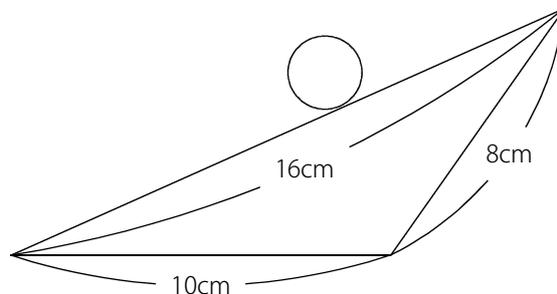




例題 1

右図のような三角形のまわりを半径1cmの円がすべることなく転がりながら1周します。このとき円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。ただし円周率は3.14とします。

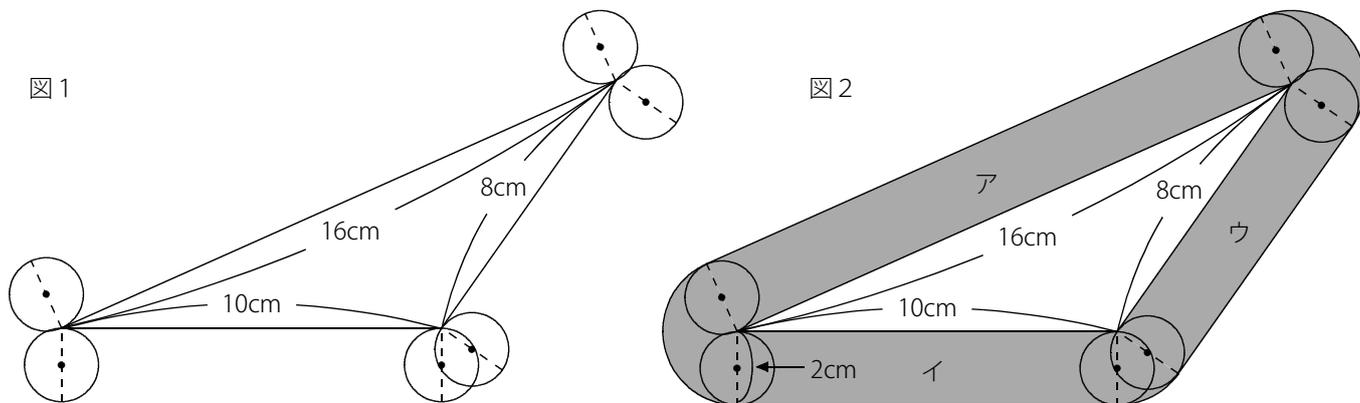


答え 80.56cm^2

[例題 1 の解説]

円が動いたあとを作図します。

まずは下図1のように円が直線の端にきたときを作図して、直線部分とかどの曲線部分を描くと下図2のようになります。



(長方形 3 つ分の面積) = ア + イ + ウ = $2 \times (16 + 10 + 8) = 68(\text{cm}^2)$

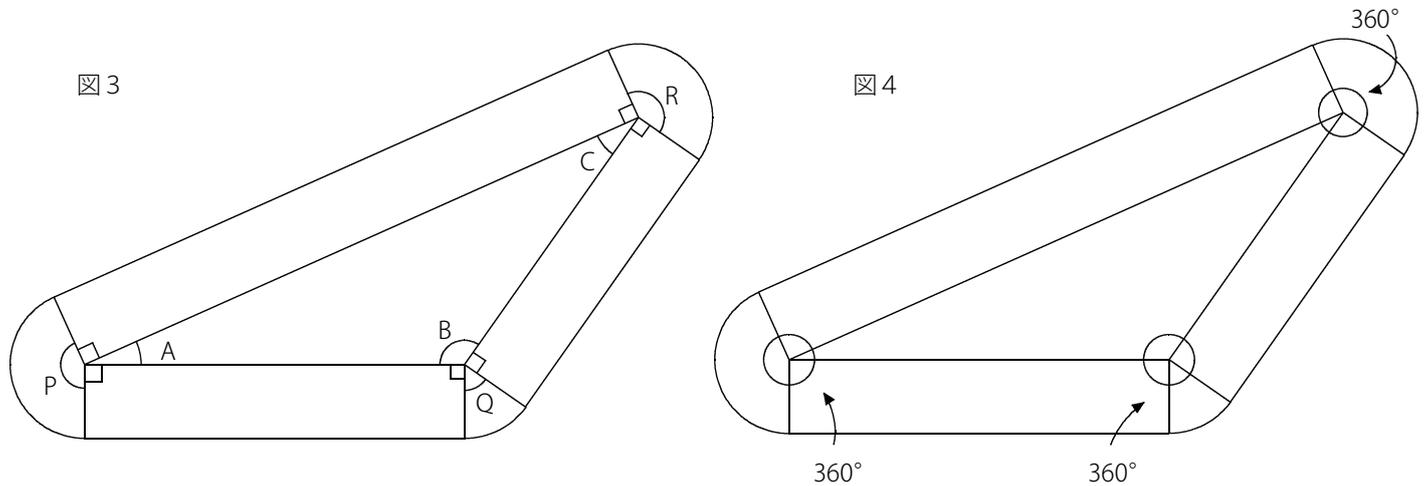
おうぎ形 3 つあわせると半径2cmの1つの円になるので (おうぎ形 3 つ分の面積) = $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56(\text{cm}^2)$

