



例題と解説

例題 1

右図のように半径1cmの円が直線Aの上を矢印の向きにすべることなく1回転します。このとき次の問いに答えなさい。ただし円周率は3.14とします。



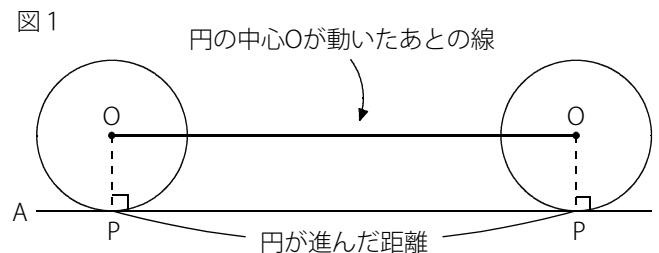
- (1) 円の中心Oが動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。

答え (1) 6.28cm (2) 15.7 cm^2

[例題 1 の解説]

- (1) 半径1cmの円が直線Aの上を回転移動します。
移動したあとは右図1 のようになります。

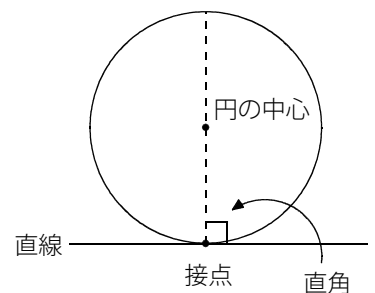
はじめ円は円周上の点Pで直線Aと接しています。
このときOPは直線Aに対して垂直(90度)になっています。



円が1回転すると円はちょうど円周の長さだけ進むので
(円が進んだ距離)=(半径1cmの円の円周の長さ) となります。
また (円の中心Oが動いたあとの線の長さ)=(円が進んだ距離) なので
(円の中心Oが動いたあとの線の長さ) $=2 \times 3.14 = 6.28(\text{cm})$
※ (円周の長さ)=(直径) $\times$ (円周率)

※ 円の中心はつねに直線と同じ距離(OP)のまま横に移動しています。

※ 図1の円と直線が接している点Pを^{せってん}接点といいます。
円の接点と円の中心を結んだ線は直線と垂直になっています。





例題と解説

- (2) 円が通過する部分を作図すると図2の色のついた部分になります。

図3のように長方形と左右の半円2つに分けて面積を求めます。

$$(\text{長方形の面積}) = 2 \times 6.28 = 12.56(\text{cm}^2)$$

半円2つで円1つ分なのでまとめて計算します。

$$(\text{半円2つの面積}) = 1 \times 1 \times 3.14 = 3.14(\text{cm}^2)$$

$$\ast (\text{円の面積}) = (\text{半径}) \times (\text{半径}) \times (\text{円周率})$$

よって

$$(\text{色のついた部分の面積}) = 12.56 + 3.14 = 15.7(\text{cm}^2)$$

(別解)

円周率3.14の計算を最後にまわしてまとめて計算します。

$$(\text{長方形の横の長さ}) = 2 \times 3.14 \text{ なので } (\text{長方形の面積}) = 2 \times 2 \times 3.14 = 4 \times 3.14$$

$$(\text{半円2つの面積}) = 1 \times 1 \times 3.14 = 1 \times 3.14$$

$$(\text{色のついた部分の面積}) = 4 \times 3.14 + 1 \times 3.14 = 5 \times 3.14 = 15.7(\text{cm}^2)$$

