中学受験Unit.22- 1　5年　規則性２
数列と周期

例題と解説

例題１

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。
（１）～（３）の数の列に現れる2000に最も近い数をそれぞれ求めなさい。

（1）　0，1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，…
（2）　1，4，9，16，25，36，49，…
（3）　1，3，6，10，15，21，28，…

答え　（1）1597（2）2025（3）2016

[例題１の解説]

（1）　0，1 で始まって、それより後は**前の2つの数の和**が並んでいるので**フィボナッチ数列**です。
55以降も続けて調べてみると 34，55，89，144，233，377，610，987，1597，2584，…
2000の前後は1597と2584なので、2000に最も近い数は1597です。

※ **前の3つの数の和**が並んでいる数列を**トリボナッチ数列**といいます。
0，0，1，1，2，4，7，13，24，44，81，149，274，…

※ **前の4つの数の和**が並んでいる数列を**テトラナッチ数列**といいます。
0，0，0，1，1，2，4，8，15，29，56，108，208，401，…

（2）　**四角数(平方数)**が並んだ数列です。
40×40＝1600，50×50＝2500 なので2000に最も近い数は40から50のどれかの数の四角数です。
45×45＝2025，44×44＝1936 より2000の前後は1936と2025なので、2000に最も近い数は2025です。

(C) 2014 min-san.com

（３）　1，1＋2，1＋2＋3，1＋2＋3＋4，1＋2＋3＋4＋5，… と**三角数**が並んでいます。

三角数は1から1ずつ増える等差数列の和です。

(1～50までの和)＝(1＋50)×50÷2＝1275

(1～60までの和)＝(1＋60)×60÷2＝1830

1830は2000に近い数なので、これ以降は数を1つずつ足して2000に近い数を探します。

(1～61までの和)＝1830＋61＝1891

(1～62までの和)＝1891＋62＝1953

(1～63までの和)＝1953＋63＝2016

よって2000の前後は1953と2016なので、2000に最も近い数は2016です。

※「2014年」や「2015年」などの西暦(せいれき)に関連した問題は出題されやすいので
2000に近い四角数や三角数は覚えておくようにしましょう。
整理しておきます。

(2000に近い四角数)＝45×45＝2025

(2000に近い三角数)＝(1～63までの和)＝(1＋63)×63÷2＝2016

※四角数は「1から始まる奇数の和」として表すことができます。

1×1＝1　← 1

2×2＝4　← 1＋3

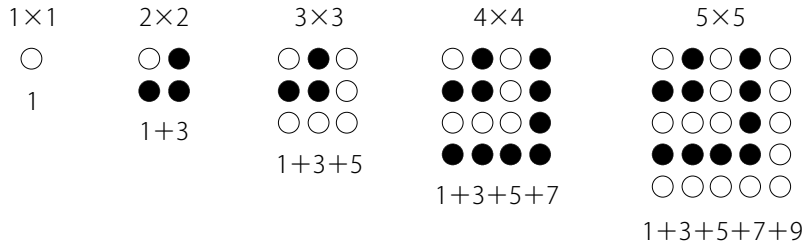
3×3＝9　← 1＋3＋5

4×4＝16　← 1＋3＋5＋7

5×5＝25　← 1＋3＋5＋7＋9

6×6＝36　← 1＋3＋5＋7＋9＋11

…



※同じ数を2回かけた数が**四角数(平方数)**，同じ数を3回かけた数を**立方数**といいます。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.22- 1　5年　規則性２
数列と周期

例題と解説

例題２

9は3を2回かけてできる数です。次の問いに答えなさい。

（１）　38416はある数を2回かけてできる数です。ある数を求めなさい。

（２）　804609はある数を2回かけてできる数です。ある数を求めなさい。

答え　（１）196（２）897

[例題２の解説]

（１）　四角数について問われています。
38416に近い四角数を調べると 200×200＝40000 があることがわかります。

そして次に 199×199 を試すのではなく、一の位に着目します。
38416の一の位は6なので、2回かけて一の位が6になる数を考えます。
これは 4×4＝16 , 6×6＝36 なので4と6が考えられます。

では200より小さくて一の位が6の数を試してみます。
196×196＝38416
よって、ある数は196であることがわかります。

（２）　804609に近い四角数を調べると 900×900＝810000 があることがわかります。
一の位に着目します。2回かけて一の位が9になる数を考えます。
これは 3×3＝9 , 7×7＝49 なので3と7が考えられます。

