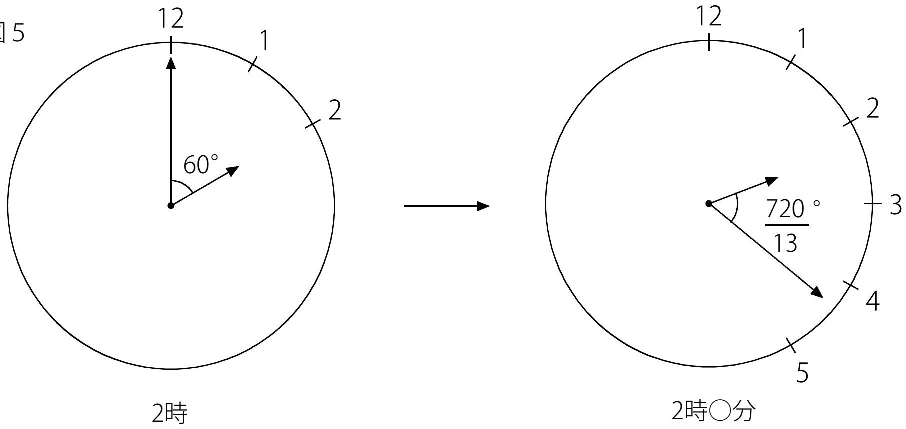


図５



上図５のようにちょうど2時から考えると2時〇分は

長針が短針よりも $60 + \frac{720}{13} = \frac{1500}{13}$(度) 多く進んだときなので 〇$= \frac{1500}{13} \div (6-0.5) = \frac{1500}{13} \div 5.5 = 20\frac{140}{143}$(分)

よってA君が家を出たのは午後2時$20\frac{140}{143}$分ということになります。

ポイントまとめ

・2時台と8時台は長針と短針が垂直になるのが1回だけです。その他の時間は2回ずつ垂直になります。

・時計算では速い長針君と遅い短針君の2人が池の周りを回っているような旅人算をイメージしましょう。

・時計算では「大体これくらい」という図を描くことが重要です。