※ 回転移動に慣れるまでは定規とコンパスを使って自分で作図をするようにしましょう。

作図するときは「円の接点と円の中心を結んだ線は、接する直線と垂直になる」ことをつねに意識しましょう。

図2

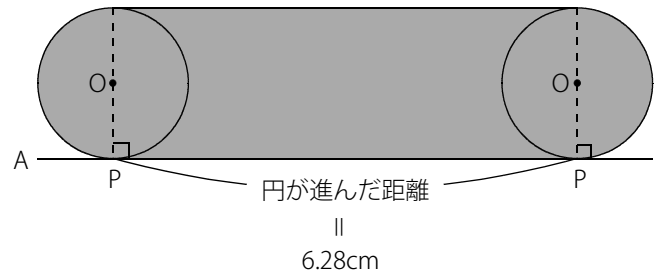
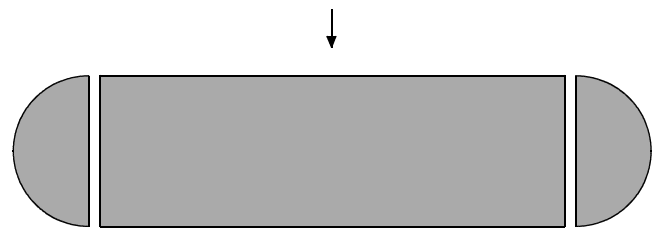
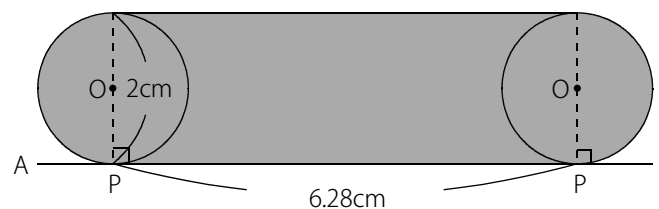


図3



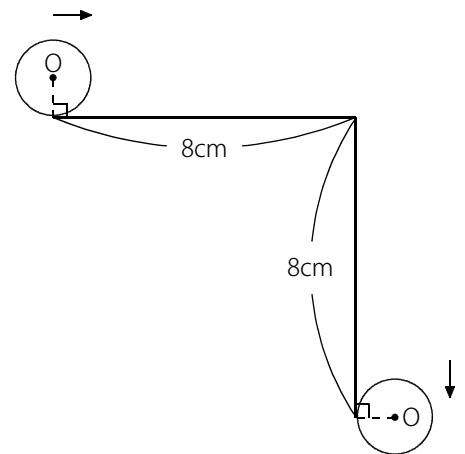


例題と解説

例題 2

右図のように半径1cmの円が直角に折れ曲がった直線の上を端から端まで矢印の向きにすべることなく転がりながら進みます。このとき次の問いに答えなさい。ただし点Oは円の中心で、円周率は3.14とします。

- (1) 円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。



答え (1) 17.57cm (2) 38.28 cm^2

[例題 2 の解説]

- (1) 円が動いたあとを作図する手順は下図 1～3 のようになります。

図 1

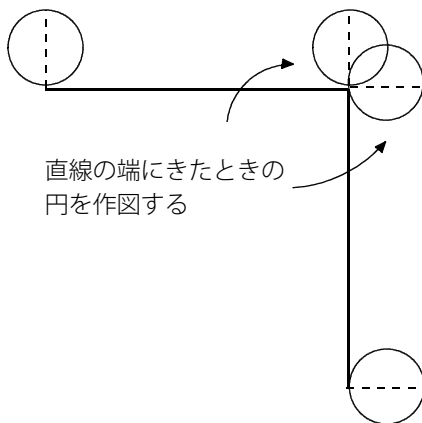


図 2

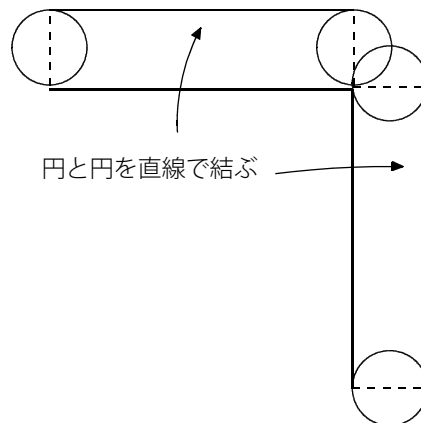
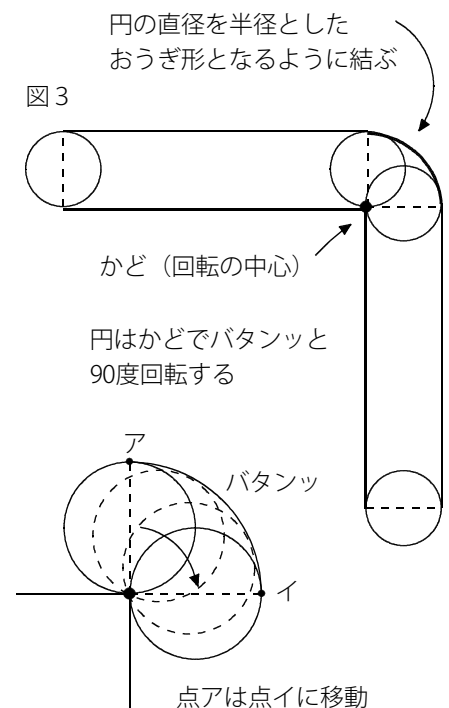