では900より小さくて一の位が7の数を試してみます。
897×897＝804609
よって、ある数は897であることがわかります。

※四角数を探す場合は一の位に着目しましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題３

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。

1，3，3，3，5，5，5，5，5，7，7，7，7，7，7，7，9，9，9，…

300番目の数を求めなさい。

答え 35

[例題３の解説]

下図のように組に分けて考えます。

1組目	2組目	3組目	4組目	5組目	6組目
1	3，3，3	5，5，5，5，5	7，7，7，7，7，7，7	9，9，9，9，…，9	11，11，…
↑ 1番目	↑ 4番目	↑ 9番目	↑ 16番目	↑ 25番目	

このとき各組の最後の数ははじめから数えて 1番目，4番目，9番目，16番目，… となっています。

つまり**〇組目の最後の数ははじめから数えて 〇×〇 番目**です。

※四角数は「1から始まる奇数の和」として表すことができるので上のようになります。

ではこの四角数をもとにして300番目を調べます。

300に近い四角数は 17×17＝289 なので17組目の最後の数が289番目であることがわかります。

〇組目に並んでいる数は「〇番目の奇数」です。つまり**〇組目に並んでいる数は 〇×2－1** です。

また〇組目に並んでいる数の個数も同じように 〇×2－1 個 です。

17組目の次の18組目には 18×2－1＝35(個) の数が並んでいるので、300番目の数は18組目にあることがわかります。

よって300番目の数は18組目の数なので 18×2－1＝35

※組(群)に分けることができる数列を**群数列**といいます。群数列では各組の最後の数に着目しましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題４

１，２，３，４，５，６，７，８，９，10，11，12，… と並んでいる整数を各位で分けて次のような数の列を作ります。

１，２，３，４，５，６，７，８，９，１，０，１，１，１，２，１，３，１，４，１，５ …

3000番目の数を求めなさい。

答え 2

[例題４の解説]

１桁(けた)の数は １，２，３，４，５，… とそのまま並んでいます。

２桁の数は １，０，１，１，１，２，１，３，… と２個ずつに分けられています。

３桁の数も同じように １，０，０，１，０，１，１，０，２ … と３個ずつに分けられます。

桁数で分けて考えます。

1桁の数は 1〜9 の9個です。1桁なので分けても 1×9＝9(個) です。

2桁の数は 10〜99 の90個です。2桁なので分けると 2×90＝180(個) です。

※10〜99で89個としないようにしましょう。90個です。

この時点で99の一の位の9は 9＋180＝189(番目) であることがわかります。

3桁の数は 100〜999 の900個です。3桁なので分けると 3×900＝2700(個) です。

よって999の一の位の9は 9＋180＋2700＝2889(番目) であることがわかります。

求めたいのは3000番目なので、あと 3000－2889＝111(個) です。

4桁の数は1000から始まって、分けると4個ずつになります。

111÷4＝27あまり3 となるので４桁の数の27番目を調べると1026です。

あまりが3なので、3000番目は1027の3つ目の2であることがわかります。

９，９，９，１，０，０，０，１，０，０，１ … １，０，２，６，１，０，２，７ …

↑ 2889番目　↑ 2997番目　↑ 3000番目

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.22- 1　5年　規則性２
数列と周期

例題と解説

例題５

次のように数がある規則にしたがって並んでいます。このとき次の問いに答えなさい。

5，9，15，23，33，45，59，75，93，…

（１）　50番目の数を求めなさい。

（２）　9903は何番目の数ですか。

（３）　2000番目の数の一の位の数を求めなさい。

答え　（１）2553（２）99番目（３）3

[例題５の解説]

