

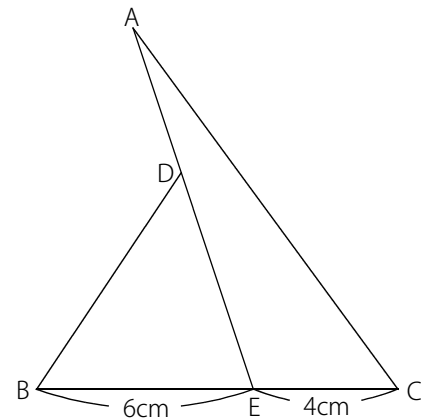


例題と解説

例題 1

右図の三角形DBEの面積と三角形ACEの面積は同じです。

AD : DE を求めなさい。



答え 1 : 2

[例題 1 の解説]

(三角形DBEの面積)=(三角形ACEの面積)= $1(\text{cm}^2)$ とします。

$$6 \times (\text{三角形DBEの高さ}) \div 2 = 1 \quad \text{より} \quad (\text{三角形DBEの高さ}) = 1 \times 2 \div 6 = \frac{1}{3}(\text{cm})$$

$$4 \times (\text{三角形ACEの高さ}) \div 2 = 1 \quad \text{より} \quad (\text{三角形ACEの高さ}) = 1 \times 2 \div 4 = \frac{1}{2}(\text{cm})$$

$$\text{よって} \quad (\text{三角形DBEの高さ}) : (\text{三角形ACEの高さ}) = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$$

このとき図1のようになります。

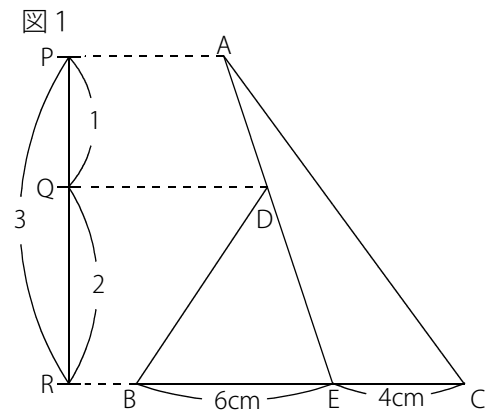
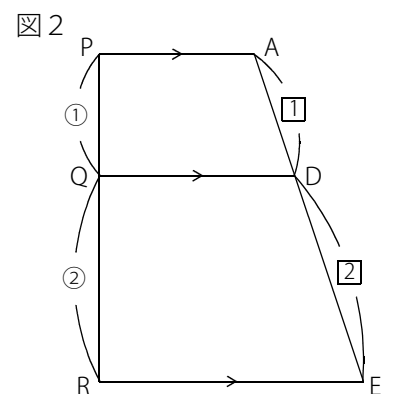


図2のように台形に着目すると平行線と線分の比の関係より

PQ : QR = AD : DE なので AD : DE = 1 : 2

※ (三角形DBEの面積)=(三角形ACEの面積)= $12(\text{cm}^2)$ のように最小公倍数を使うと高さが整数になるので計算は簡単になりますが、「1」を使う計算にも慣れておきましょう。





例題と解説

(別解)

右図のように等積変形するとわかりやすくなります。

(三角形DBEの面積)=(三角形ACEの面積) $=1(\text{cm}^2)$ とします。

このとき図4の $DE=1 \times 2 \div 6 = \frac{1}{3}(\text{cm})$, $AE=1 \times 2 \div 4 = \frac{1}{2}(\text{cm})$

