

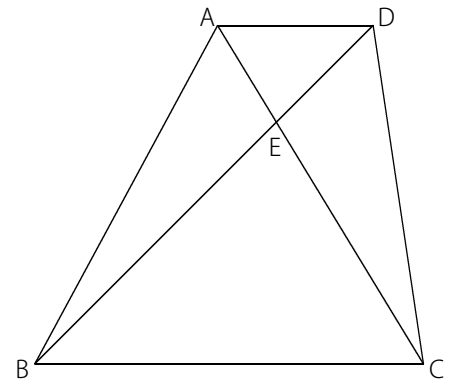


例題と解説

例題 1

右図の四角形ABCDはADとBCが平行な台形です。

三角形BCEの面積が 45cm^2 ，三角形CDEの面積が 18cm^2 のとき、
四角形ABCDの面積は何 cm^2 ですか。



答え 88.2cm^2

[例題 1 の解説]

BD側を底辺とすると三角形BCEと三角形CDEは高さの等しい三角形です。よって (面積比)=(底辺の長さの比)

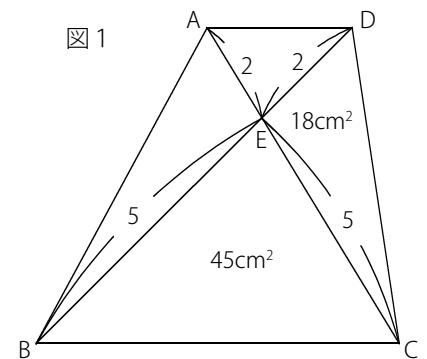
(三角形BCEの面積) : (三角形CDEの面積) = $45 : 18 = 5 : 2$ より (底辺の長さの比) = $BE : ED = 5 : 2$

ADとBCが平行なので、三角形BCEと三角形DAEは相似です。

$BE : ED = 5 : 2$ なので (三角形BCEと三角形DAEの相似比) = $5 : 2$

よって右図1のように $CE : EA$ も $5 : 2$ であることがわかります。

図 1



このとき三角形BAEと三角形BCEは高さの等しい三角形なので

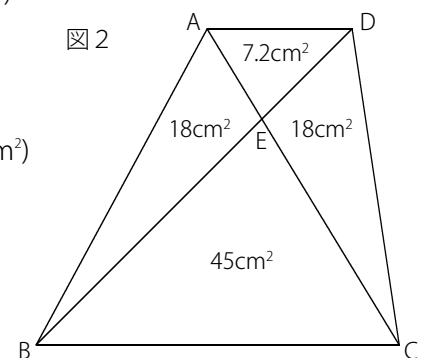
(三角形BAEの面積) : (三角形BCEの面積) = $5 : 2$ より (三角形BAEの面積) = $45 \times \frac{2}{5} = 18(\text{cm}^2)$

また三角形DCEと三角形DAEも高さの等しい三角形なので

(三角形DCEの面積) : (三角形DAEの面積) = $5 : 2$ より (三角形DAEの面積) = $18 \times \frac{2}{5} = 7.2(\text{cm}^2)$

よって右図2のようになるので (四角形ABCDの面積) = $45 + 18 + 18 + 7.2 = 88.2(\text{cm}^2)$

図 2

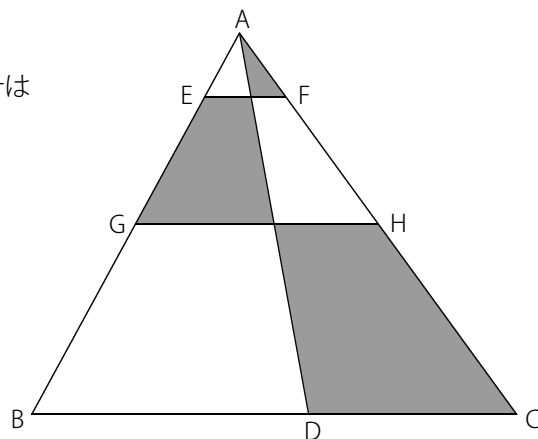




例題と解説

例題 2

右図の三角形ABCにおいて $AE : EG : GB = AF : FH : HC = 1 : 2 : 3$ です。
また $BD : DC = 3 : 2$ です。このとき右図の色のついた部分の面積の合計は
三角形ABCの面積の何倍ですか。