（１）　下図のように階差(かいさ)数列に着目すると4から2ずつ増える等差数列になっていることがわかります。

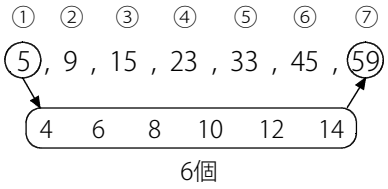
5，9，15，23，33，45，59，75，93，…

第１階差数列 →　4　6　8　10　12　14　16　18

例えば7番目の59は右図のように

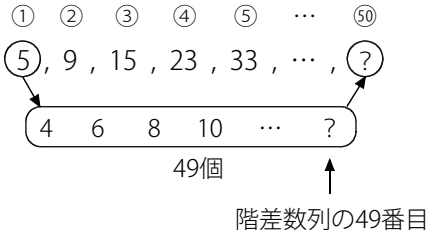
5＋(4＋6＋8＋10＋12＋14)＝59 と求めることができます。

はじめの5に階差数列を 7－1＝6(個) 足しています。



50番目の数は右図のように

はじめの5に階差数列を 50－1＝49(個) 足して求めることができます。



(階差数列の49番目)＝4＋2×(49－1)＝100

よって (50番目の数)＝5＋(4＋6＋8＋…＋100)＝5＋(4＋100)×49÷2＝2553

※ 4＋6＋8＋…＋100 は全部で49個なので等差数列の和の公式より (4＋100)×49÷2 となります。

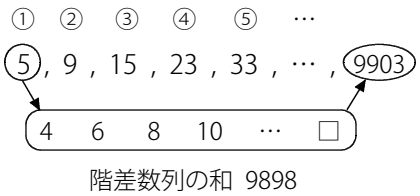
※階差数列が等差数列の場合は計算ミスをしやすいので気をつけましょう。

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

（２）　5＋(4＋6＋8＋10＋…＋□)＝9903 となるので

右図のように 4＋6＋8＋10＋…＋□＝9903－5＝9898 となります。



階差数列に並んでいる数は4以上の偶数なので

□に適当な偶数をあてはめて和が9898になるようにします。

(１)より 4＋6＋8＋…＋100＝2553－5＝2548 なので □＝100 よりも大きな数で調べます。

□＝150 のとき 4＋6＋8＋…＋150

(数の個数)＝(150－4)÷2＋1＝74(個)

※2ずつ増える等差数列なので2で割っています。また (数の個数)＝(間の数)＋1 なので１を足しています。

よって 4＋6＋8＋…＋150＝(4＋150)×74÷2＝5698

□＝200 のとき 4＋6＋8＋…＋200

(数の個数)＝(200－4)÷2＋1＝99(個)

よって 4＋6＋8＋…＋200＝(4＋200)×99÷2＝10098

9898よりも大きくなっているので □＝198 のときを調べます。

4＋6＋8＋…＋198＝(4＋6＋8＋…＋198＋200)－200＝10098－200＝9898

よって □＝198 のときであることがわかります。(数の個数)＝(198－4)÷2＋1＝98(個)

この98個は階差数列の個数なので、1を足して9903は 98＋1＝99(番目)

（３）　一の位だけに着目すると 5 , 9 , 5 , 3 , 3 , 5 , 9 , 5 , 3 , 3 , 5 , 9 , … となっているので

5 , 9 , 5 , 3 , 3 のくり返しであることがわかります。1周期(組)の個数は5個なので

2000÷5＝400(周期)

ちょうど割り切れるので2000番目の数の一の位は1周期の最後の数の3

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

例題６

次のように分数がある規則にしたがって並んでいます。

$\frac{226}{13}$, $\frac{223}{15}$, $\frac{220}{17}$, $\frac{217}{19}$, $\frac{214}{21}$, $\frac{211}{23}$, …

1に最も近い数は何番目ですか。またそのときの分数を求めなさい。

答え 44番目 , $\frac{97}{99}$

[例題６の解説]

分子は 226 , 223 , 220 , 217 , … となっていて3ずつ減っています。

分母は 13 , 15 , 17 , 19 , … となっていて2ずつ増えています。

分子が小さくなり、分母が大きくなるので、分数の大きさは小さくなっていきます。

分母と分子の差に着目すると 226－13＝213 , 223－15＝208 , 220－17＝203 , … となるので

213 , 208 , 203 , 198 , 193 , 188 , 183 , … となり213から5ずつ減っていきます。

分母と分子の差が0のときに、分数は1になります。

5ずつ減っていくので213に近い5の倍数を調べると210であることがわかります。

よって 213 , 208 , 203 , 198 , 193 , 188 , 183 , … , 3 , … となります。3は (213－3)÷5＋1＝43(番目) です。

このとき分子は 226－3×(43－1)＝100 , 分母は 13＋2×(43－1)＝97 なので $\frac{100}{97}$

問われているのは「1に最も近い数」なので「1より小さい分数」も調べておく必要があります。

$\frac{100}{97}$の次は44番目で$\frac{97}{99}$　　1と$\frac{100}{97}$の差は$\frac{3}{97}$, 1と$\frac{97}{99}$の差は$\frac{2}{99}$