$AE : DE = 3 : 2$ なので $AD : DE = 1 : 2$

図3

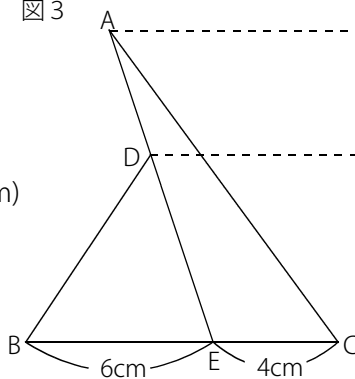
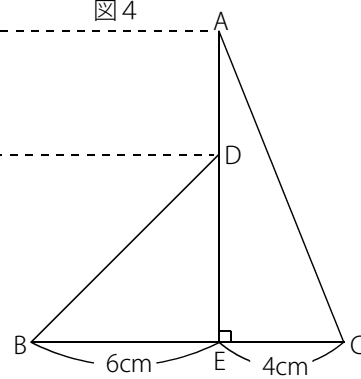
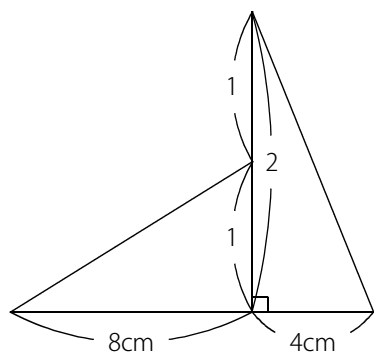


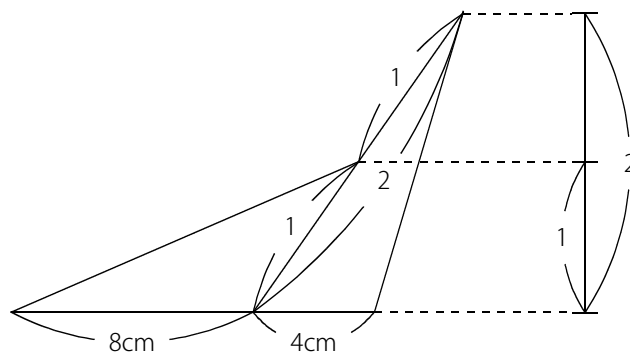
図4



※面積が等しい場合、底辺の比と高さの比が逆比の関係になります。



底辺の比 2 : 1
高さの比 1 : 2



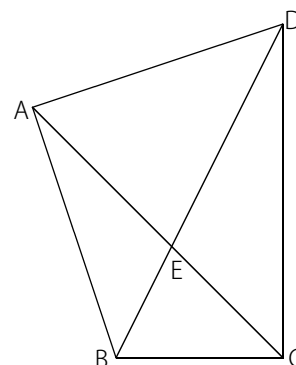
底辺の比 2 : 1
高さの比 1 : 2



例題と解説

例題 2

右図の三角形ABCの面積と三角形ADCの面積の比は $1:2$ です。BE:ED を求めなさい。



答え 1:2

[例題 2 の解説]

