中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

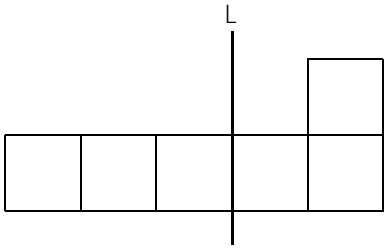
例題と解説

例題１

右図のように1辺1cmの正方形を6つ組み合わせた図形を直線Lを軸に1回転させたときにできる立体について次の問いに答えなさい。ただし円周率は3.14とします。

（１）　この立体の体積は何cm^3ですか。

（２）　この立体の表面積は何cm^2ですか。



答え（１）37.68cm^3（２）94.2cm^2

[例題１の解説]

（１）　1回転するので右図１のように軸で折り返してできる図形を軸のまわりに1回転させても同じです。

図１

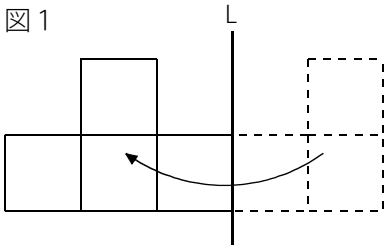
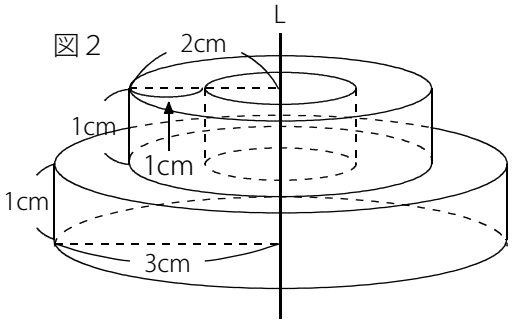


図１の図形を回転させると右図２のような立体になります。

図２



上の立体はドーナツ型で体積は

(2×2×3.14－1×1×3.14)×1＝**3×3.14**

下の立体は円柱で体積は 3×3×3.14×1＝**9×3.14**

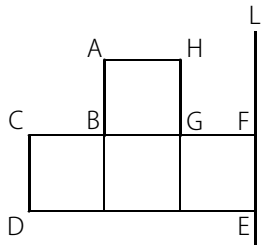
よって (体積)＝3×3.14＋9×3.14＝12×3.14＝37.68(cm^3)

(C) 2014 min-san.com

（２）　立体の上下から見える面は半径3cmの円です。

(上下から見える表面積)＝3×3×3.14×2＝**18×3.14**

図３



(ABが作る側面の面積)＝2×2×3.14×1＝**4×3.14**

(CDが作る側面の面積)＝3×2×3.14×1＝**6×3.14**

(GHが作る側面の面積)＝1×2×3.14×1＝**2×3.14**

(表面積)＝18×3.14＋4×3.14＋6×3.14＋2×3.14＝30×3.14＝94.2(cm^2)

※ 軸をまたぐ図形を1回転させる場合は、軸で折り返した図形を考えるとわかりやすくなります。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

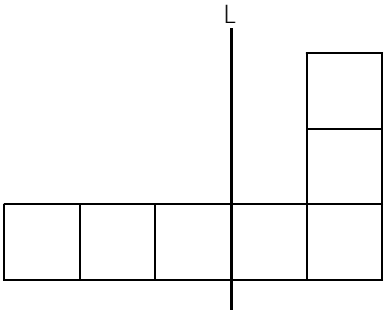
例題と解説

例題２

右図のように1辺1cmの正方形を7つ組み合わせた図形を直線Lを軸に180度回転させたときにできる立体について次の問いに答えなさい。ただし円周率は3.14とします。

（１）　この立体の体積は何cm^3ですか。

（２）　この立体の表面積は何cm^2ですか。



答え（１）29.83cm^3（２）81.36cm^2

[例題２の解説]