(円が通過する部分の面積) = $68 + 12.56 = 80.56(\text{cm}^2)$



例題と解説

「おうぎ形3つあわせると半径2cmの1つの円になる」ことを確認しておきましょう。



上図4よりかどの角の合計は $360 \times 3 = 1080$ (度)

$A + B + C =$ (三角形の内角の和) $= 180$ (度), (直角の合計) $= 90 \times 6 = 540$ (度)

よって $P + Q + R = 1080 - (180 + 540) = 360$ (度)

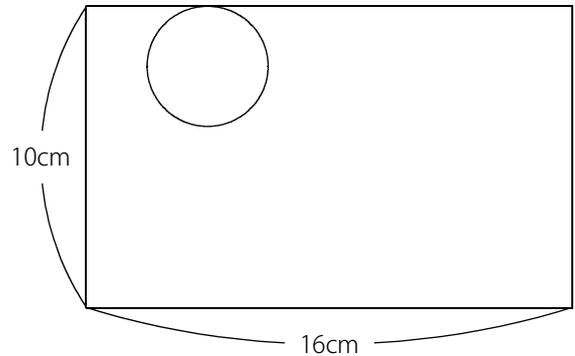
かどの3つのおうぎ形の中心角の合計は360度であることがわかります。

※ 多角形を円が1周するとき、かどにできるおうぎ形をあわせるとちょうど円1つ分になります。覚えておきましょう。



例題2

右図のような長方形の辺の内側にそって半径2cmの円をすべることなく転がりながら1周させます。このとき次の問いに答えなさい。ただし円周率は3.14とします。



- (1) 円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。

答え (1) 36cm (2) 140.56 cm^2

[例題2の解説]

- (1) 下図1のように円がかどにきたときを作図して、円の中心をつなぎます。

図1

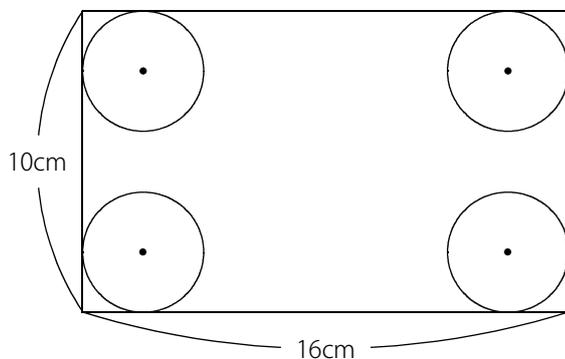
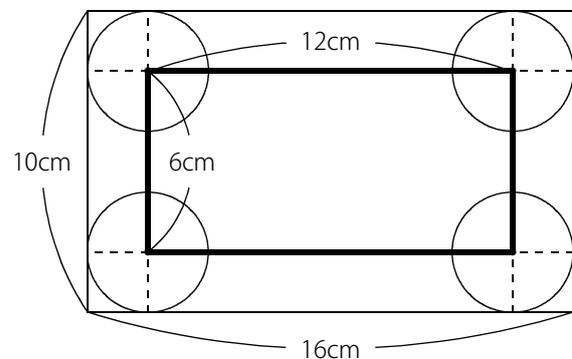