図 3



では円の中心が動いたあとを図 3 に描いてみましょう。



例題と解説

円の中心が動いたあとを作図すると右図4の太線のようにになります。

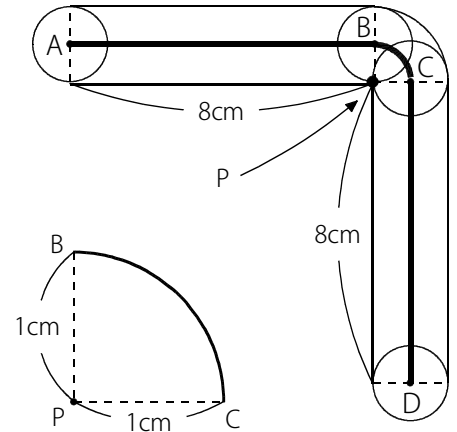
直線部分はABとCDでそれぞれ8cm

かどの曲線部分は半径1cm，中心角90度のおうぎ形の弧です。

$$(\text{弧BC}) = 2 \times 3.14 \times \frac{90}{360} = 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 0.5 \times 3.14 = 1.57(\text{cm})$$

よって (円の中心が動いたあとの線の長さ) = $8 + 8 + 1.57 = 17.57(\text{cm})$

図4



(2) 円が通過する部分は下図5の色のついた部分です。

図6のように長方形と半径1cmの半円2つと半径2cmの4分円1つに分けて面積を求めます。

図5

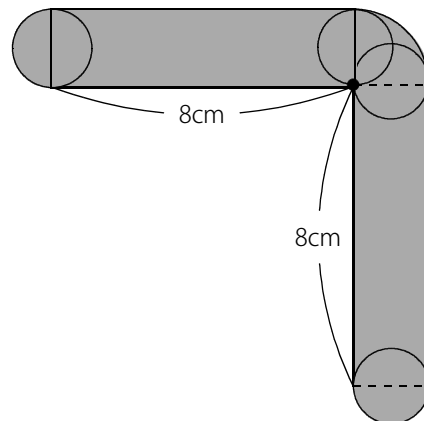
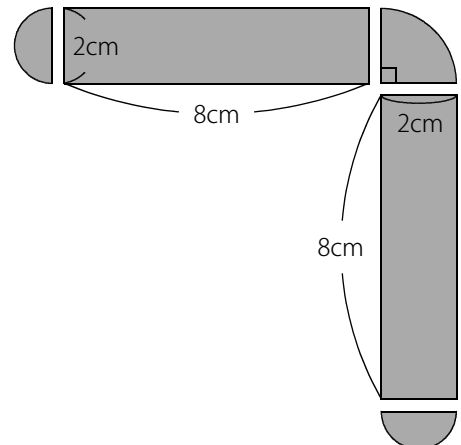


図6



$$(\text{長方形2つの面積}) = 2 \times 8 \times 2 = 32(\text{cm}^2)$$

$$(\text{半径1cmの半円2つの面積}) = (\text{半径1cmの円の面積}) = 1 \times 1 \times 3.14 = 3.14(\text{cm}^2)$$

$$(\text{半径2cmの4分円の面積}) = 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 3.14(\text{cm}^2)$$

よって (円が通過する部分の面積) = $32 + 3.14 + 3.14 = 38.28(\text{cm}^2)$



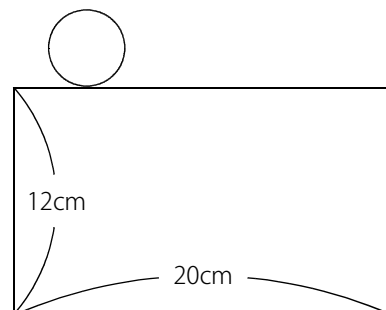
例題と解説

例題 3

右図のような長方形のまわりを半径2cmの円がすべることなく転がりながら1周します。

このとき次の問いに答えなさい。ただし円周率は3.14とします。

- (1) 円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。



答え (1) 76.56cm (2) 306.24 cm^2

[例題 3 の解説]