$\frac{3}{97}$よりも$\frac{2}{99}$のほうが明らかに小さいので1に最も近いのは44番目の$\frac{97}{99}$

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.22- 1　5年　規則性２
数列と周期

例題と解説

例題７

次のように分数がある規則にしたがって並んでいます。このとき次の問いに答えなさい。

$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{24}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，…

（１）　50番目の数を求めなさい。

（２）　25回目の$\frac{1}{6}$は初めから数えて何番目ですか。

（３）　$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+$ … のように1番目の分数から足していきます。

和が6になるのは何番目の分数まで足したときですか。

答え　（１）$\frac{1}{48}$（２）327（３）54番目

[例題７の解説]

（１）　右図のように組に分けて考えます。
各組の最後の数は １，３，６，10番目，…
となっているので三角数であることがわかります。
50に近い三角数は (1＋9)×9÷2＝45

1組目	2組目		3組目			4組目				5組目		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	…
↑	↑				↑				↑			
1番目	3番目				6番目				10番目			

よって9組目の最後の数が45番目であることがわかります。

つまり50番目は10組目の5番目なので $\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{24}$，$\frac{1}{48}$，… より50番目は$\frac{1}{48}$

(C) 2014 min-san.com

例題と解説

（２）　$\frac{1}{6}$は2組目以降に1回ずつ出てきます。

よって25回目の$\frac{1}{6}$は 25＋1＝26(組目) の2番目であることがわかります。

25組目の最後は (1＋25)×25÷2＝325(番目) なので、25回目の$\frac{1}{6}$は 325＋2＝327(番目)

（３）　右図１のように各組の和を求めます。
そしてこれらの和を計算しようとすると
$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{7}{12}+\frac{15}{24}+\frac{31}{48}+\cdots$ となります。
6になるようにするのは簡単ではありません。

図１

	1組目	2組目	3組目	4組目	5組目
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ …
和	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{31}{48}$

ここで右図２のように組の分け方を工夫します。
このとき各組の数の和はすべて$\frac{2}{3}$になります。
$6\div\frac{2}{3}=9$ より9組分の和になることがわかります。

図２

	1組目	2組目	3組目	4組目
	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ …
和	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

1組目から 2個，3個，4個，… と並んでいるので
9組の場合は全部で (2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10)＝54(個)

よって和が6になるのは54番目の分数まで足したときとなります。

※分数の計算は工夫することで簡単に計算できるようになることがあります。
　普通に計算するのが簡単ではない場合に工夫できないかどうか考えてみるようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com

中学受験Unit.22- 1　5年　規則性２
数列と周期

例題と解説

ポイントまとめ

・前の2つの数の和が並んでいる数列を**フィボナッチ数列**といいます。

・前の3つの数の和が並んでいる数列を**トリボナッチ数列**といいます。

0，0，1，1，2，4，7，13，24，44，81，149，274，…

・前の4つの数の和が並んでいる数列を**テトラナッチ数列**といいます。

0，0，0，1，1，2，4，8，15，29，56，108，208，401，…

・(2000に近い四角数)＝45×45＝2025

・(2000に近い三角数)＝(1～63までの和)＝(1＋63)×63÷2＝2016

・同じ数を2回かけた数が四角数(平方数)，同じ数を3回かけた数を**立方数**といいます。

・四角数は「1から始まる奇数の和」として表すことができます。

1×1	2×2	3×3	4×4	5×5
○	○●	○●○	○●○●	○●○●○
	●●	●●○	●●○●	●●○●○
		○○○	○○○●	○○○●○
			●●●●	●●●●○
				○○○○○
1	1＋3	1＋3＋5	1＋3＋5＋7	1＋3＋5＋7＋9

・四角数を探す場合は一の位に着目しましょう。

・組(群)に分けることができる数列を**群数列**といいます。群数列では各組の最後の数に着目しましょう。

・階差数列が等差数列の場合は計算ミスをしやすいので気をつけましょう。とくに「数の個数」に要注意です。

・分数の計算は工夫することで簡単に計算できるようになることがあります。
普通に計算するのが簡単ではない場合に工夫できないかどうか考えてみるようにしましょう。

(C) 2014 min-san.com