（１）　軸のまわりに180度回転させてできる立体は右図１のようになります。
この立体を上から見ると図２のようになります。

図１

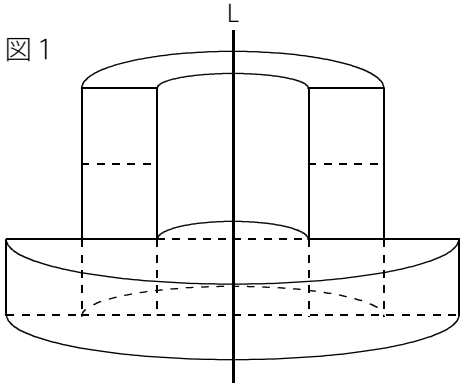


図２

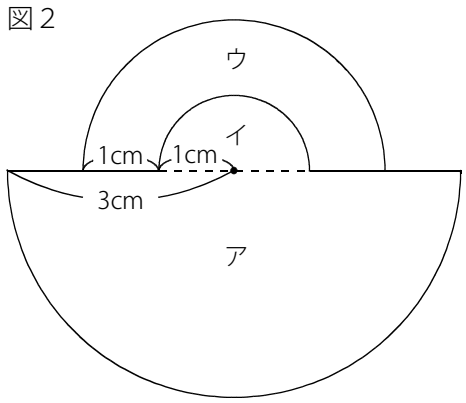


図２のアの立体は底面の半径3cmで高さ1cmの円柱を縦に半分にした形です。
(立体アの体積)＝3×3×3.14×1÷2＝**4.5×3.14**
図２のイの立体は底面の半径1cmで高さ1cmの円柱を縦に半分にした形です。
(立体イの体積)＝1×1×3.14×1÷2＝**0.5×3.14**
図２のウの立体は高さ3cmのドーナツ型の円柱を縦に半分にした形です。
(立体ウの体積)＝(2×2×3.14－1×1×3.14)×3÷2＝**4.5×3.14**

よって (体積)＝4.5×3.14＋0.5×3.14＋4.5×3.14＝9.5×3.14＝29.83(cm^3)

(C) 2014 min-san.com

（２）　上下から見える面は図３のような形です。

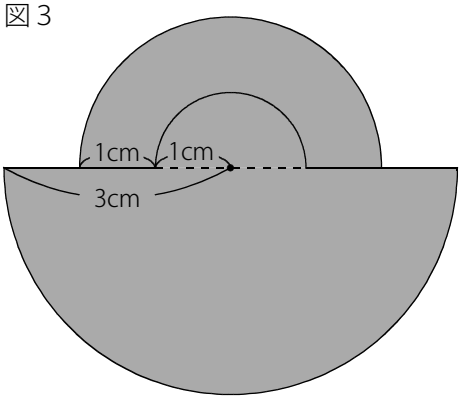
(上下から見える表面積)

＝(3×3×3.14÷2＋2×2×3.14÷2)×2

＝(4.5＋2)×3.14×2

＝13×3.14

図３



次に側面を求めます。

図４で

(ABが作る半円柱の側面積)＝3×2×3.14÷2×1＝3×3.14

(CDが作る半円柱の側面積)＝2×2×3.14÷2×3＝6×3.14

(EFが作る半円柱の側面積)＝1×2×3.14÷2×2＝2×3.14

図４

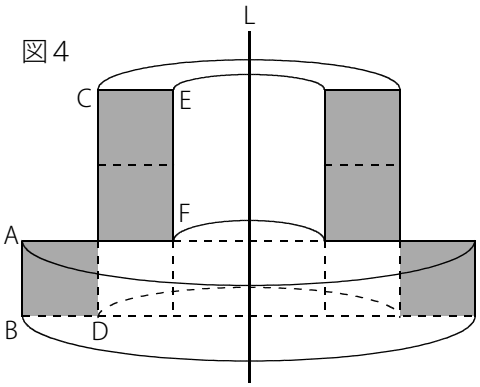


図4で色のついた部分の表面積は1辺1cmの正方形6個分なので

1×1×6＝6

よって (表面積)＝13×3.14＋3×3.14＋6×3.14＋2×3.14＋6＝24×3.14＋6＝81.36(cm^2)