- (1) 円が動いたあとを作図します。

まずは下図 1 のように円が直線の端にきたときを作図して、直線部分を描きます。

そして最後にかどでボタンとたおれるところをつないで曲線部分を描きます。

図 1

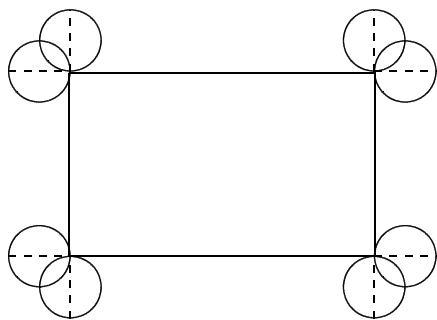


図 2

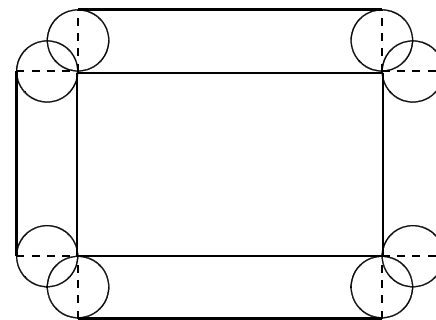
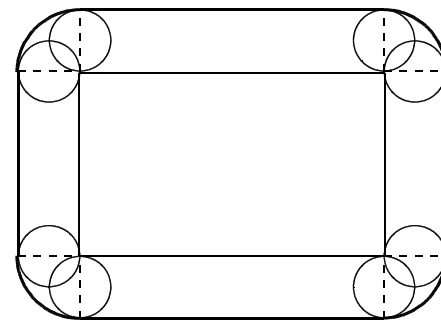


図 3

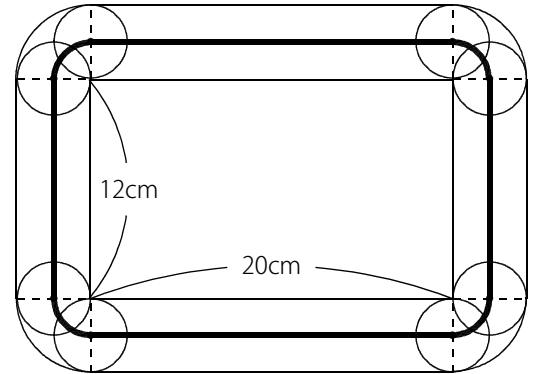




例題と解説

円の中心が動いたあとの線は右図4の太線のようになります。

図4



$$(\text{直線部分}) = 12 + 12 + 20 + 20 = 64(\text{cm})$$

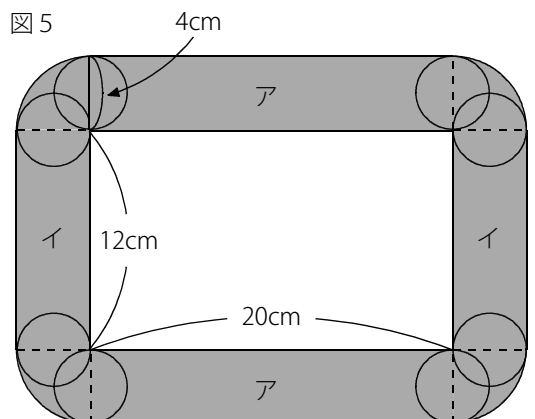
かどの曲線は半径2cmの4分円の弧が4つ分なのであわせて
半径2cmの円1つ分の円周になります。

$$\text{よって } (\text{曲線部分}) = 4 \times 3.14 = 12.56(\text{cm})$$

$$(\text{円の中心が動いたあとの線の長さ}) = 64 + 12.56 = 76.56(\text{cm})$$

(2) 円が通過する部分は右図5の色のついた部分です。

図5



$$(\text{長方形ア 2つの面積}) = 4 \times 20 \times 2 = 160(\text{cm}^2)$$

※ 転がる円の半径が2cmなので縦の長さは4cmであることに注意

$$(\text{長方形イ 2つの面積}) = 4 \times 12 \times 2 = 96(\text{cm}^2)$$

かどは半径4cmの4分円が4つ分なのであわせて
半径4cmの円1つ分になります。

$$(\text{半径4cmの円 1つ分の面積}) = 4 \times 4 \times 3.14 = 50.24(\text{cm}^2)$$

※ 転がる円の半径が2cmなのでかどにできる円の半径は4cmであることに注意

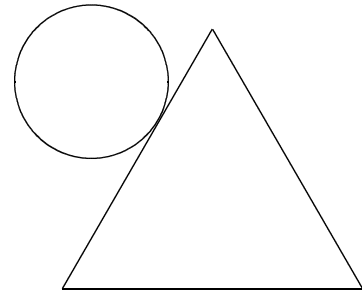
$$(\text{円が通過する部分の面積}) = 160 + 96 + 50.24 = 306.24(\text{cm}^2)$$