答え $\frac{4}{9}$ 倍

[例題 2 の解説]

$AE : EG : GB = AF : FH : HC = 1 : 2 : 3$ よりEFとGHとBCは平行です。

このとき

三角形AEPと三角形AGQと三角形ABDはそれぞれ相似です。

また三角形AFPと三角形AHQと三角形ACDもそれぞれ相似です。

よって $EP : PF$ と $GQ : QH$ も $3 : 2$ です。

※ $EP : PF = GQ : QH = 3 : 2$ であることを計算で確認しておきます。

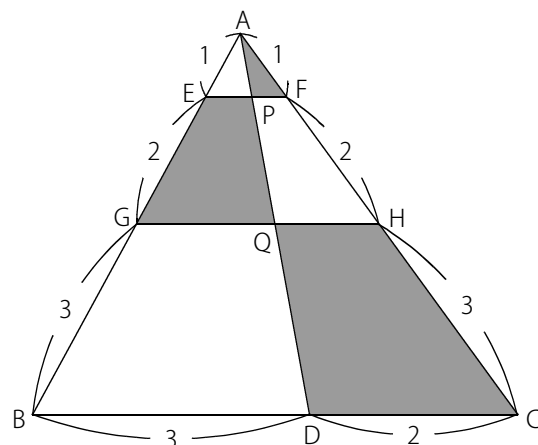
$BD = ③$, $DC = ②$ とします。

このとき $EP = ③ \times \frac{1}{1+2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)$, $PF = ② \times \frac{1}{1+2+3} = \left(\frac{1}{3}\right)$ より

$$EP : PF = \left(\frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{3}\right) = 3 : 2$$

また $GQ = ③ \times \frac{1+2}{1+2+3} = \left(\frac{3}{2}\right)$, $QH = ② \times \frac{1+2}{1+2+3} = ①$ より $GQ : QH = \left(\frac{3}{2}\right) : ① = 3 : 2$