下図のように回転させて、等積変形します。

図 1

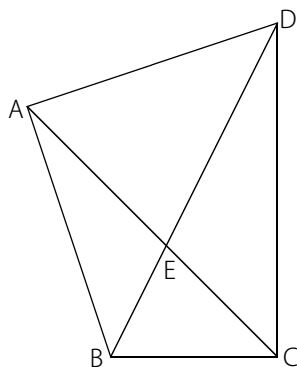


図 2

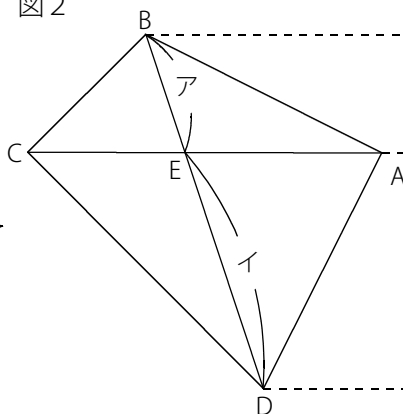


図 3

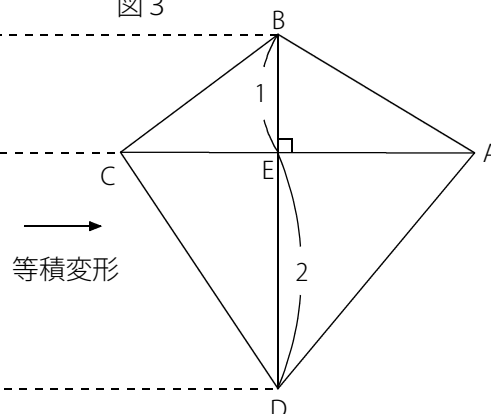


図 3 のように等積変形すると (三角形ABCの面積):(三角形ADCの面積) $=1:2$ で底辺ACは共通しているので、
(三角形ABCの高さ):(三角形ADCの高さ) $=1:2$

図 2 と図 3 をくらべると、平行線と線分の比の関係より ア:イ $=1:2$ なので BE:ED $=1:2$



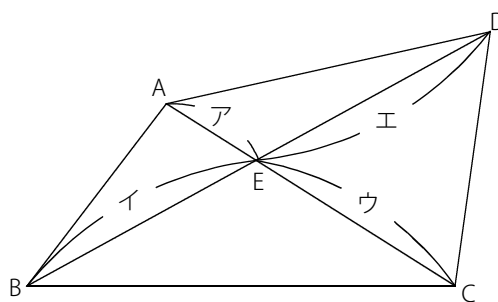
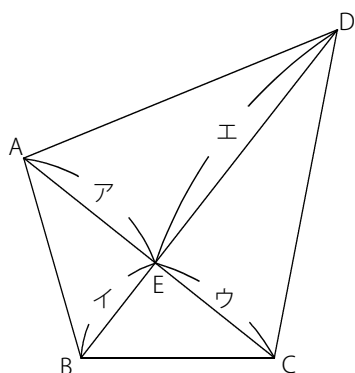
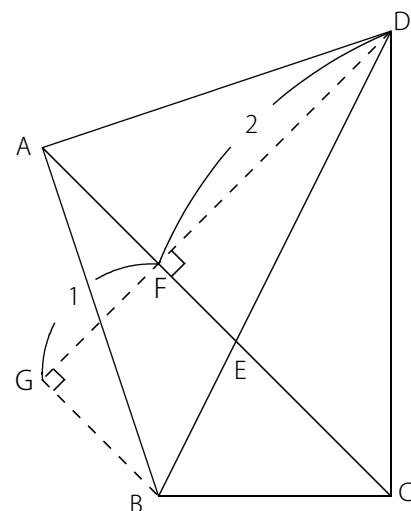
例題と解説

(別解)

右図のように三角形ABCの高さをGF，三角形ADCの高さをFD とします。

このとき三角形DEFと三角形DBGは相似なので $GF : FD = BE : ED = 1 : 2$

※対角線の長さや面積の比について整理しておきます。



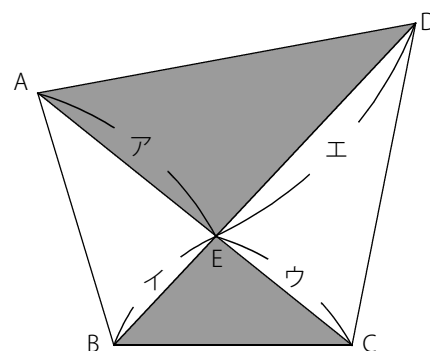
$$(\text{三角形ABDの面積}) : (\text{三角形CBDの面積}) = \text{ア} : \text{ウ}$$

$$(\text{三角形ABCの面積}) : (\text{三角形ADCの面積}) = \text{イ} : \text{エ}$$

上図の関係をもとに次の関係も成り立ちます。

$$(\text{三角形ADEの面積}) : (\text{三角形BCEの面積}) = (\text{ア} \times \text{エ}) : (\text{イ} \times \text{ウ})$$

$$(\text{三角形ABEの面積}) : (\text{三角形CDEの面積}) = (\text{ア} \times \text{イ}) : (\text{ウ} \times \text{エ})$$