※ 1回転させない回転体では表面積の見落としに注意しましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

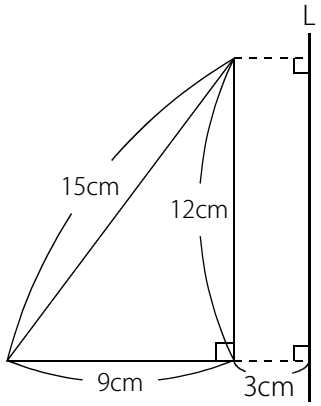
例題と解説

例題３

右図のような直角三角形を直線Lを軸に1回転させたときにできる立体について次の問いに答えなさい。
ただし円周率は3.14とします。

（１）　この立体の体積は何cm^3ですか。

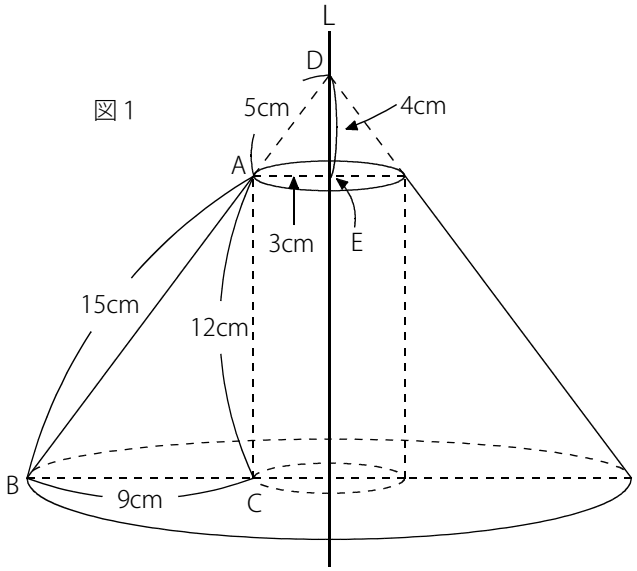
（２）　この立体の表面積は何cm^2ですか。



答え（１）2034.72cm^3（２）1356.48cm^2

[例題３の解説]

（１）　回転してできる立体は右図１のように円すい台から円柱をくり抜いてできる形になります。



まず円すい台の体積を求めるために三角形DAEに着目します。
三角形DAEと三角形ABCは相似です。
三角形ABCは3辺が 9：12：15＝3：4：5 なので
三角形DAEの3辺も 3：4：5
AE＝3(cm) なので DA＝5(cm) , DE＝4(cm)

大きな円すいは底面の半径が 9＋3＝12(cm) で高さが 12＋4＝16(cm) なので

(大きな円すいの体積)＝12×12×3.14×16×$\frac{1}{3}$＝768×3.14

(C) 2014 min-san.com

小さな円すいは底面の半径が3cmで高さが4cmなので

(小さな円すいの体積)＝3×3×3.14×4×$\frac{1}{3}$＝**12×3.14**

くり抜く円柱は底面の半径が3cmで高さが12cmなので

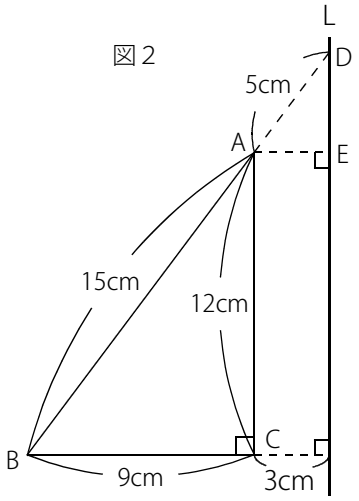
(円柱の体積)＝3×3×3.14×12＝**108×3.14**

よって (体積)＝768×3.14－12×3.14－108×3.14＝648×3.14＝2034.72(cm^3)

