



例題と解説

例題 1

右図のように数が並んでいます。例えば15は2行目の4列目の数です。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 2000は何行目何列目の数ですか。
(2) 10行目3列目の数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1行目	1	4	9	16		
2行目	2	3	8	15		
3行目	5	6	7	14		
4行目	10	11	12	13		
5行目	17	18	19	...		
⋮						

答え (1) 26行目45列目 (2) 84

[例題 1 の解説]

- (1) 右図 1 のように1行目に四角数が並んでいることがわかります。

$$(2000\text{に近い四角数}) = 45 \times 45 = 2025$$

2025は1行目45列目にあります。

図 2 のように2000は2025よりも25個下なので

1行目に25を足した $1 + 25 = 26$ (行目) にあります。

よって2000は26行目45列目

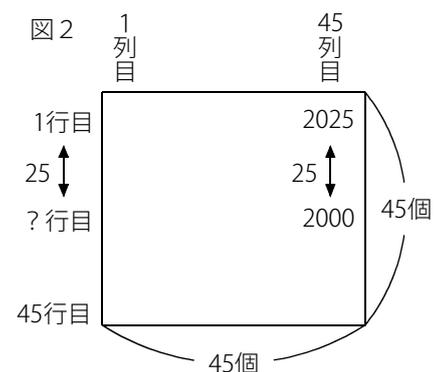
- (2) 10行目1列目の数は1行目9列目の数の次です。

$$(1\text{行目}9\text{列目}) = 9 \times 9 = 81 \text{ より } (10\text{行目}1\text{列目}) = 81 + 1 = 82$$

10行目3列目の数は10行目1列目よりも2個右なので $82 + 2 = 84$

図 1

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1行目	1	4	9	16	25	
2行目	2	3	8	15	24	
3行目	5	6	7	14	23	
4行目	10	11	12	13	22	
5行目	17	18	19	20	21	
⋮	26	...				





例題と解説

例題2

右図のように数が並んでいます。例えば17は5行目の2列目の数です。
このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 2000は何行目の何列目の数ですか。
(2) 4行目17列目の数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1行目	1	3	6	10	15	
2行目	2	5	9	14		
3行目	4	8	13			
4行目	7	12	17			
5行目	11	17				
⋮	16					

答え (1) 17行目47列目 (2) 207

[例題2の解説]

- (1) 右図1のように1行目に三角数が並んでいることがわかります。

$$(2000に近い三角数)=(1+63) \times 63 \div 2 = 2016$$

2016は1行目63列目にあります。

図2のように2000は2016よりも16個左下なので

$$1行目に16を足した 1+16=17(行目) ,$$

63列目から16を引いた $63-16=47(列目)$ にあります。

よって2000は17行目47列目

- (2) 4行目17列目の3個右上は1行目20列目です。

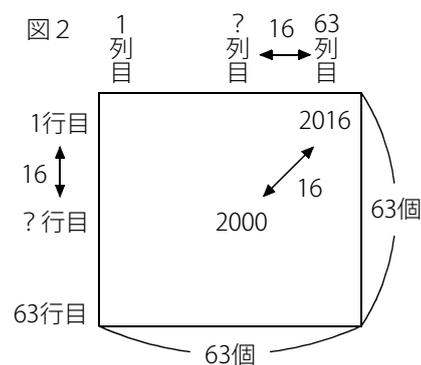
$$(1行目20列目)=(1+20) \times 20 \div 2 = 210$$

4行目17列目の数は1行目20列目の3個左下なので

$$210-3=207$$

図1

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1行目	1	3	6	10	15	21
2行目	2	5	9	14	20	
3行目	4	8	13	19		
4行目	7	12	18			
5行目	11	17				
⋮	16					





例題3

2の倍数と3の倍数をのぞいた次のような数の列があります。このとき次の問いに答えなさい。

1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, …

- (1) 20番目の数を求めなさい。
- (2) 100番目の数を求めなさい。
- (3) 1111は何番目の数ですか。
- (4) 1番目から100番目までの数の和を求めなさい。

答え (1) 59 (2) 299 (3) 371番目 (4) 15000

[例題3の解説]