例題と解説

例題 4

右図のような1辺4cmの正三角形のまわりを半径1cmの円がすべることなく転がりながら1周します。このとき円の中心が動いたあとの線と正三角形との間で囲まれた部分の面積は何 cm^2 ですか。
ただし円周率は3.14とします。



答え 15.14 cm^2

[例題 4 の解説]

円が動いたあとを作図します。

まずは下図1のように円が直線の端にきたときを作図して、直線部分を描きます。最後にかどの曲線部分を描きます。

図 1

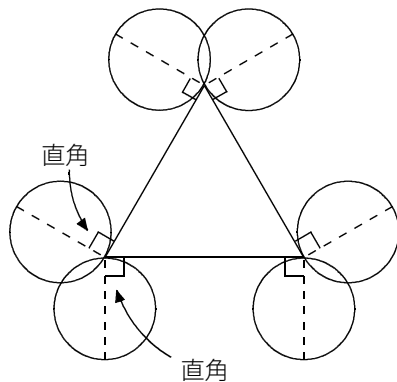


図 2

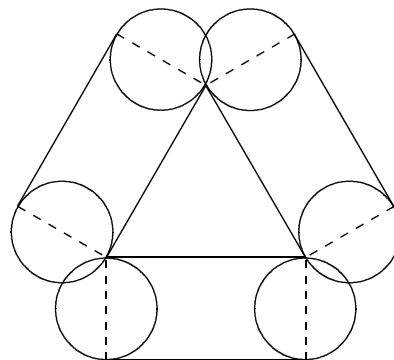


図 3

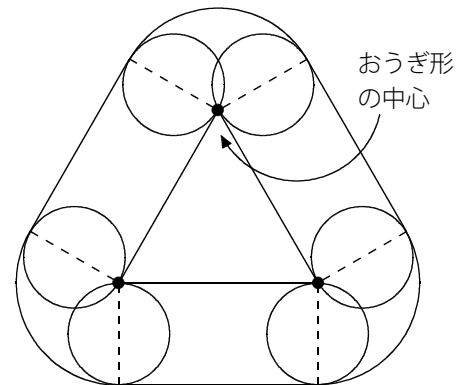


図1のような作図ができれば、図2，図3は簡単です。

円の直径の線(上図の点線)が辺と垂直に接することに注意しながらていねいに作図しましょう。



例題と解説

円の中心が動いたあとの線は下図4の太線のようなので、
正三角形との間で囲まれた部分は下図5の色のついた部分のようになります。

図4

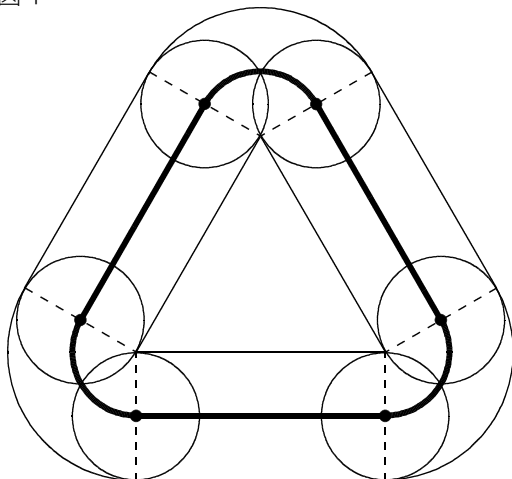


図5

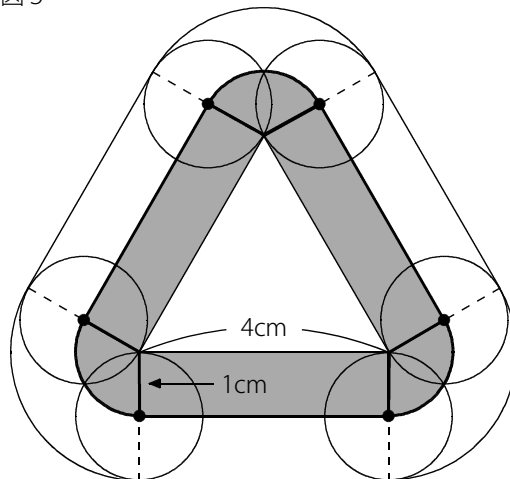
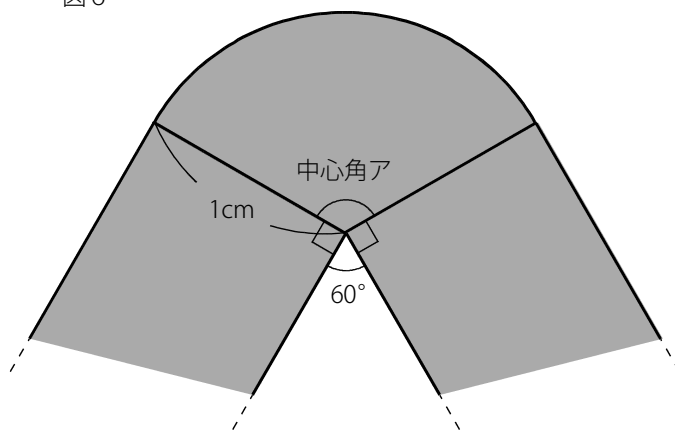


図5の色のついた部分は
長方形3つと半径1cmのおうぎ形3つでできています。