よって $EP : PF = GQ : QH = BD : DC = 3 : 2$ であることがわかります。





例題と解説

EP : PF = 3 : 2 なので面積比を求めやすいように (三角形AFPの面積) = ② とします。

このとき右図1のように (三角形AEPの面積) = ③ となります。

三角形AFPと三角形AHQの相似比は $1 : (1+2) = 1 : 3$ より

三角形AFPと三角形AHQの面積比は $(1 \times 1) : (3 \times 3) = 1 : 9$

よって (三角形AHQの面積) = ② $\times 9$ = ⑮

このとき (台形FPQHの面積) = ⑮ - ② = ⑮

同じように三角形AEPと三角形AGQの面積比は $1 : 9$ なので

(三角形AGQの面積) = ③ $\times 9$ = ⑲ より (台形EGQPの面積) = ⑲ - ③ = ⑲

三角形AFPと三角形ACDの相似比は $1 : (1+2+3) = 1 : 6$ より

三角形AFPと三角形ACDの面積比は $(1 \times 1) : (6 \times 6) = 1 : 36$

よって (三角形ACDの面積) = ② $\times 36$ = ⑳

このとき (台形HQDCの面積) = ⑳ - (② + ⑮) = ⑳

同じように三角形AEPと三角形ABDの面積比は $1 : 36$ なので

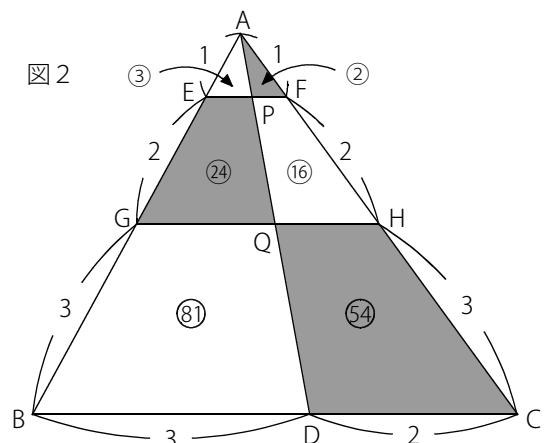
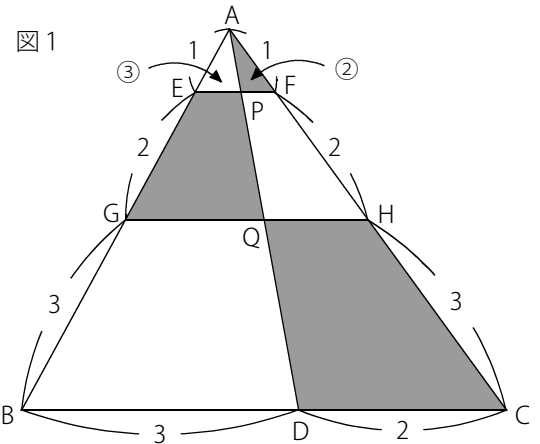
(三角形ABDの面積) = ③ $\times 36$ = ⑲ より (台形GBDQの面積) = ⑲ - (③ + ⑲) = ⑲

整理すると図2のようになります。

(三角形ABCの面積) = ② + ③ + ⑮ + ⑲ + ⑳ + ⑲ = ⑲

(色のついた部分の面積の合計) = ② + ⑲ + ⑳ = ⑳

よって色のついた部分の面積の合計は三角形ABCの面積の $\frac{⑳}{⑲} = \frac{4}{9}$ (倍)



※ EP : PF = 3 : 2 , GQ : QH = 3 : 2 なので (EP + GQ) : (PF + QH) = 3 : 2

よって台形EGQPと台形FPQHの (上底 + 下底) が 3 : 2 なので 台形EGQPと台形FPQHの面積比も 3 : 2 になっています。

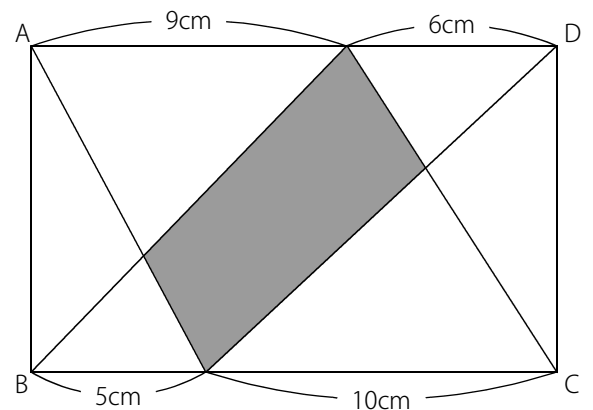
台形GBDQと台形HQDCの面積比も同じように 3 : 2 となります。



例題と解説

例題 3

右図の四角形ABCDは長方形です。色のついた部分の面積は長方形ABCDの面積の何倍ですか。



答え $\frac{13}{56}$ 倍

[例題 3 の解説]

(長方形ABCDの面積) $=\textcircled{1}$ とします。

このとき三角形EBCは長方形ABCDの面積の半分なので

$$(\text{三角形EBCの面積}) = \textcircled{1} \times \frac{1}{2} = \textcircled{\frac{1}{2}}$$

次に右図のようにEGを直線で結びます。BG : GC = 5 : 10 = 1 : 2 なので

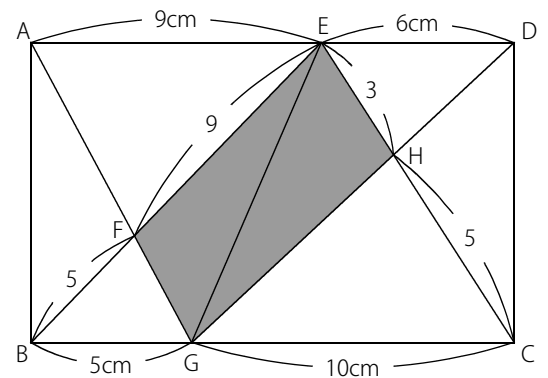
$$(\text{三角形EBGの面積}) = (\text{三角形EBCの面積}) \times \frac{1}{1+2} = \textcircled{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{3} = \textcircled{\frac{1}{6}}$$