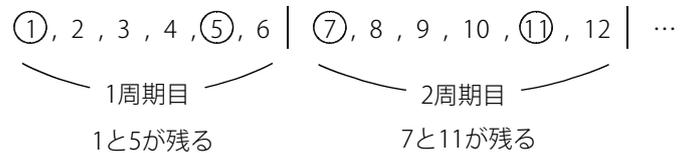
- (1) 20番目まで書き上げます。

1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, …
よって20番目は59

- (2) 書き上げるのは大変なので、公倍数を利用します。

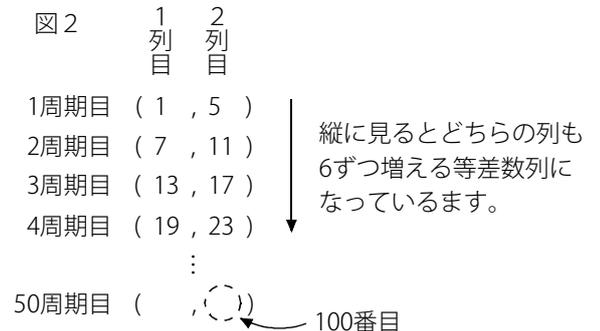
2と3の最小公倍数は6なので、右図1のように
1~6, 7~12, 13~18, … と周期に分けて考えると
2の倍数と3の倍数をのぞいた残りは2個ずつあることが
わかります。

図1



ここで図2のように周期ごとに縦に並べると、
1列目は奇数番目、2列目は偶数番目になることがわかります。
1周期に2個ずつあり、100番目は偶数なので
 $100 \div 2 = 50$ (周期目) の2列目となることがわかります。
2列目を縦に見ると5から6ずつ増える等差数列なので
(100番目) = (50周期目2列目) = $5 + 6 \times (50 - 1) = 299$

図2





例題と解説

(3) まず1111が1列目と2列目のどちらに並ぶのかを調べます。

1列目は1から始まって6ずつ増える等差数列です。

2列目は5から始まって6ずつ増える等差数列です。

1111が1列目だとすると $1111-1=1110$ が6で割り切れるはずですが、

$1110 \div 6 = 185$ より割り切れるので

1111は1列目の $185+1=186$ (周期目) にあることがわかります。

※1111が2列目だとすると $(1111-5) \div 6 = 184.333\dots$ となり割り切れません。

図3

	1 列 目	2 列 目
1周期目	(1 , 5)	
2周期目	(7 , 11)	
3周期目	(13 , 17)	
4周期目	(19 , 23)	
	⋮	
? 周期目	(,)	

1111は1列目と2列目のどちらか

1111は186周期目1列目なので $2 \times 186 - 1 = 371$ (番目) の数であることがわかります。

※○周期目1列目の数は $2 \times \text{○} - 1$ 番目なので「-1」をしています。

(4) (2)より100番目は50周期目2列目の299です。

ここで1周期ごとの和を調べると図4のようになります。

6, 18, 30, 42, ..., 594 となっています。

1列ごとに縦に見ると6ずつ増えているので2列分の12ずつ増えていることがわかります。

よって1番目から100番目までの和は $(6+594) \times 50 \div 2 = 15000$

図4

	1 列 目	2 列 目	和
1周期目	(1 , 5)		→ 6
2周期目	(7 , 11)		→ 18
3周期目	(13 , 17)		→ 30
4周期目	(19 , 23)		→ 42
	⋮		
50周期目	(295 , 299)		→ 594

※公倍数を利用して周期に着目しましょう。



例題4

3の倍数と5の倍数をのぞいた次のような数の列があります。このとき次の問いに答えなさい。

1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, …

- (1) 100番目の数を求めなさい。
- (2) 824は何番目の数ですか。
- (3) 1番目から100番目までの数の和を求めなさい。

答え (1) 187 (2) 440番目 (3) 9374

[例題4の解説]

- (1) 3と5の最小公倍数は15なので 1~15, 16~30, 31~45, … というふうに周期で分けて考えます。

1~15 で3の倍数と5の倍数以外の数は 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14 の8個

右図1のように周期を縦に並べます。

最小公倍数が15なので縦に15ずつ増やした数が並びます。

1周期は8個なので $100 \div 8 = 12$ (周期)あまり4(個)

よって図1のように100番目は $12 + 1 = 13$ (周期目) の4列目であることがわかります。

4列目は7から始まって15ずつ増える等差数列なので

$$(100\text{番目}) = 7 + 15 \times (13 - 1) = 187$$

図1	1	2	3	4	5	6	7	8
	列	列	列	列	列	列	列	列
	目	目	目	目	目	目	目	目
1周期目	(1	, 2	, 4	, 7	, 8	, 11	, 13	, 14)
2周期目	(16	, 17	, 19	, 22	, 23	, 26	, 28	, 29)
3周期目	(31	, 32	, 34	, 37	, 38	, 41	, 43	, 44)
4周期目	(46	, 47	, 49	, 52	, 53	, 56	, 58	, 59)
				⋮				
13周期目	(, ,	, ,	, ,	○	, ,	, ,	, ,)
				↑				
				100番目				