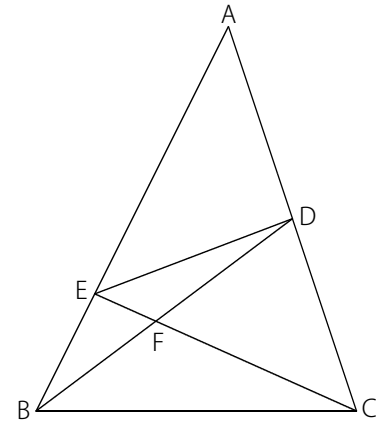
例題と解説

例題 3

右図で $AE:EB=5:2$, $AD:DC=1:1$ です。また三角形ABCの面積は 126cm^2 です。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 三角形CDEの面積は何 cm^2 ですか。
- (2) 三角形DEFの面積は何 cm^2 ですか。



答え (1) 45cm^2 (2) 10cm^2

[例題 3 の解説]

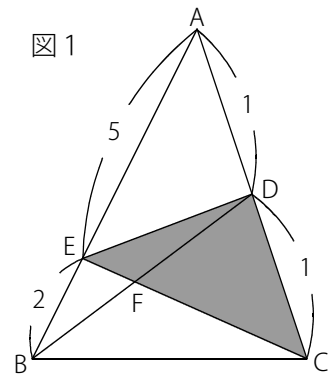
- (1) 右図 1 のように三角形ABCをCEで分割します。

$$(\text{三角形ACEの面積}) = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{5}{2+5} = 126 \times \frac{5}{7} = 90(\text{cm}^2)$$

次に三角形ACEをDEで分割します。

$$(\text{三角形CDEの面積}) = (\text{三角形ACEの面積}) \times \frac{1}{1+1} = 90 \times \frac{1}{2} = 45(\text{cm}^2)$$

図 1





例題と解説

- (2) 三角形DEFの面積を求めるために EF : FC を求めます。

図2のように (三角形FBCの面積)=② とします。

このとき矢印型三角形に着目すると (三角形FABの面積)=② , (三角形FCAの面積)=⑤
(三角形FAEの面積) : (三角形FBEの面積)=5 : 2 より

$$(\text{三角形FAEの面積}) = ② \times \frac{5}{5+2} = \left(\frac{10}{7}\right)$$

$$(\text{三角形FAEの面積}) : (\text{三角形FCAの面積}) = \left(\frac{10}{7}\right) : ⑤ = 2 : 7$$

EF : FC = 2 : 7 なので

$$(\text{三角形DEFの面積}) = (\text{三角形CDEの面積}) \times \frac{2}{2+7} = 45 \times \frac{2}{9} = 10(\text{cm}^2)$$

(別解)

EF : FC を求めずに三角形DEFの面積を求めます。

上図2より (三角形ABCの面積)=②+②+⑤=⑨

(三角形FCAの面積)=⑤ , AD=DC より

右図3のように (三角形FCDの面積)=⑤÷2=②.⑤

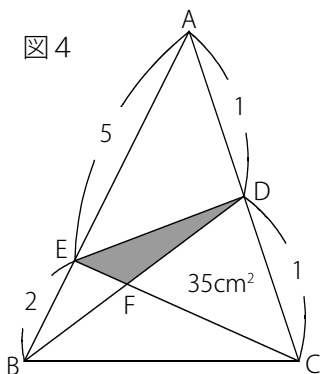
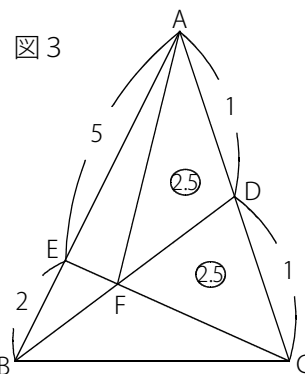
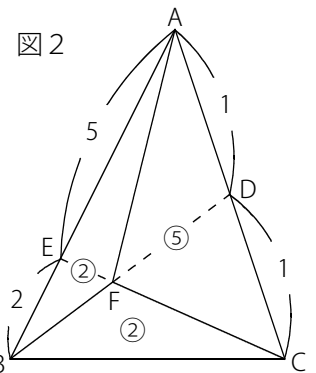
⑨=126(cm²) より ①=14(cm²) なので

