例題と解説

例題１

次の問いに答えなさい。ただし整数Aは1以上とします。

（１）　ある整数Aを6で割ったところ、商と余りが等しくなりました。Aにあてはまる数をすべて求めなさい。

（２）　120をある整数Aで割ったところ、商と余りが等しくなりました。Aにあてはまる数をすべて求めなさい。

答え　（１）7，14，21，28，35（２）11，14，19，23，29，39，59，119

[例題１の解説]

（１）　商と余りを○とします。

このとき A÷6＝○あまり○ となるので A＝6×○＋○＝(6＋1)×○＝7×○

よってAは7の倍数であることがわかります。ただし○は6で割ったときの余りなので5以下です。

A＝7，14，21，28，35

（２）　商と余りを○とします。

このとき 120÷A＝○あまり○ となるので 120＝A×○＋○＝(A＋1)×○

よって A＋1 は120の約数であることがわかります。

120の約数は 1，2，3，4，5，6，8，10，12，15，20，24，30，40，60，120

よってAとして考えられるのは 0，1，2，3，4，5，7，9，11，14，19，23，29，39，59，119

ただしAが9以下のとき商は9以上になるので、商と余りが等しいなら余りも9以上になる必要がありますが、
割る数Aよりも余りは小さいはずなので成り立ちません。

よってAは11以上で A＝11，14，19，23，29，39，59，119

※「商と余りが等しくなる」タイプの問題で、「ある整数A」が「割られる数」の場合と「割る数」の場合を
　きちんと整理した上で理解しておきましょう。

例題と解説

例題２

13で割ると2余る整数をA，13で割ると4余る整数をBとします。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　A×5＋B×2 を13で割ったときの余りを求めなさい。

（２）　3×A×B を13で割ったときの余りを求めなさい。

答え　（1）5（2）11

[例題２の解説]

（１）　**ある数で割ったときの余りだけを求める場合は、**
それぞれの数をある数で割ったときの「余り」に置きかえて計算して求めることができます。

Aは13で割ると2余り、Bは13で割ると4余るので、Aを2、Bを4に置きかえて計算します。

A×5＋B×2 → 2×5＋4×2＝18

18÷13＝1あまり5 より A×5＋B×2 を13で割ったときの余りは5

※ そもそも13で割ると2余る整数で最も小さい数は2、13で割ると4余る整数で最も小さい数は4なので
「**余りに置きかえて計算する方法**」は特別なものではなく、単に**あてはめて計算しているのと同じ**です。

（２）　Aを2、Bを4に置きかえて計算します。

3×A×B → 3×2×4＝24

24÷13＝1あまり11 より 3×A×B を13で割ったときの余りは11

例題と解説

例題３

5桁の整数 A41B2 があります。このとき次の問いに答えなさい。

（１） この5桁の整数を3で割ったときに割り切れるようなAとBの組み合わせは全部で何通りありますか。

（２） この5桁の整数を12で割ったときに割り切れるようなAとBの組み合わせは全部で何通りありますか。

（３） この5桁の整数を36で割ったときに割り切れるようなAとBの組み合わせは全部で何通りありますか。

答え （１）30通り（２）15通り（３）5通り

[例題３の解説]

（１） **3の倍数条件 … 各位の数の和が3で割り切れる**

(A41B2の各位の数の和)＝A＋4＋1＋B＋2＝7＋A＋B

7＋A＋B が3の倍数であればいいので A＋B で場合分けをして考えます。

ただしAは0にならないこと、AもBも1桁であることに注意しましょう。

A＋B＝2 のとき (A，B)＝(2，0)，(1，1) の**2通り**

あとは A＋B を3ずつ増やしていきます。

A＋B＝5 のとき (A，B)＝(5，0)，(4，1)，(3，2)，(2，3)，(1，4) の**5通り**

A＋B＝8 のとき (A，B)＝(8，0)，…，(1，7) の**8通り**

A＋B＝11 のとき (A，B)＝(9，2)，…，(2，9) の**8通り**

A＋B＝14 のとき (A，B)＝(9，5)，…，(5，9) の**5通り**

A＋B＝17 のとき (A，B)＝(9，8)，(8，9) の**2通り**

よって全部で 2＋5＋8＋8＋5＋2＝30(通り)

※忘れやすい ４，６，８，９ の倍数条件についても整理しておきます。

4の倍数条件 … 下2桁が4で割り切れる (100は4で割り切れるので下2桁が割り切れれば4の倍数)

6の倍数条件 … 一の位が偶数で、各位の数の和が3で割り切れる

8の倍数条件 … 下3桁が4で割り切れる (1000は8で割り切れるので下3桁が割り切れれば8の倍数)