- (2) どの列も縦に見ると1周期目の数から始まって15ずつ増える等差数列になっています。

また、15で割ったときに 1列目は1余る数, 2列目は2余る数, 3列目は4余る数, 4列目は7余る数, … というふうに1周期目の数が余りの数を表しています。 $824 \div 15 = 54$ あまり14 より14余るので824は8列目です。

$(824 - 14) \div 15 = 54$ より824は $54 + 1 = 55$ (周期目) の8列目の数です。

1周期は8個なので824は $8 \times 55 = 440$ (番目)



例題と解説

- (3) (1)より100番目は13周期目4列目の187です。
1周期ごとの和を調べると図2のようになります。
和は60から始まって120ずつ増えています。

$$(12\text{周期目の和})=60+120\times(12-1)=1380$$

$$(1\sim 12\text{周期までの和})=(60+1380)\times 12\div 2=8640$$

$$(13\text{周期目の和})=181+182+184+187=734$$

$$\text{よって } (100\text{番目までの和})=8640+734=9374$$

図2	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	和
1周期目	(1 ,	2 ,	4 ,	7 ,	8 ,	11 ,	13 ,	14)	→ 60
2周期目	(16 ,	17 ,	19 ,	22 ,	23 ,	26 ,	28 ,	29)	→ 180
3周期目	(31 ,	32 ,	34 ,	37 ,	38 ,	41 ,	43 ,	44)	→ 300
4周期目	(46 ,	47 ,	49 ,	52 ,	53 ,	56 ,	58 ,	59)	→ 420
					⋮				
12周期目	(,	, ,	, ,	, ,	, ,	, ,	, ,	,)	→ 1380
13周期目	(181 ,	182 ,	184 ,	187 ,	, ,	, ,	, ,	,)	→ 734
						↑			
						100番目			



例題と解説

例題 5

3または4で割り切れない数を右図のようにあるきまりにしたがって並べます。

例えば11は3行目2列目の数です。215は何行目何列目の数ですか。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1 行目	1	7	17	31		
2 行目	2	5	14	29		
3 行目	10	11	13	26		
4 行目	19	22	23	25		
5 行目	34	35	37	...		
⋮						

答え 11行目8列目

[例題 5 の解説]

3または4で割り切れない数を1から順に並べると次のようになります。

1, 2, 5, 7, 10, 11, 13, 14, 17, 19, 22, 23, 25, ...

この数列において215が何番目の数であるかを求めます。3と4の最小公倍数は

12なので1~12までの数を1周期として3または4で割り切れない数を分けると

右図1のようになります。1周期目は12で割ったときの余りと考えることができ

るので $215 \div 12 = 17$ あまり11 より215は6列目にあることがわかります。

また $17 + 1 = 18$ より215は18周期目にあります。よって215は $6 \times 18 = 108$ (番目) の数です。

図1

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目
1周期目	(1, 2, 5, 7, 10, 11)					
2周期目	(13, 14, 17, 19, 22, 23)					
3周期目	(25, 26, 29, 31, 34, 35)					
⋮						
18周期目	(, , , , , 215)					

次に図2を使って108番目の数が問題の数表の何行目何列目に現れるかを求めます。

この数表では 1, 2, 3, 4番目 ... の数が図2のように並んでいます。

※図2の数にすべて「番目」とつけて考えるということです。

(108に近い四角数) = $10 \times 10 = 100$

よって100(番目)は1行目10列目なので101(番目)は11行目1列目

108(番目)は101(番目)よりも7個右なので、11行目8列目

よって108番目の215は11行目8列目に現れることがわかります。

※普通の整数が並んだ数表と対応させることがポイントです。

図2

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1 番目	1	4	9	16	25	
2 番目	2	3	8	15	24	
3 行目	5	6	7	14	23	
4 行目	10	11	12	13	22	
5 行目	17	18	19	20	21	
⋮	26	...				



例題と解説

例題6

3で割ると1余る数と、5で割ると2余る数をのぞいた数を右図のようにあるきまりにしたがって並べます。例えば26は4行目の2列目の数です。8行目11列目の数を求めなさい。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	...
1行目	3	5	8	14	21	30
2行目	6	9	15	23	33	
3行目	11	18	24	⋯		
4行目	20	26				
5行目	29					
⋮						

答え 303

[例題6の解説]