図2



円の中心が動いたあとの線は上図2の太線です。

よって (円の中心が動いたあとの線の長さ) $=6+12+6+12=36(\text{cm})$



例題と解説

(2) 円が通過する部分は右図3の色のついた部分です。

長方形全体から円が通らない部分（白の部分）を引いて
円が通過する部分の面積を求めます。

$$(\text{真ん中の長方形の面積}) = 2 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$$

次にかどのアの部分の面積を求めます。

この部分を拡大すると図4のようになります。

1辺4cmの正方形から半径2cmの円を引くとアが4つ分になります。

$$\text{ア} \times 4 = 4 \times 4 - 2 \times 2 \times 3.14 = 3.44(\text{cm}^2)$$

図3より

(白の部分)

$$= (\text{真ん中の長方形}) + \text{ア} \times 4$$

$$= 16 + 3.44$$

$$= 19.44(\text{cm}^2)$$

$$\text{よって (円が通過する部分の面積)} = 10 \times 16 - 19.44 = 140.56(\text{cm}^2)$$

※ かどの「円が通らない部分」を忘れないようにしましょう。

図3

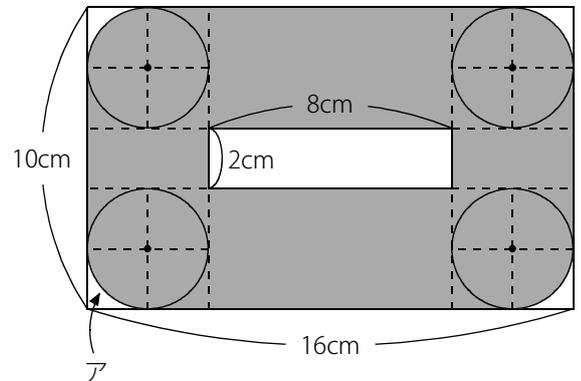
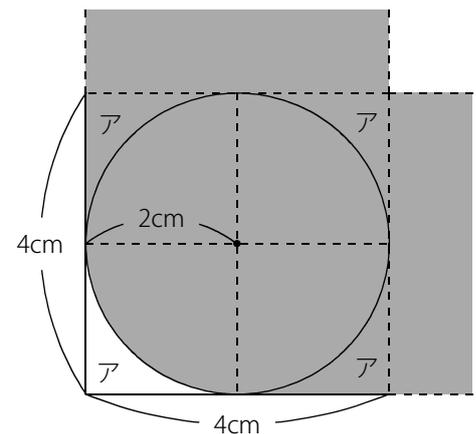


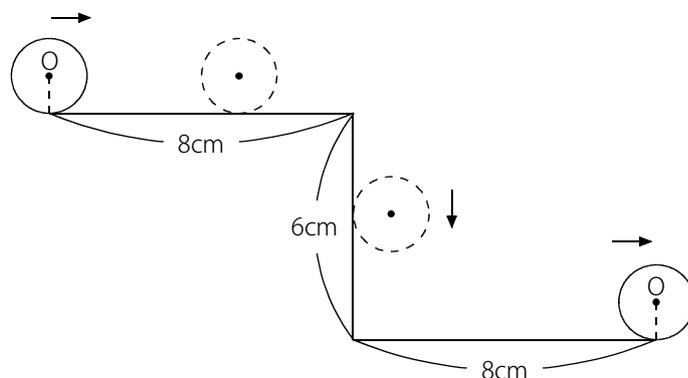
図4





例題 3

半径1cmの円が右図のような直角に折れ曲がった直線の上を端から端まで矢印の向きにすべることなく転がりながら進みます。このとき次の問いに答えなさい。
ただし点Oは円の中心で、円周率は3.14とします。



- (1) 円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。

答え (1) 21.57cm (2) 46.065 cm^2

[例題 3 の解説]