$$\text{さらに三角形EBGをFGで分割すると } (\text{三角形EFGの面積}) = (\text{三角形EBGの面積}) \times \frac{9}{9+5} = \textcircled{\frac{1}{6}} \times \frac{9}{14} = \textcircled{\frac{3}{28}}$$

$$\text{同じように } (\text{三角形ECGの面積}) = (\text{三角形EBCの面積}) \times \frac{2}{1+2} = \textcircled{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{3} = \textcircled{\frac{1}{3}} \text{ より}$$

$$(\text{三角形EHGの面積}) = (\text{三角形ECGの面積}) \times \frac{3}{3+5} = \textcircled{\frac{1}{3}} \times \frac{3}{8} = \textcircled{\frac{1}{8}}$$

$$\text{よって (色のついた部分の面積)} = \textcircled{\frac{3}{28}} + \textcircled{\frac{1}{8}} = \textcircled{\frac{13}{56}} \text{ なので長方形ABCDの面積の } \frac{13}{56} \text{ 倍}$$





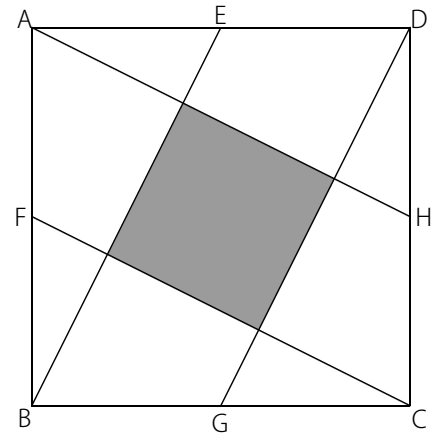
例題と解説

例題 4

右図の四角形ABCDは1辺の長さが12cmの正方形です。

また点E, F, G, Hは各辺の中点です。

色のついた部分の面積は何 cm^2 ですか。



答え 28.8 cm^2

[例題 4 の解説]

右図 1 のように、中心の正方形と、合同な直角三角形が4つでできています。

(三角形AEPと三角形ADSの相似比)=1:2 なので

(三角形AEPと三角形ADSの面積比)=(1×1):(2×2)=1:4

(三角形AEPの面積)=① とすると (三角形ADSの面積)=①×4=④ なので

(台形PEDSの面積)=④-①=③

他の三角形と台形も同じなので、面積は右図 2 のようになります。

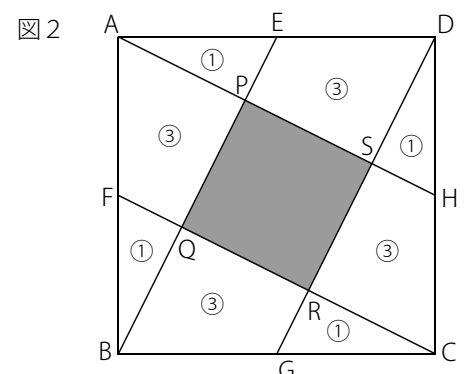
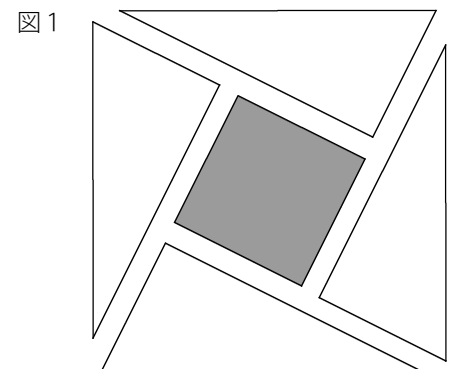
ここで三角形ADHに着目します。