$$(\text{三角形FCDの面積}) = ②.⑤ = 14 \times 2.5 = 35(\text{cm}^2)$$

(1)より (三角形CDEの面積)=45(cm²) なので (三角形DEFの面積)=45-35=10(cm²)

※別解のように解いたとしても EF : FC や BF : FD を問われたときに求められるようにしておきましょう。

$$BF : FD = ② : ②.⑤ = 4 : 5$$

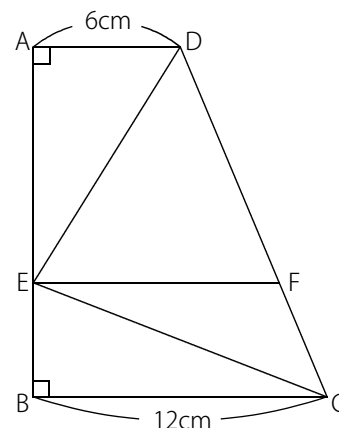




例題と解説

例題 4

右図の三角形ADEの面積と三角形BCEの面積は同じです。EFの長さは何cmですか。
ただし、EFはADとBCに平行です。



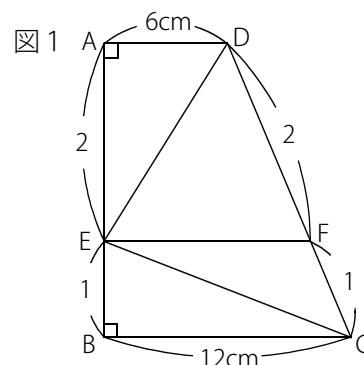
答え 10cm

[例題 4 の解説]

三角形ADEの面積と三角形BCEの面積は同じで、底辺の比は $AD : BC = 6 : 12 = 1 : 2$

このとき高さの比は図 1 のように底辺の比の逆比になるので $AE : EB = 2 : 1$

四角形ABCDは台形なので、平行線と線分の比の関係から $DF : FC = 2 : 1$

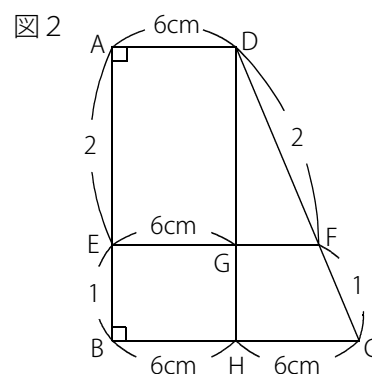


次に図 2 のように点Dを通過してABに平行な直線をDHとします。

このとき (三角形DHCと三角形DGFの相似比)=3 : 2

$$\text{よって } GF = HC \times \frac{2}{3} = 6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{cm})$$

$$EF = 6 + 4 = 10(\text{cm})$$





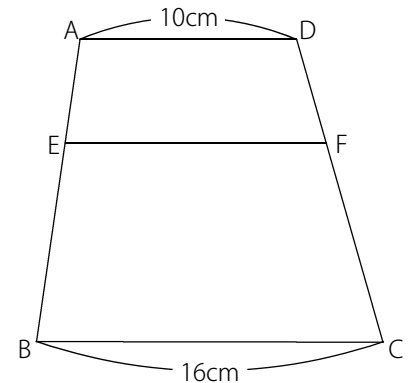
例題と解説

例題 5

右図の四角形ABCDは台形です。またEFはADとBCに平行です。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $AE : EB = 1 : 2$ とします。このとき台形AEFDと台形EBCFの面積比を求めなさい。
- (2) EFが14.8cmだとします。このとき $AE : EB$ を求めなさい。