（２）　立体を下から見たときに見える面はドーナツ型です。

(底面積)＝12×12×3.14－3×3×3.14＝**135×3.14**

図２



ABが作る側面はDBが作る大きなおうぎ形からDAが作る小さなおうぎ形を引いてできる形です。

(ABが作る側面の面積)＝20×20×3.14×$\frac{12}{20}$－5×5×3.14×$\frac{3}{5}$

＝20×12×3.14－5×3×3.14＝**225×3.14**

ACが作る側面は底面の半径3cmで高さ12cmの円柱の側面なので

(ACが作る側面の面積)＝3×2×3.14×12＝**72×3.14**

よって (表面積)＝135×3.14＋225×3.14＋72×3.14＝432×3.14＝1356.48(cm^2)

(C) 2014 min-san.com

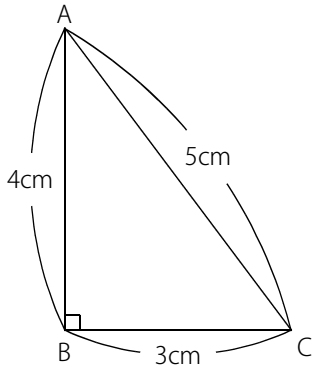
中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

例題と解説

例題４

右図のような直角三角形を辺ACを軸に1回転させてできる立体について次の問いに答えなさい。
ただし円周率は3.14とします。

（１）　この立体の体積は何cm^3ですか。
（２）　この立体の表面積は何cm^2ですか。

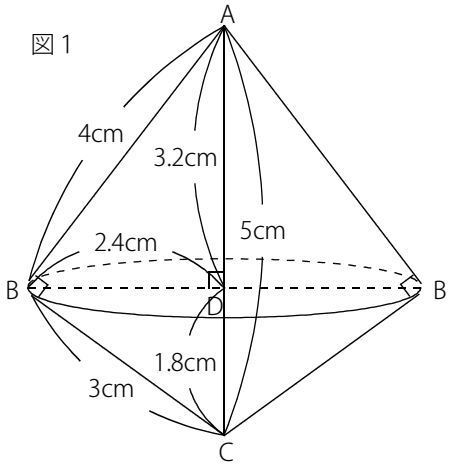


答え（１）30.144cm^3（２）52.752cm^2

[例題４の解説]

（１）　ACを軸に1回転させると右図１のような立体になります。
円すいが上下にくっついてできるような立体です。
三角形ABCと三角形ADBは相似です。

図１



三角形ABCは3辺が 3：4：5 なので三角形ADBも3辺が 3：4：5

BD＝$4\times\frac{3}{5}$＝2.4(cm)，DA＝$4\times\frac{4}{5}$＝3.2(cm)

CD＝5－3.2＝1.8(cm)

(上の円すいの体積)＝$2.4\times2.4\times3.14\times3.2\times\frac{1}{3}$＝**6.144×3.14**

(下の円すいの体積)＝$2.4\times2.4\times3.14\times1.8\times\frac{1}{3}$＝**3.456×3.14**

よって (体積)＝6.144×3.14＋3.456×3.14＝9.6×3.14＝30.144(cm^3)

(C) 2014 min-san.com

(別解)

相似を利用せずにBDの長さを求めます。

(三角形ABCの面積)＝3×4÷2＝6(cm^2)

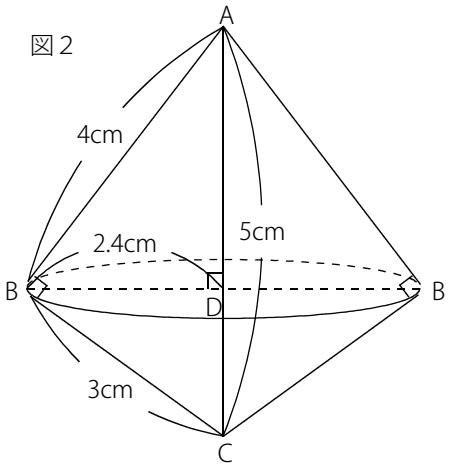
三角形ABCの底辺をACと考えると高さはBDなので

5×BD÷2＝6(cm^2) より BD＝6×2÷5＝2.4(cm)