(三角形ADHの面積)= $12 \times 6 \div 2 = 36(\text{cm}^2)$ ← ①+③+①=⑤

よって ①=36÷5=7.2(cm^2)

(色のついた部分の面積)= $12 \times 12 - (\text{①} + \text{③}) \times 4 = 144 - \text{⑩}$

= $144 - 7.2 \times 16 = 144 - 115.2 = 28.8(\text{cm}^2)$





例題と解説

(別解1)

右図3のように $EP=①$ とします。

このとき三角形AEPと三角形ADSの相似比は $1:2$ なので $DS=②$

他も同様に長さを書きこむと右図3のようになります。

(平行四辺形BEDGの面積) $=6 \times 12 = 72(\text{cm}^2)$

ここで図4のように底辺をGD側で考えると、正方形PQRSと平行四辺形BEDGは高さが等しいので (面積の比)=(底辺の長さの比) となります。

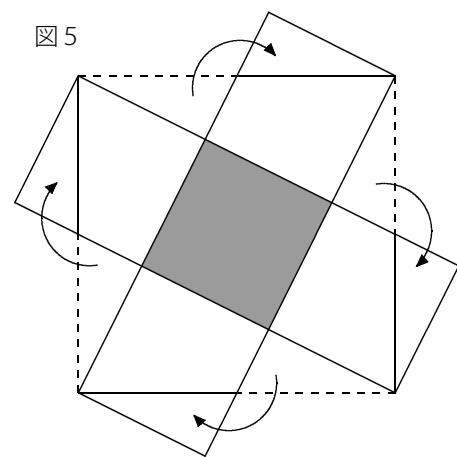
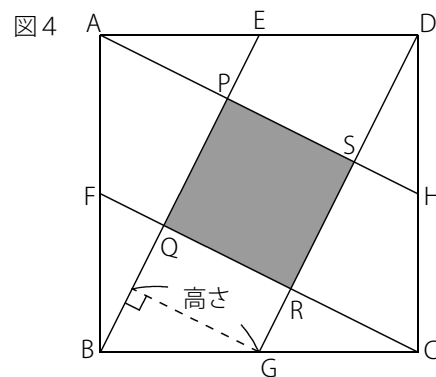
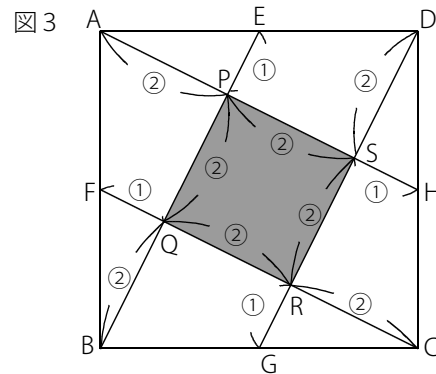
(正方形PQRSの面積) : (平行四辺形BEDGの面積) $=② : ⑤ = 2 : 5$

よって (正方形PQRSの面積) $=72 \times \frac{2}{5} = 28.8(\text{cm}^2)$

(別解2)

右図5のように等積移動すると、色のついた部分の正方形が5つ分になります。

よって (色のついた部分の面積) $=12 \times 12 \div 5 = 28.8(\text{cm}^2)$

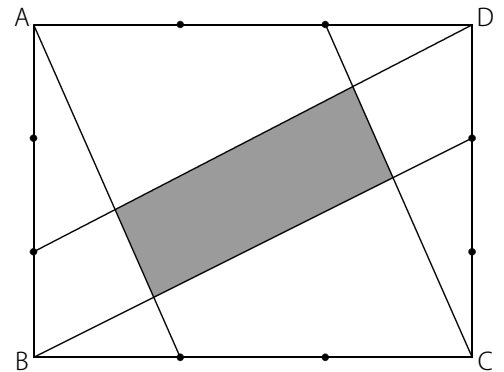




例題と解説

例題 5

四角形ABCDは長方形で、各辺を3等分した点を右図のように結びます。
このとき色のついた部分の面積は四角形ABCDの面積の何倍ですか。



答え $\frac{2}{11}$ 倍

[例題 5 の解説]