- (1) 下図 1, 2 のように円が動いたあとを作図します。円の中心が動いたあとは図 2 の太線です。

図 1

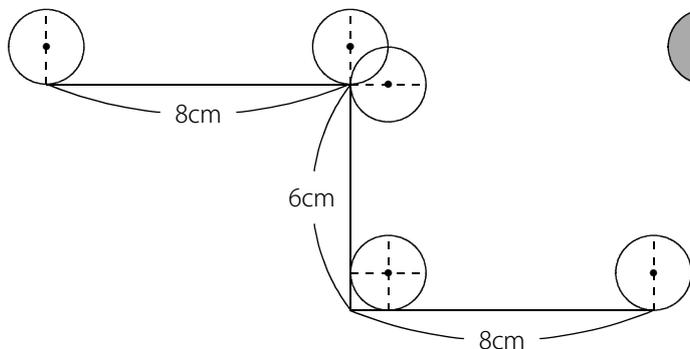
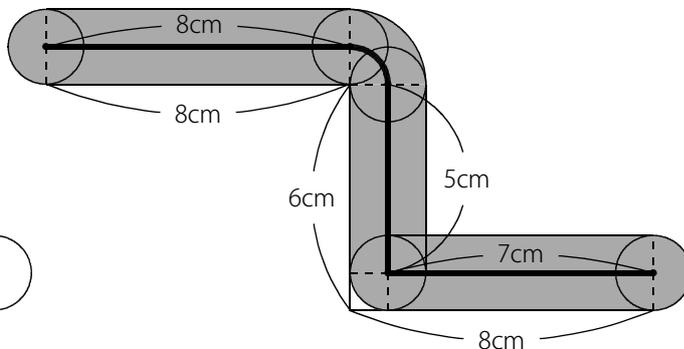


図 2



$$(\text{直線部分}) = 8 + 6 + 8 = 20(\text{cm}), \quad (\text{曲線部分}) = 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 1.57(\text{cm})$$

$$(\text{円の中心が動いたあとの線の長さ}) = 20 + 1.57 = 21.57(\text{cm})$$



(2) 円が通過する部分は下図3の色のついた部分です。図4のように分けて考えます。

図3

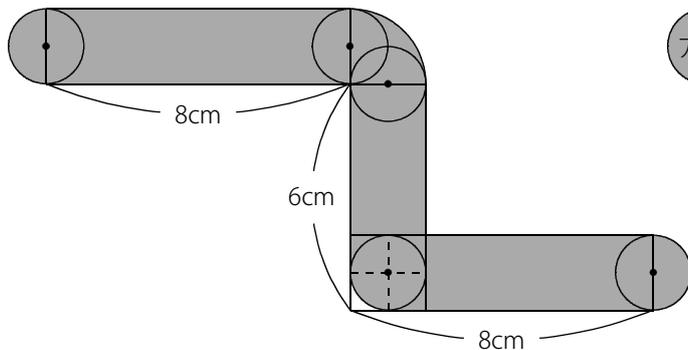
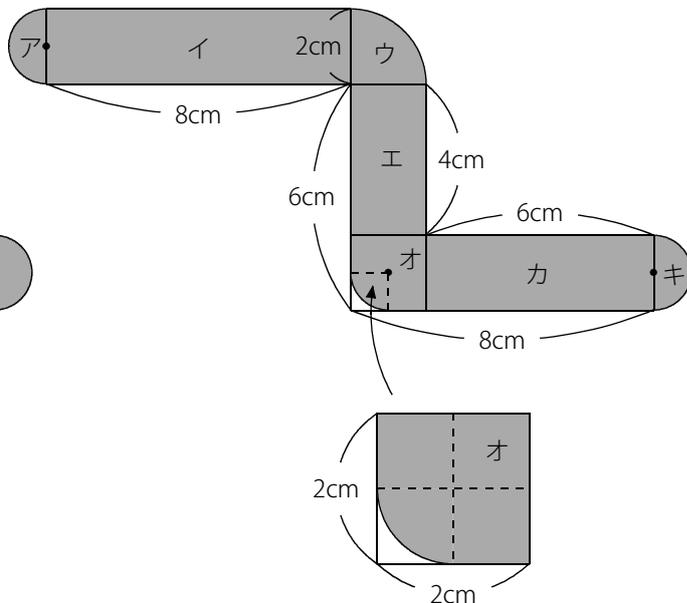


図4



$$\text{イ} + \text{エ} + \text{カ} = 2 \times (8 + 4 + 6) = 36(\text{cm}^2)$$

$$\text{ア} + \text{キ} = 1 \times 1 \times 3.14 = 3.14(\text{cm}^2)$$

$$\text{ウ} = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 3.14(\text{cm}^2)$$