この問題の数表では右図1のように1, 2, 3, 4番目 … の数が並んでいます。

1列目に三角数が並んでいることがわかります。

図1において8行目11列目の数を求めます。

図2のように考えて、8行目11列目の数に近い三角数は18行目1列目にあります。

$$(18\text{行目}1\text{列目}) = (1+18) \times 18 \div 2 = 171$$

8行目11列目は18行目1列目の10個右上なので $171 - 10 = 161$

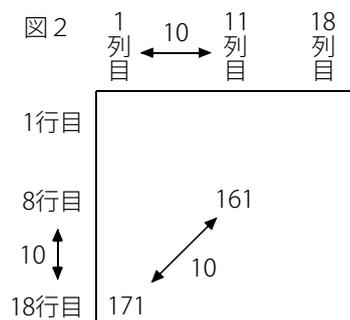
よって問題の数表で8行目11列目に現れる数は

「3で割ると1余る数と、5で割ると2余る数をのぞいた数」の161番目の数であることがわかります。

次に「3で割ると1余る数と、5で割ると2余る数をのぞいた数」について調べます。

図1

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	...
1番目	1	2	4	7	11	16
2番目	3	5	8	12	17	
3番目	6	9	13	⋯		
4番目	10	14				
5番目	15					
⋮						





例題と解説

3と5の最小公倍数は15なので1～15までの数を1周期として分けると右図3のようになります。

1周期に8個ずつなので $161 \div 8 = 20(\text{周期})$ あまり1

よって161番目の数は $20 + 1 = 21(\text{周期目})$ の1列目です。

1列目を縦に見ると3から始まって15ずつ増えているので
(161番目) $= 3 + 15 \times (21 - 1) = 303$

よって (8行目11列目) $= 303$ となります。

図3

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目
1周期目	(3 ,	5 ,	6 ,	8 ,	9 ,	11 ,	14 ,	15)
2周期目	(18 ,	20 ,	21 ,	23 ,	24 ,	26 ,	29 ,	30)
3周期目	(33 ,	35 ,	36 ,	38 ,	39 ,	41 ,	44 ,	45)
								⋮
21周期目	((),	, , , , , , ,)						
	↑							
	161番目							



例題と解説

例題7

右図のように 赤, 青, 白, 黒, 黄 の順番でタイルをぬっていきます。

例えば4段目3列目のタイルは青でぬります。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 3段目12列目のタイルは何色ですか。
 (2) ぬり始めてから黒のタイルが50枚になったとき、
 最後にぬった黄色のタイルは何段目の何列目ですか。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1 段 目	赤	黒	黄	赤	青	
2 段 目	青	白	赤	黄	白	
3 段 目	黒	白	青	黒	⋮	
4 段 目	黄	赤	青	白		
5 段 目						
⋮						

答え (1) 青色 (2) 12段目16列目

[例題7の解説]

- (1) 整数の数表と対応させて考えます。
 タイルをぬる順番と同じように整数を並べると右図1のようになります。

図1 2列目以降の1段目偶数列が四角数

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1 段 目	1	4	5	16	17	36
2 段 目	2	3	6	15	18	
3 段 目	9	8	7	14	19	
4 段 目	10	11	12	13	20	
5 段 目	25	24	23	22	21	
⋮	26	27	⋯			

図1の数表で3段目12列目の数を求めます。

1段目偶数列には四角数が並んでいるので3段目12列目に近い四角数は

1段目12列目にあります。(1段目12列目) $=12 \times 12 = 144$

偶数列では下に行くほど数が小さくなるので

(3段目12列目) $=144 - 2 = 142$

3段目12列目のタイルの色は 赤, 青, 白, 黒, 黄, 赤, 青, 白, ... の142番目の色です。

1周期は5個なので $142 \div 5 = 28$ (周期)あまり2

よって3段目12列目のタイルの色は1周期の2番目なので青色であることがわかります。



例題と解説

(2) 赤, 青, 白, 黒, 黄, 赤, 青, 白, ... のような順番でぬっていくので

50枚目の黒のタイルは $5 \times (50 - 1) + 4 = 249$ (番目) です。

その1つ手前の黄色のタイルは $249 - 4 = 245$ (番目)

(245に近い四角数) = $16 \times 16 = 256$

256は1段目16列目です。

245は256よりも11個下なので、12段目16列目にあります。

よって最後にぬった黄色のタイルは245枚目で12段目16列目です。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	...
1 段目	1	4	5	16	17	36
2 段目	2	3	6	15	18	
3 段目	9	8	7	14	19	
4 段目	10	11	12	13	20	
5 段目	25	24	23	22	21	
⋮	26	27	...			

ポイントまとめ

- ・「○の倍数と□の倍数をのぞいた数」は○と□の最小公倍数を1周期として考えます。
- ・ある数列の数表では普通の整数が並んだ四角数や三角数の数表と対応させることがポイントです。