四角形AFCHとPQRSは平行四辺形です。右図のように $HS=①$ とします。

三角形DHSと三角形DAPの相似比は $1:3$ なので $AP=① \times 3=③$

三角形AEPと三角形ABQの相似比は $2:3$ なので $AQ=③ \times \frac{3}{2}=④.⑤$

よって $PQ=④.⑤-③=①.⑤$

また三角形BFQと三角形DHSは合同なので $QF=HS=①$

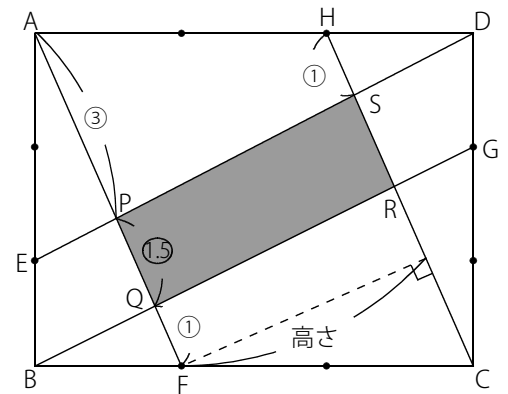
(平行四辺形AFCHの面積)=(四角形ABCDの面積) $\times \frac{2}{3}$

平行四辺形AFCHと平行四辺形PQRSは高さが等しいので (面積の比)=(底辺の長さの比) となります。

(平行四辺形PQRSの面積)=(平行四辺形AFCHの面積) $\times \frac{1.5}{3+1.5+1}=(\text{平行四辺形AFCHの面積}) \times \frac{3}{11}$

$=(\text{四角形ABCDの面積}) \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{11}=(\text{四角形ABCDの面積}) \times \frac{2}{11}$

よって色のついた部分の面積は四角形ABCDの面積の $\frac{2}{11}$ 倍





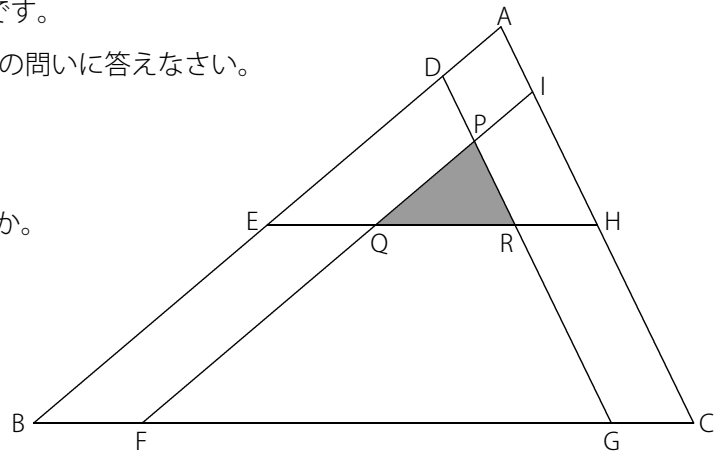
例題と解説

例題6

右図で $AD : DE : EB = 1 : 3 : 4$, $AI : IH : HC = 1 : 2 : 3$ です。

また、 AB と IF , AC と DG はそれぞれ平行です。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $BF : FG : GC$ を求めなさい。
- (2) 三角形PQRの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。



答え (1) $4 : 17 : 3$ (2) $\frac{25}{576}$ 倍

[例題6の解説]