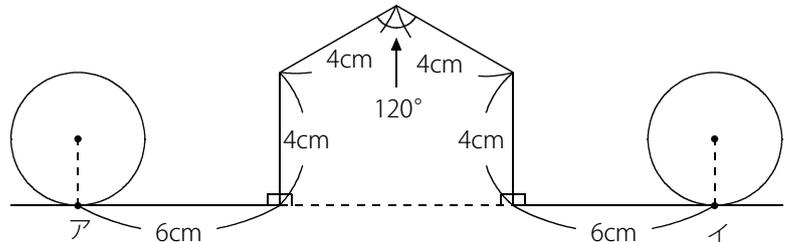
$$\text{オ} = 1 \times 1 \times 3 + 1 \times 1 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 3 + 0.785 = 3.785(\text{cm}^2)$$

$$(\text{円が通過する部分の面積}) = 36 + 3.14 + 3.14 + 3.785 = 46.065(\text{cm}^2)$$



例題4

半径2cmの円が右図のように折れ曲がった直線上のアからイまですべることなく転がりながら進みます。このとき円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。ただし円周率は3.14とします。

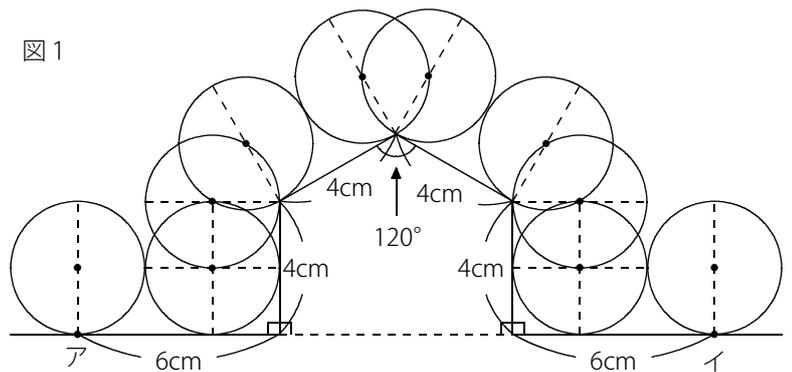


答え 115.96 cm^2

[例題4の解説]

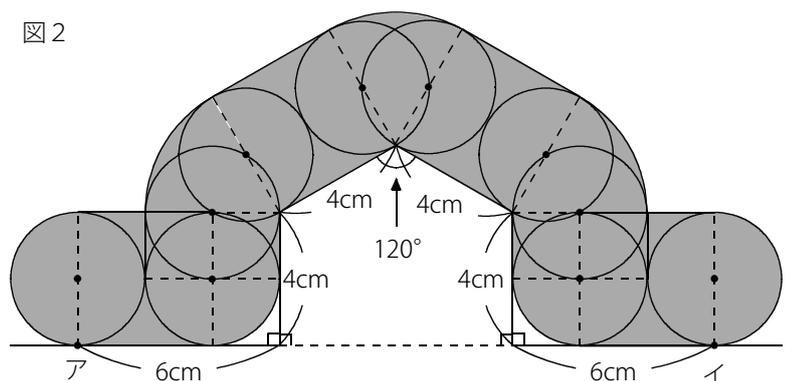
円が通過する部分を作図すると図1, 図2のようになります。

図1



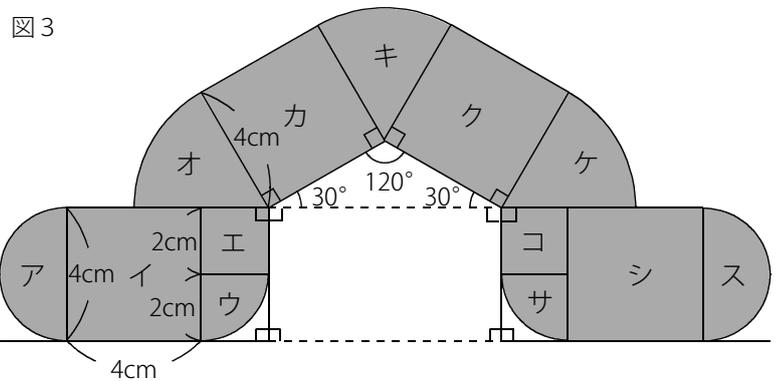
円が通過する部分は右図2の色のついた部分です。

図2





右図3のように分けて面積を求めます。



$$\text{ア} + \text{ス} = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{2} \times 2 (\text{個}) = 4 \times 3.14 = 12.56 (\text{cm}^2)$$