答え (1) 11 : 28 (2) 4 : 1

[例題 5 の解説]

- (1) 図 1 のように点Aを通してDCに平行な線を引きます。
(三角形AEGと三角形ABHの相似比)=1 : 3 より $EG : BH = 1 : 3$

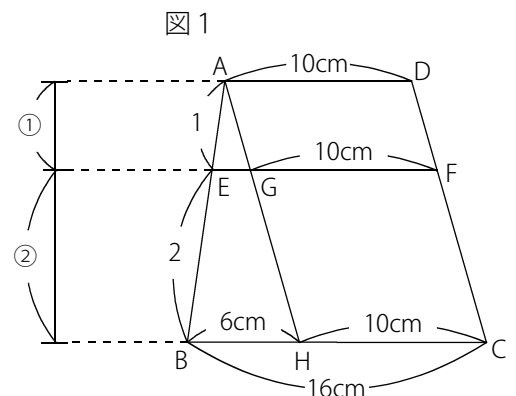
$$EG = 6 \times \frac{1}{3} = 2(\text{cm}) \quad \text{よって } EF = 2 + 10 = 12(\text{cm})$$

台形AEFDと台形EBCFの高さをそれぞれ ①, ② とします。

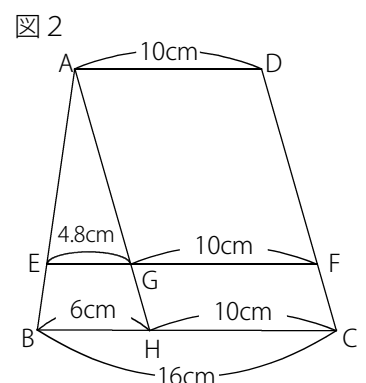
$$(\text{台形AEFDの面積}) = (10 + 12) \times \text{①} \div 2 = \text{⑪}$$

$$(\text{台形EBCFの面積}) = (12 + 16) \times \text{②} \div 2 = \text{⑳}$$

$$(\text{台形AEFDの面積}) : (\text{台形EBCFの面積}) = \text{⑪} : \text{㉘} = 11 : 28$$



- (2) $EF = 14.8(\text{cm})$ のときは図 2 のようになります。
(三角形AEGと三角形ABHの相似比)=4.8 : 6 = 4 : 5 より $AE : AB = 4 : 5$
よって $AE : EB = 4 : 1$



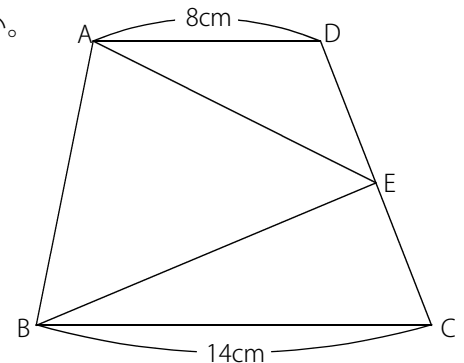


例題と解説

例題6

右図の四角形ABCDはADとBCが平行な台形です。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $DE : EC = 1 : 1$ とします。このとき三角形ABEの面積は台形ABCDの面積の何倍ですか。
- (2) 三角形ABEの面積が台形ABCDの面積の $\frac{5}{11}$ 倍だとします。このとき $DE : EC$ を求めなさい。



答え (1) $\frac{1}{2}$ 倍 (2) $1 : 2$

[例題6の解説]

- (1) (三角形ADCの面積) : (三角形ABCの面積) = $8 : 14 = 4 : 7$ より
(三角形ADCの面積) = ④, (三角形ABCの面積) = ⑦ とすると
(台形ABCDの面積) = ④ + ⑦ = ⑪
 $DE : EC = 1 : 1$ より
(三角形ADEの面積) = (三角形ADCの面積) $\times \frac{1}{2} = ④ \times \frac{1}{2} = ②$