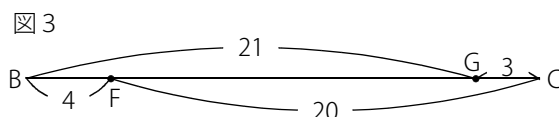
- (1) 右図1のように三角形ABCと三角形DBGに着目します。

相似比は $8 : 7$ なので $BG : GC = 7 : 1$

次に図2のように三角形ABCと三角形IFCに着目します。

相似比は $6 : 5$ なので $BF : FC = 1 : 5$

ここでBCの長さを $7+1=8$ と $1+5=6$ の最小公倍数の24とすると下図3のようになります。



よって $BF : FG : GC = 4 : 17 : 3$

図1

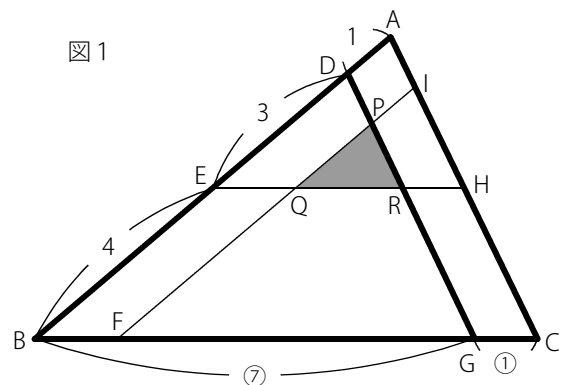
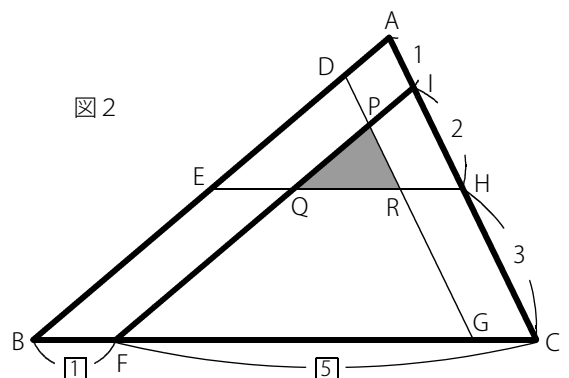


図2





例題と解説

- (2) このとき $BF : FG : GC = 4 : 17 : 3$ なので
 $BF = ④$, $FG = ⑰$, $GC = ③$ とします。

$AE : EB = AH : HC = 1 : 1$ より BC と EH は平行なので 三角形 ABC と 三角形 AEH は相似です。

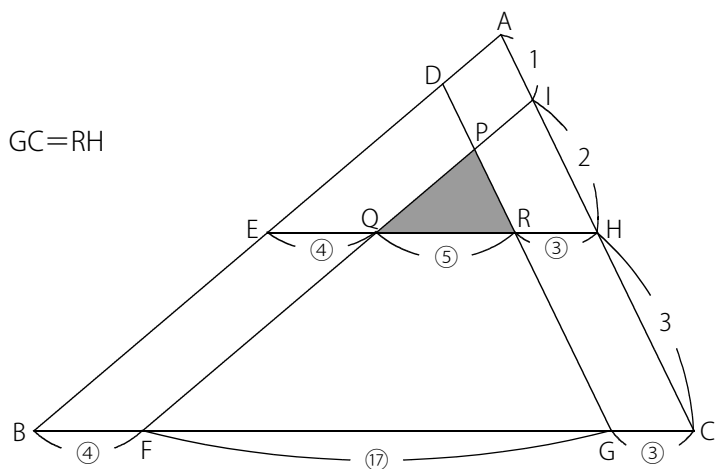
三角形 ABC と 三角形 AEH は相似比が $(1+2+3) : (1+2) = 2 : 1$ なので $BC : EH = 2 : 1$

$$\text{よって } EH = ②④ \times \frac{1}{2} = ⑫$$

また 四角形 $EBFQ$ と $RGCH$ は平行四辺形なので $BF = EQ$, $GC = RH$

よって 右図のようになります。

$$\text{このとき } QR = ⑫ - (④ + ③) = ⑤$$



三角形 PQR と 三角形 ABC の相似比は $⑤ : ②④ = 5 : 24$ より 面積比は $(5 \times 5) : (24 \times 24) = 25 : 576$

よって 三角形 PQR の面積は 三角形 ABC の面積の $\frac{25}{576}$ 倍であることがわかります。

ポイントまとめ

- ・ 高さの等しい三角形 , 高さの等しい四角形に着目しましょう。