$$\text{イ} + \text{カ} + \text{ク} + \text{シ} = 4 \times 4 \times 4 (\text{個}) = 64 (\text{cm}^2)$$

$$\text{ウ} + \text{サ} = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2 (\text{個}) = 2 \times 3.14 = 6.28 (\text{cm}^2)$$

$$\text{エ} + \text{コ} = 2 \times 2 \times 2 (\text{個}) = 8 (\text{cm}^2)$$

(おうぎ形オの中心角) = $360 - (90 + 90 + 90 + 30) = 60$ (度) でおうぎ形キとおうぎ形ケの中心角も同様に60度です。

$$3 \text{つ合わせて } 60 \times 3 = 180 (\text{度}) \text{ なので } \text{オ} + \text{キ} + \text{ケ} = 4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 8 \times 3.14 = 25.12 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{円が通過する部分の面積}) = 12.56 + 64 + 6.28 + 8 + 25.12 = 115.96 (\text{cm}^2)$$

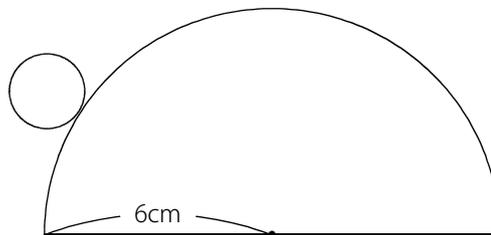
※ 複雑な図形の場合は部分ごとにていねいに面積を求めましょう。



例題と解説

例題 5

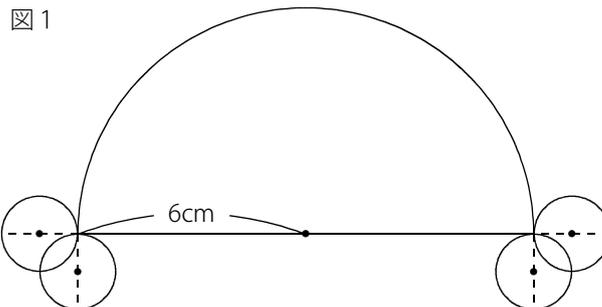
半径1cmの円が右図のような半円のまわりをすべることなく転がりながら1周します。このとき円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。ただし円周率は3.14とします。



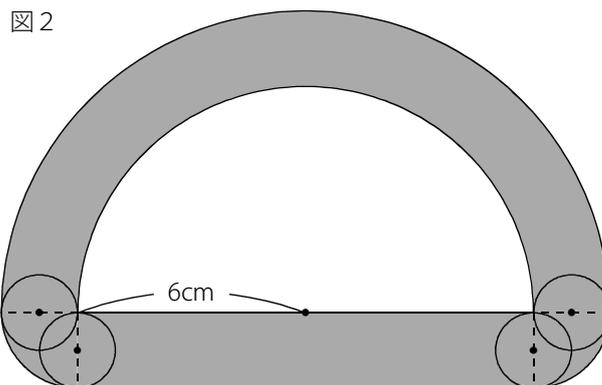
答え 74.24cm^2

[例題 5 の解説]

円が通過する部分を作図すると図1, 図2のようになります。



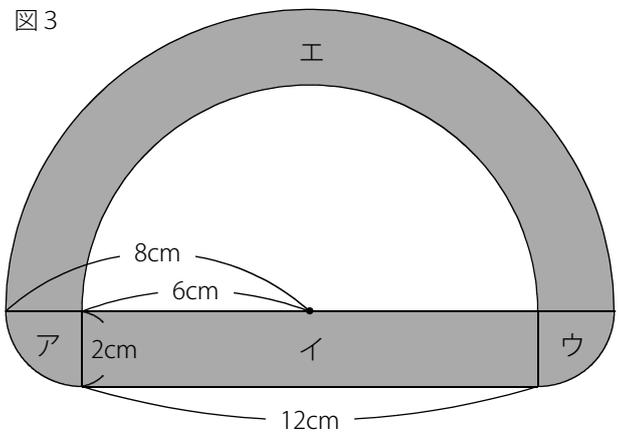
円が通過する部分は右図2の色のついた部分です。





例題と解説

右図3のように分けて面積を求めます。



$$\text{ア} + \text{ウ} = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2 (\text{個}) = 2 \times 3.14 = 6.28 (\text{cm}^2)$$