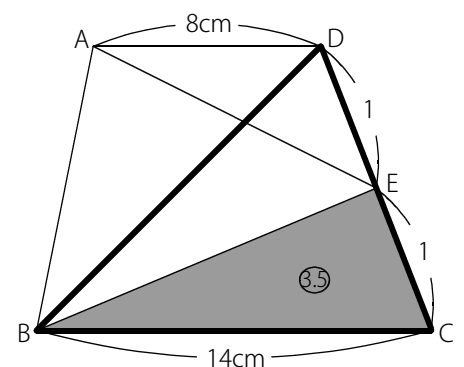
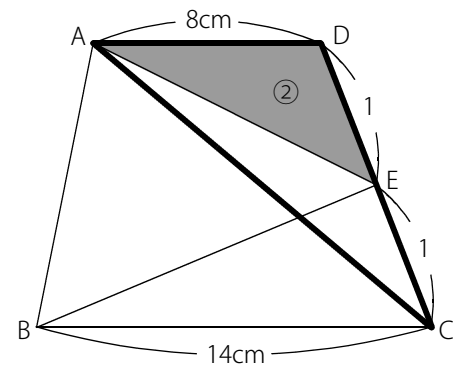
$$(\text{三角形BCDの面積}) = ⑪ \times \frac{7}{4+7} = ⑦$$

$DE : EC = 1 : 1$ より

$$(\text{三角形BCEの面積}) = (\text{三角形BCDの面積}) \times \frac{1}{2} = ⑦ \times \frac{1}{2} = ③.⑤$$

$$\text{よって } (\text{三角形ABEの面積}) = ⑪ - (② + ③.⑤) = ⑤.⑤$$

$$\text{三角形ABEの面積は台形ABCDの面積の } ⑤.⑤ \div ⑪ = \frac{1}{2} \text{ (倍)}$$





例題と解説

(別解)

右図のようにADとBCに平行な線EFを引きます。

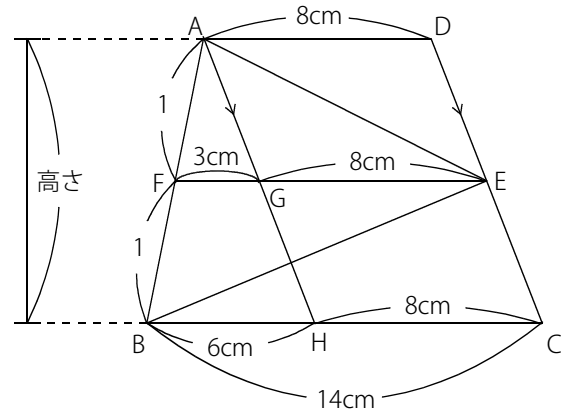
このとき右図のように $EF = 3 + 8 = 11(\text{cm})$

三角形ABEの底辺をEFとすると、高さは台形ABCDと同じです。

(台形ABCDの面積) $= (8 + 14) \times (\text{高さ}) \div 2 = 11 \times (\text{高さ})$

(三角形ABEの面積) $= 11 \times (\text{高さ}) \div 2 = 5.5 \times (\text{高さ})$

よって 三角形ABEの面積は台形ABCDの面積の $\frac{5.5}{11} = \frac{1}{2}$ (倍)