(長方形3つの面積) $=1 \times 4 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$

かどのおうぎ形を拡大すると右図6のようになっています。
(中心角ア) $=360 - (90 + 90 + 60) = 120(\text{度})$
中心角120度のおうぎ形が3つなのであわせて円1個分です。
(おうぎ形3つの面積) $=1 \times 1 \times 3.14 = 3.14(\text{cm}^2)$

図6



よって (囲まれた部分の面積) $=12 + 3.14 = 15.14(\text{cm}^2)$

※ 多角形を円が1周するとき、かどにできるおうぎ形をあわせるとちょうど円1つ分になります。

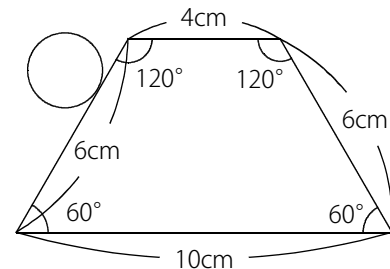
図6のようにおうぎ形の中心角を求めることができるように理解した上で、覚えておきましょう。



例題と解説

例題 5

右図のような台形のまわりを半径1cmの円がすべることなく転がりながら1周します。このとき円が通過する部分の面積は何 cm^2 ですか。
ただし円周率は3.14とします。

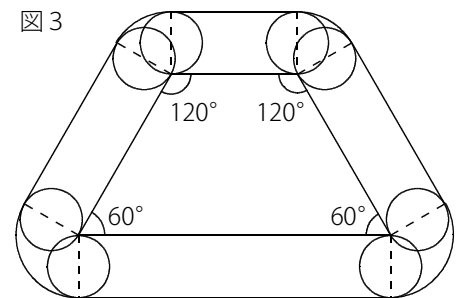
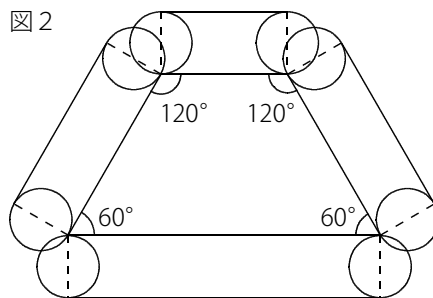
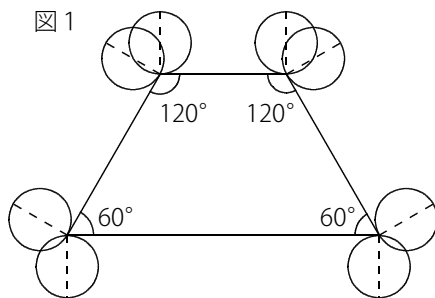


答え 64.56 cm^2

[例題 5 の解説]