9の倍数条件 … 各位の数の和が9で割り切れる

（２）　12＝3×4 なのでA41B2が12で割り切れるということは3の倍数条件と4の倍数条件をともに満たします。

3の倍数条件 … 各位の数の和が3で割り切れる，4の倍数条件 … 下2桁が4で割り切れる

まず4の倍数条件を満たすBは 1，3，5，7，9 なので、下のようにBで場合分けします。

B＝1 のとき A＝1，4，7 の3通り

B＝3 のとき A＝2，5，8 の3通り

B＝5 のとき A＝3，6，9 の3通り

B＝7 のとき A＝1，4，7 の3通り

B＝9 のとき A＝2，5，8 の3通り

よって全部で 3×5＝15(通り)

（３）　36＝4×9 なのでA41B2が36で割り切れるということは4の倍数条件と9の倍数条件をともに満たします。

4の倍数条件 … 下2桁が4で割り切れる

9の倍数条件 … 各位の数の和が9で割り切れる

まず4の倍数条件を満たすBは 1，3，5，7，9 なので、下のようにBで場合分けします。

B＝1 のとき A＝1

B＝3 のとき A＝8

B＝5 のとき A＝6

B＝7 のとき A＝4

B＝9 のとき A＝2

よって全部で5通り

※Bが決まればAは自動的に1通りに決まることがわかります。

例題と解説

例題４

小数Aと、小数Aの小数点を取り除いてできる整数Bがあります。このとき次の問いに答えなさい。

（１）　AとBの差が46.8のとき、Aを求めなさい。

（２）　AとBの差が2867.04のとき、Aを求めなさい。

答え　（１）5.2（２）28.96

[例題４の解説]

（１）　Bのほうが Aより大きいので B－A＝46.8

整数Bから小数Aを引いてできる数が小数第１位までの小数のとき、小数Aも小数第１位までの小数です。

小数第１位までの小数の小数点を取り除いて整数にすると
右図のように10倍になります。

$$6.3 \xrightarrow[\text{10倍}]{\text{小数点をとる}} 63$$

よって B＝10×A であることがわかります。

B－A＝10×A－A＝9×A＝46.8 より A＝46.8÷9＝5.2

（２）　Bのほうが Aより大きいので B－A＝2867.04

整数Bから小数Aを引いてできる数が小数第２位までの小数のとき、小数Aも小数第２位までの小数です。

小数第２位までの小数の小数点を取り除いて整数にすると
右図のように100倍になります。

$$2.15 \xrightarrow[\text{100倍}]{\text{小数点をとる}} 215$$

よって B＝100×A であることがわかります。

B－A＝100×A－A＝99×A＝2867.04 より A＝2867.04÷99＝28.96

※整数から小数第○位までの小数を引いてできる答えは小数第○位までの小数です。

中学受験Unit.24- 1　5年　数の性質２
余りの計算と数の範囲

例題と解説

例題５

ある整数Aと4.3の積に小数点を付け忘れたので、正しい答えより2244.6大きくなりました。Aを求めなさい。

答え 58

[例題５の解説]

A×4.3 の計算結果から小数点を取り除いた数は A×43 と同じです。

A×43－A×4.3＝A×(43－4.3)＝A×38.7＝2244.6 より A＝2244.6÷38.7＝58

例題と解説

例題６

ある整数Aを9で割ったときの商の小数第１位を四捨五入すると8になり、Aを7で割ったときの商の小数第１位を四捨五入すると11になります。このときAにあてはまる数をすべて求めなさい。

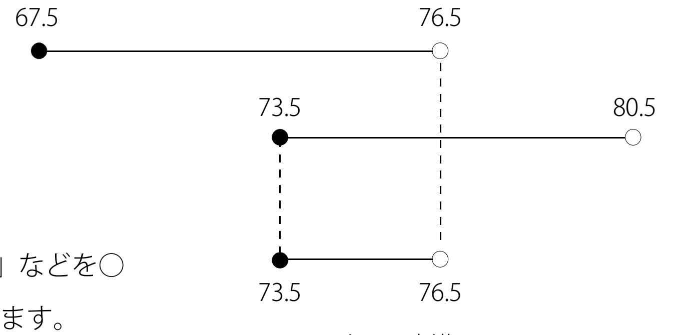
答え 74 , 75 , 76

[例題６の解説]

「ある整数Aを9で割ったときの商の小数第１位を四捨五入すると8」なので、
Aを9で割ったときの商は 7.5以上8.5未満です。※7.5以上8.4以下とするのは間違いです。
不等号を用いて表すと $7.5 \leqq A \div 9 < 8.5$
つまり Aは 7.5×9 以上 8.5×9 未満 なので 67.5以上76.5未満
不等号を用いて表すと $67.5 \leqq A < 76.5$