(2) (台形ABCDの面積) $= (8 + 14) \times (\text{高さ}) \div 2 = 11 \times (\text{高さ})$

(三角形ABEの面積) $= (\text{台形ABCDの面積}) \times \frac{5}{11}$ なので

(三角形ABEの面積) $= 11 \times (\text{高さ}) \times \frac{5}{11} = 5 \times (\text{高さ})$

三角形の面積なので「底辺×高さ÷2」の式に直すと

(三角形ABEの面積) $= 10 \times (\text{高さ}) \div 2$

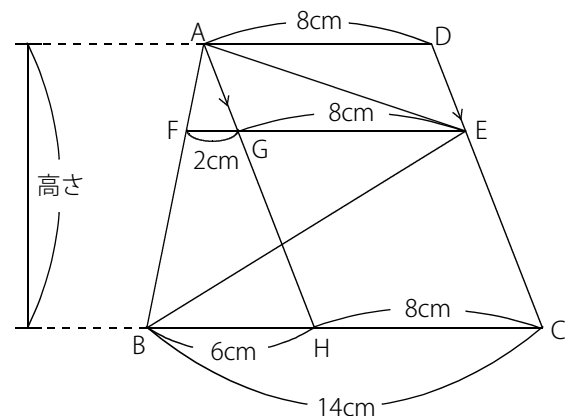
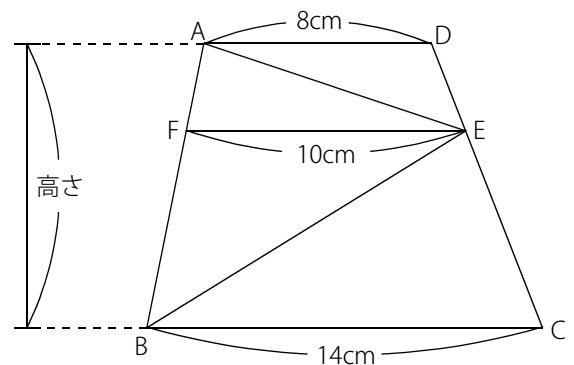
よって $EF = 10(\text{cm})$

$EF = 10(\text{cm})$ なので右図のように $FG = 10 - 8 = 2(\text{cm})$

(三角形AFGと三角形ABHの相似比) $= 2 : 6 = 1 : 3$

よって $AF : AB = 1 : 3$ なので $AF : FB = 1 : 2$

$AF : FB = DE : EC$ より $DE : EC = 1 : 2$

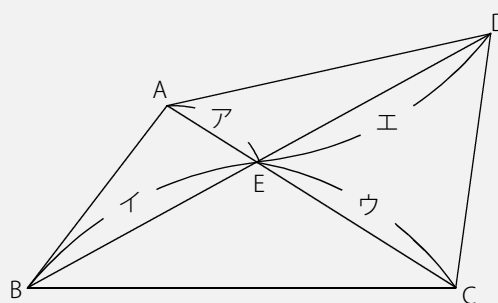
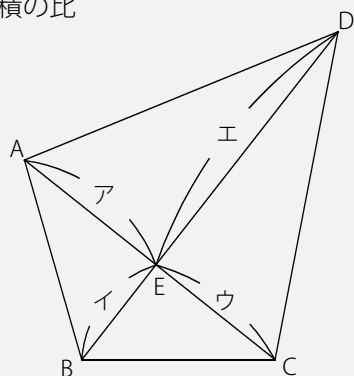




例題と解説

ポイントまとめ

- 面積が等しい場合、底辺の比と高さの比が逆比の関係になります。
- 対角線の長ささと面積の比



$$(\text{三角形ABDの面積}) : (\text{三角形CBDの面積}) = \text{ア} : \text{ウ}$$

$$(\text{三角形ABCの面積}) : (\text{三角形ADCの面積}) = \text{イ} : \text{エ}$$

- 上図の関係をもとに次の関係も成り立ちます。

$$(\text{三角形ADEの面積}) : (\text{三角形BCEの面積}) = (\text{ア} \times \text{エ}) : (\text{イ} \times \text{ウ})$$

$$(\text{三角形ABEの面積}) : (\text{三角形CDEの面積}) = (\text{ア} \times \text{イ}) : (\text{ウ} \times \text{エ})$$