円が動いたあとを作図します。

まずは下図 1 のように円が直線の端にきたときを作図して、直線部分を描きます。最後にかどの曲線部分を描きます。



円が通過する部分は右図 4 の色のついた部分です。

(長方形4つ分の面積) $=2 \times (4+6+6+10) = 2 \times 26 = 52(\text{cm}^2)$

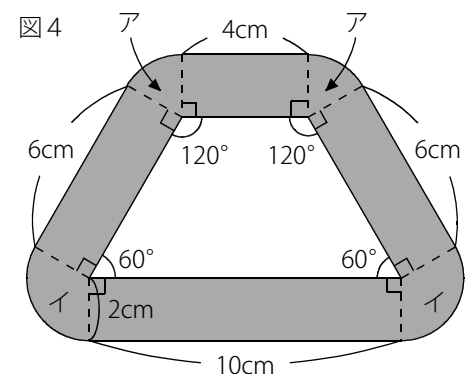
(おうぎ形アの中心角) $=360 - (120 + 90 + 90) = 60(\text{度})$

(おうぎ形イの中心角) $=360 - (60 + 90 + 90) = 120(\text{度})$

おうぎ形ア2つとおうぎ形イ2つを合わせると中心角は $60 \times 2 + 120 \times 2 = 360(\text{度})$

(おうぎ形の面積の合計) $=2 \times 2 \times 3.14 = 12.56(\text{cm}^2)$

よって (円が通過する部分の面積) $=52 + 12.56 = 64.56(\text{cm}^2)$





例題と解説

下図5の角A, B, C, Dの大きさがわかっていなくても
おうぎ形の中心角P, Q, R, Sの大きさを求めることができます。

図5

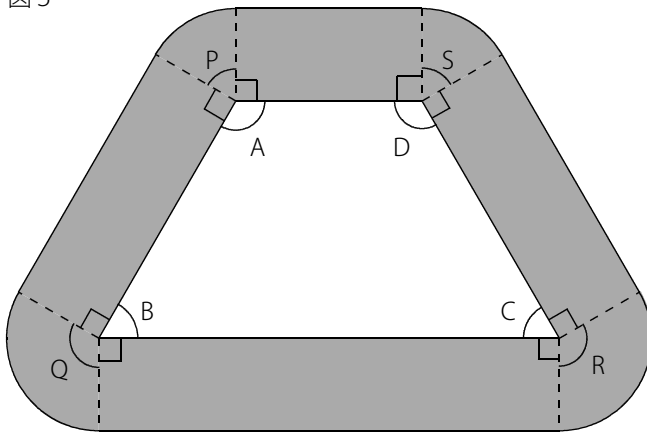
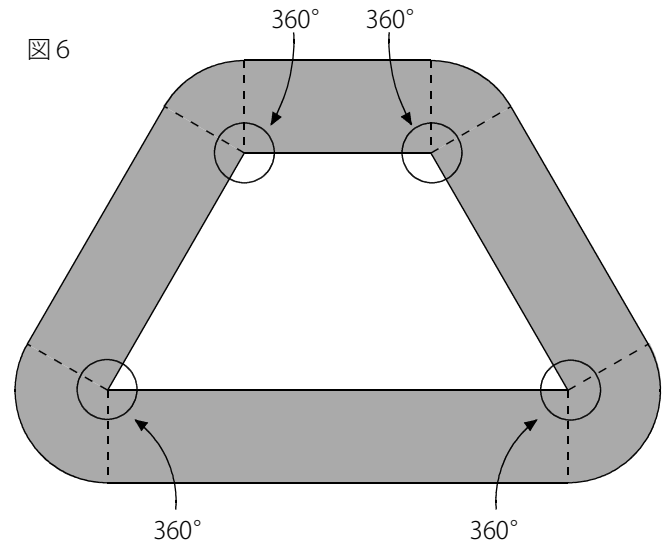


図6



上図6よりかどの角の合計は $360 \times 4 = 1440$ (度)

$A + B + C + D = (\text{台形の内角の和}) = 360$ (度), (直角の合計) $= 90 \times 8 = 720$ (度)

よって $P + Q + R + S = 1440 - (360 + 720) = 360$ (度)

つまりかどのおうぎ形の中心角の合計は360度であることがわかります。

ポイントまとめ

- 円と直線が接している点を^{せってん}接点といいます。円の接点と円の中心を結んだ線は直線と垂直になっています。
- 作図するときは「円の接点と円の中心を結んだ線は、接する直線と垂直になる」ことをつねに意識しましょう。
- 多角形を円が1周するとき、かどにできるおうぎ形をあわせるとちょうど円1つ分になります。