また上下の円すいの体積を合わせて求めます。

(体積)＝2.4×2.4×3.14×5×$\frac{1}{3}$＝9.6×3.14＝30.144(cm^3)

図２



（２）　展開図は右図３のようになります。

上の円すいの側面と下の円すいの側面の2面で

できています。底面の円はありません。

上の円すいは

(母線)＝4(cm)，(底面の半径)＝2.4(cm) なので

(上の円すいの側面の面積)＝4×4×3.14×$\frac{2.4}{4}$＝**9.6×3.14**

※展開図の中心角は 360×$\frac{2.4}{4}$＝216(度)

下の円すいは

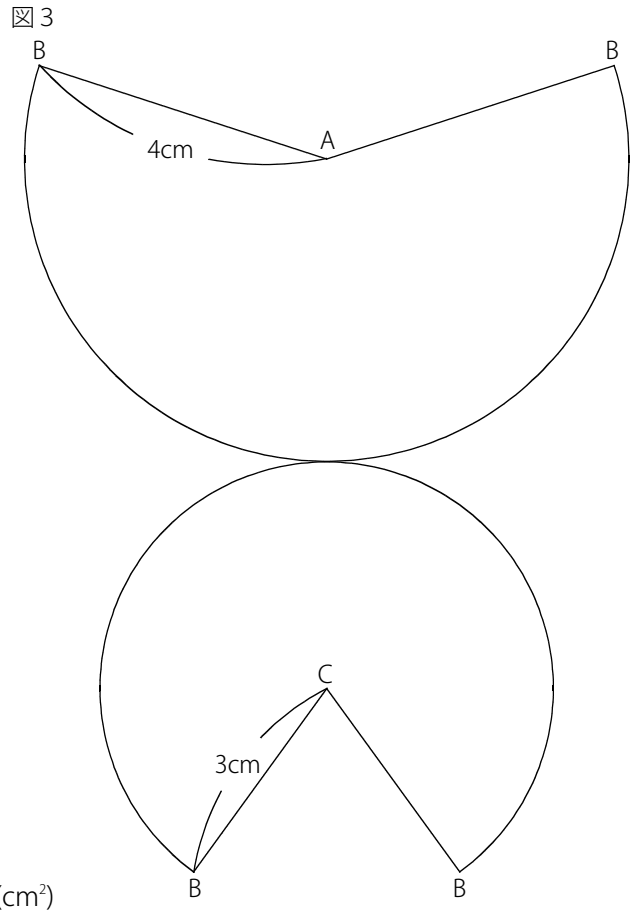
(母線)＝3(cm)，(底面の半径)＝2.4(cm) なので

(下の円すいの側面の面積)＝3×3×3.14×$\frac{2.4}{3}$＝**7.2×3.14**

※展開図の中心角は 360×$\frac{2.4}{3}$＝288(度)

よって (表面積)＝9.6×3.14＋7.2×3.14＝16.8×3.14＝52.752(cm^2)

図３



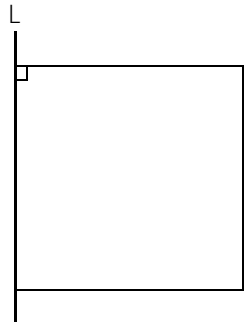
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

例題と解説

例題５

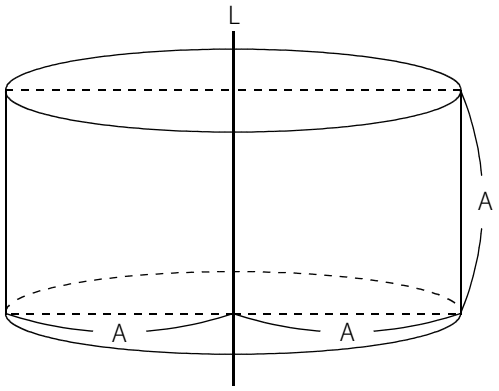
右図のような面積が30cm²の正方形を直線Lを軸に1回転させたときにできる立体の表面積は何cm²ですか。
ただし円周率は3.14とします。