「ある整数Aを7で割ったときの商の小数第１位を四捨五入すると11」なので、
Aを7で割ったときの商は 10.5以上11.5未満です。※10.5以上11.4以下とするのは間違いです。
不等号を用いて表すと $10.5 \leqq A \div 7 < 11.5$
つまり Aは 10.5×7 以上 11.5×7 未満 なので 73.5以上80.5未満
不等号を用いて表すと $73.5 \leqq A < 80.5$

$67.5 \leqq A < 76.5$ と $73.5 \leqq A < 80.5$ をともに満たすのは
右図より $73.5 \leqq A < 76.5$



73.5以上76.5未満

Aは73.5以上76.5未満の整数なので A＝74 , 75 , 76

※右図のように「以上」を● , 「未満」「より小さい」「より大きい」などを○
　として線分図で表すと数の範囲(範囲の重なり)がわかりやすくなります。
※「以下」を●で表すこともあります。

中学受験Unit.24- 1　5年　数の性質２
余りの計算と数の範囲

例題と解説

例題７

ある整数Aを7で割ったときの商の小数第１位を四捨五入してできる数をB、Aを6で割ったときの商の小数第１位を四捨五入してできる数をCとします。BとCが等しくなるようなAのうち最も大きい数を求めなさい。

答え 32

[例題７の解説]

ある整数Aが 7×6＝42 のとき B＝42÷7＝6 , C＝42÷6＝7 となります。

よってAが42より大きいときは、小数第１位を四捨五入してできるBとCが等しくなることはありません。

Aが42より小さい場合を考えます。

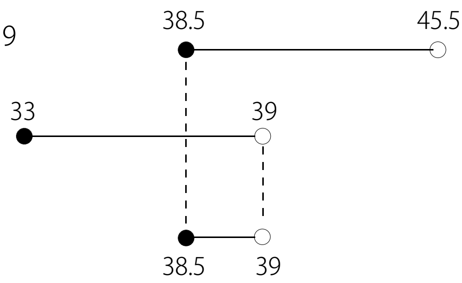
Aが42より小さい場合はBは6以下なので、まずは B＝C＝6 になる場合があるかどうかを調べます。

B＝6 のとき 5.5 ≦ A÷7 ＜ 6.5 より 5.5×7 ≦ A ＜ 6.5×7 なので 38.5 ≦ A ＜ 45.5

C＝6 のとき 5.5 ≦ A÷6 ＜ 6.5 より 5.5×6 ≦ A ＜ 6.5×6 なので 33 ≦ A ＜ 39

このとき右図のようになるので 38.5 ≦ A ＜ 39 となりますが、

この範囲にあてはまる整数Aはありません。



38.5以上39未満

次に B＝C＝5 になる場合があるかどうかを調べます。

B＝5 のとき 4.5 ≦ A÷7 ＜ 5.5 より 4.5×7 ≦ A ＜ 5.5×7 なので 31.5 ≦ A ＜ 38.5

C＝5 のとき 4.5 ≦ A÷6 ＜ 5.5 より 4.5×6 ≦ A ＜ 5.5×6 なので 27 ≦ A ＜ 33

このとき 31.5 ≦ A ＜ 33 となるので、あてはまる整数Aは32であることがわかります。

よってBとCが等しくなるようなAのうち最も大きい数は32

※「以上」や「未満」などを用いて数の範囲を書き表すことに慣れておきましょう。

例題と解説

ポイントまとめ

・「商と余りが等しくなる」タイプの問題で、「ある整数A」が「割られる数」の場合と「割る数」の場合を
きちんと整理した上で理解しておきましょう。

・ある数で割ったときの余りだけを求める場合は、
それぞれの数をある数で割ったときの「余り」に置きかえて計算して求めることができます。

・「余りに置きかえて計算する方法」は特別なものではなく、単にあてはめて計算しているのと同じです。

・**4の倍数条件 … 下2桁が4で割り切れる** (100は4で割り切れるので下2桁が割り切れれば4の倍数)
6の倍数条件 … 一の位が偶数で、各位の数の和が3で割り切れる (2の倍数かつ3の倍数)
8の倍数条件 … 下3桁が4で割り切れる (1000は8で割り切れるので下3桁が割り切れれば8の倍数)
9の倍数条件 … 各位の数の和が9で割り切れる

・12の倍数 … 3の倍数かつ4の倍数
36の倍数 … 4の倍数かつ9の倍数

・整数から小数第○位までの小数を引いてできる答えは小数第○位までの小数です。

・「以上」や「以下」を●，「未満」「より小さい」「より大きい」などを○として線分図で表すと数の範囲(範囲の重なり)
がわかりやすくなります。

・「以上」や「未満」などを用いて数の範囲を書き表すことに慣れておきましょう。