$$\text{イ} = 2 \times 12 = 24 (\text{cm}^2)$$

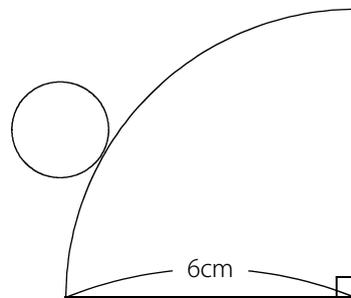
$$\text{エ} = 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{2} - 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = (32 - 18) \times 3.14 = 14 \times 3.14 = 43.96 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{円が通過する部分の面積}) = 6.28 + 24 + 43.96 = 74.24 (\text{cm}^2)$$



例題6

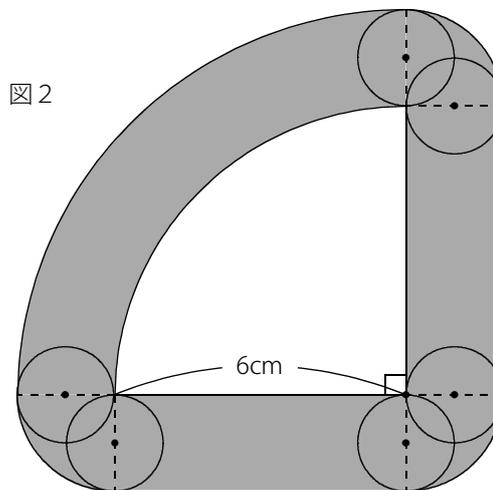
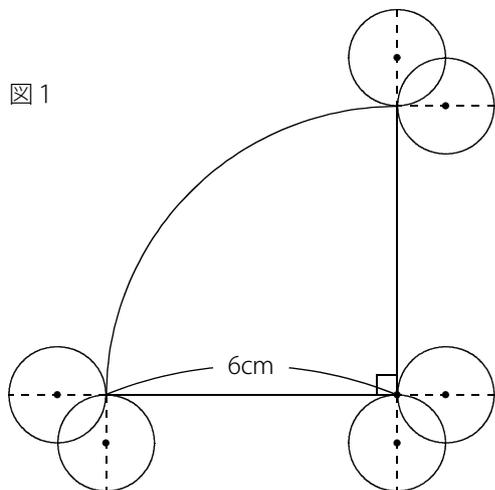
半径1cmの円が右図のような中心角90度のおうぎ形のまわりをすべることなく転がりながら1周します。このとき円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。ただし円周率は3.14とします。



答え 55.4cm^2

[例題6の解説]

円が通過する部分を作図すると図1, 図2のようになります。



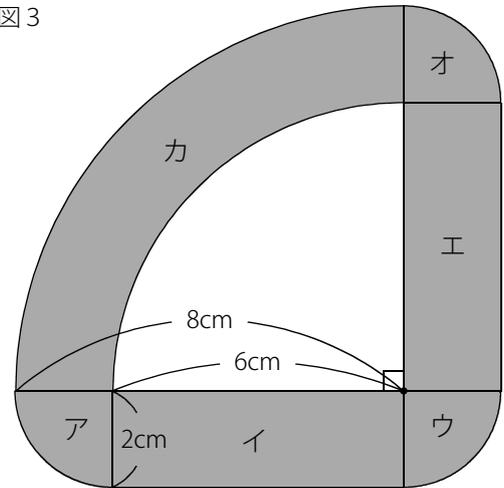
円が通過する部分は上図2の色のついた部分です。



例題と解説

右図3のように分けて面積を求めます。

図3



$$\text{ア} + \text{ウ} + \text{オ} = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 3 (\text{個}) = 3 \times 3.14 = 9.42 (\text{cm}^2)$$

$$\text{イ} + \text{エ} = 2 \times 6 \times 2 (\text{個}) = 24 (\text{cm}^2)$$

$$\text{カ} = 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{4} - 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = (16 - 9) \times 3.14 = 7 \times 3.14 = 21.98 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{円が通過する部分の面積}) = 9.42 + 24 + 21.98 = 55.4 (\text{cm}^2)$$

ポイントまとめ

- 多角形を円が1周するとき、かどにできるおうぎ形をあわせるとちょうど円1つ分になります。覚えておきましょう。
- 複雑な図形の場合は部分ごとにていねいに面積を求めましょう。