答え　376.8cm²

[例題５の解説]

30は平方数(四角数)ではないので、正方形の1辺の長さを求めることはできません。ここで (正方形の1辺の長さ)＝A(cm) とします。



(底面積)＝A×A×3.14 で上下の2面あるので
(底面積)×2＝A×A×3.14×2＝**2×A×A×3.14**

(底面の円周の長さ)＝2×A×3.14 なので
(側面積)＝2×A×3.14×A＝**2×A×A×3.14**

(表面積)＝2×A×A×3.14＋2×A×A×3.14＝(2＋2)×A×A×3.14＝4×A×A×3.14

A×A＝30 なので (表面積)＝4×A×A×3.14＝4×30×3.14＝120×3.14＝376.8(cm²)

(C) 2014 min-san.com

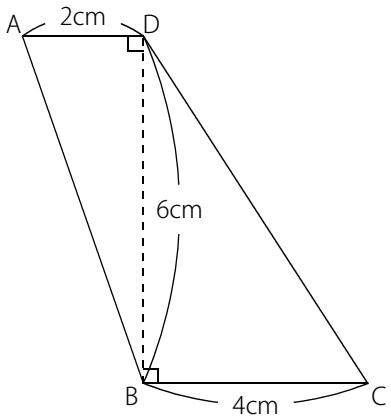
中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

例題と解説

例題６

右図のような台形を対角線BDを軸に1回転させたときにできる立体の体積は何cm^3ですか。

ただし円周率は3とします。



答え　$109\frac{1}{3}cm^3$

[例題６の解説]

BDを軸に1回転させるので、図１のように三角形ABDをBDを軸に折り返した図形を回転させます。

図１

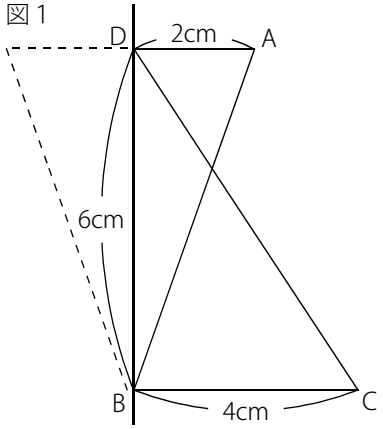
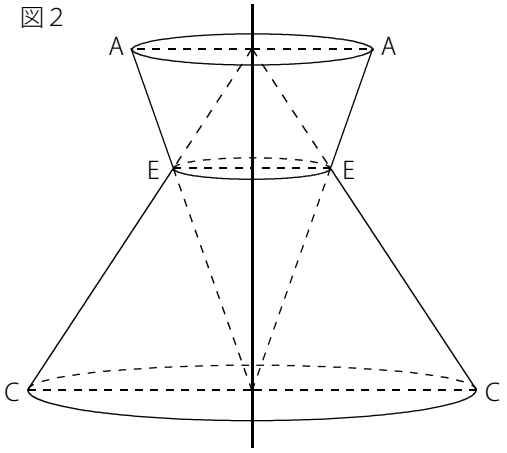


図２



回転させると図２のように上下に円すい台がくっついたような立体になります。

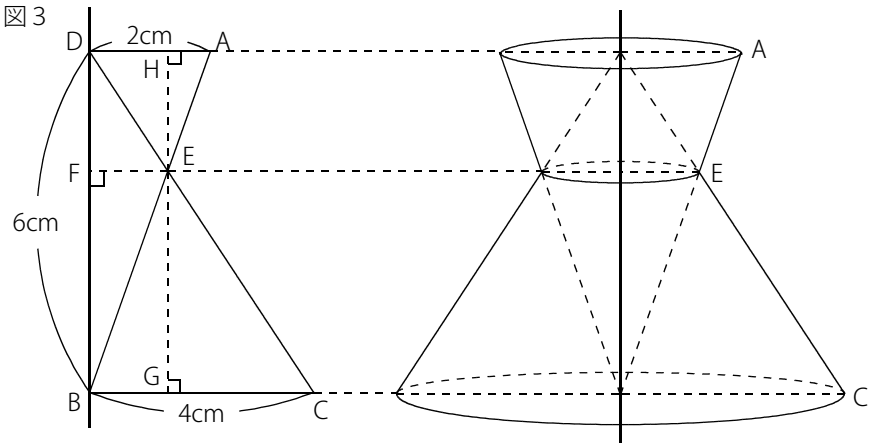
(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.32- 2　5年　立体図形２
回転体応用

例題と解説

右図３のように点E, F, G, H をとります。

図３



三角形ADEと三角形BCEは相似です。
相似比は AD：BC＝2：4＝1：2

よって EH：EG＝1：2 なので

$EH=6\times\frac{1}{1+2}=2(cm)$, $EG=6-2=4(cm)$

また三角形ABDと三角形EBFは相似で、相似比は BD：BF＝6：4＝3：2 より AD：EF＝3：2

よって $EF=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}(cm)$

円周率が3であることに注意して体積を求めます。

上の円すい台は、底面の半径2cmで高さが6cmの円すいから、底面の半径$\frac{4}{3}$cmで高さが4cmの円すいを引いて

できる立体なので (上の円すい台の体積)$=2\times2\times3\times6\times\frac{1}{3}-\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times3\times4\times\frac{1}{3}=\frac{152}{27}\times3=\frac{152}{9}$

下の円すい台は、底面の半径4cmで高さが6cmの円すいから、底面の半径$\frac{4}{3}$cmで高さが2cmの円すいを引いて

できる立体なので (下の円すい台の体積)$=4\times4\times3\times6\times\frac{1}{3}-\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times3\times2\times\frac{1}{3}=\frac{832}{27}\times3=\frac{832}{9}$

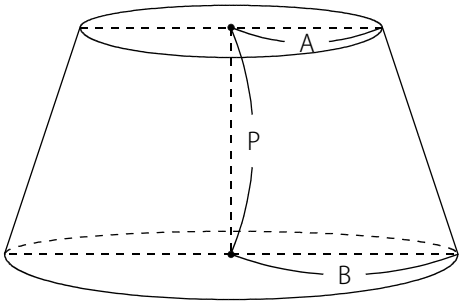
よって (体積)$=\frac{152}{9}+\frac{832}{9}=\frac{328}{3}=109\frac{1}{3}(cm^3)$

(C) 2014 min-san.com

(別解)

右図のように円すい台の（上底面の半径)＝A，(下底面の半径)＝B，(高さ)＝P とします。

このとき円すい台の体積は次のような公式で求めることができます。



$(A\times A+A\times B+B\times B)\times P\times(\text{円周率})\times\frac{1}{3}$

公式を利用すると

$(\text{上の円すい台の体積})=\left(2\times2+2\times\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times2\times3\times\frac{1}{3}=\frac{152}{9}$

$(\text{下の円すい台の体積})=\left(4\times4+4\times\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times4\times3\times\frac{1}{3}=\frac{832}{9}$

よって $(\text{体積})=\frac{152}{9}+\frac{832}{9}=\frac{328}{3}=109\frac{1}{3}(\text{cm}^3)$

※ 円周率が3の問題も出題されるので読み落とさないようにしましょう。

ポイントまとめ

・軸をまたぐ図形を1回転させる場合は、軸で折り返した図形を考えるとわかりやすくなります。
・1回転させない回転体では表面積の見落としに注意しましょう。
・円すい台や上下に円すいがくっついてできる立体の展開図を書けるようにしておきましょう。
・円周率が3の問題も出題されるので読み落とさないようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com