

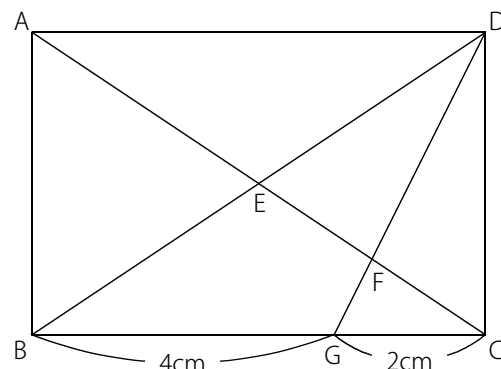


例題と解説

例題 1

右図の四角形ABCDは長方形です。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $AE : EF : FC$ を求めなさい。
- (2) 三角形DEFの面積は四角形ABCDの面積の何倍ですか。



答え (1) $2 : 1 : 1$ (2) $\frac{1}{8}$ 倍

[例題 1 の解説]

- (1) 図 1 のような砂時計型の相似に着目します。

三角形ADEと三角形CBEの相似比は $1 : 1$ なので $AE : EC = 1 : 1$

次に図 2 のような砂時計型の相似に着目します。

三角形ADFと三角形CGFの相似比は $6 : 2 = 3 : 1$ なので $AF : FC = 3 : 1$

$AE : EC = 1 : 1$ なので $AE = \text{①}$, $EC = \text{①}$ とします。

$AF : FC = 3 : 1$ なので $AF = \text{③}$, $FC = \text{①}$ とします。

ACに着目すると下図のようになります。

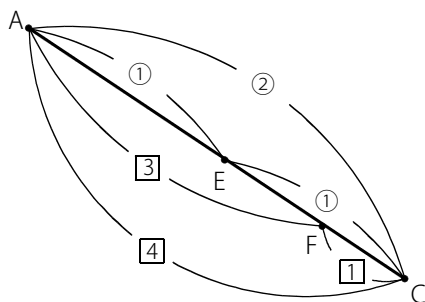


図 1

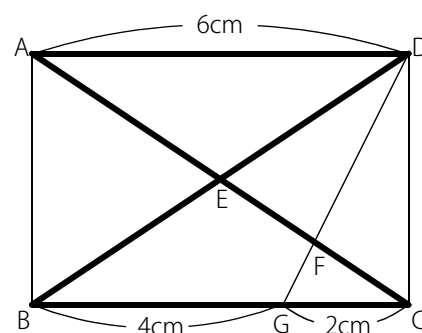
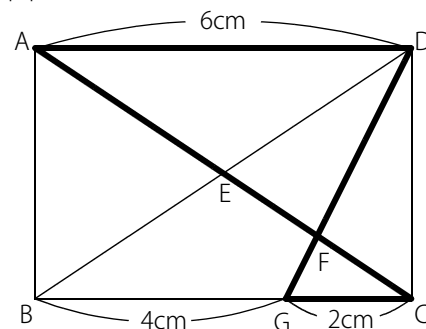


図 2



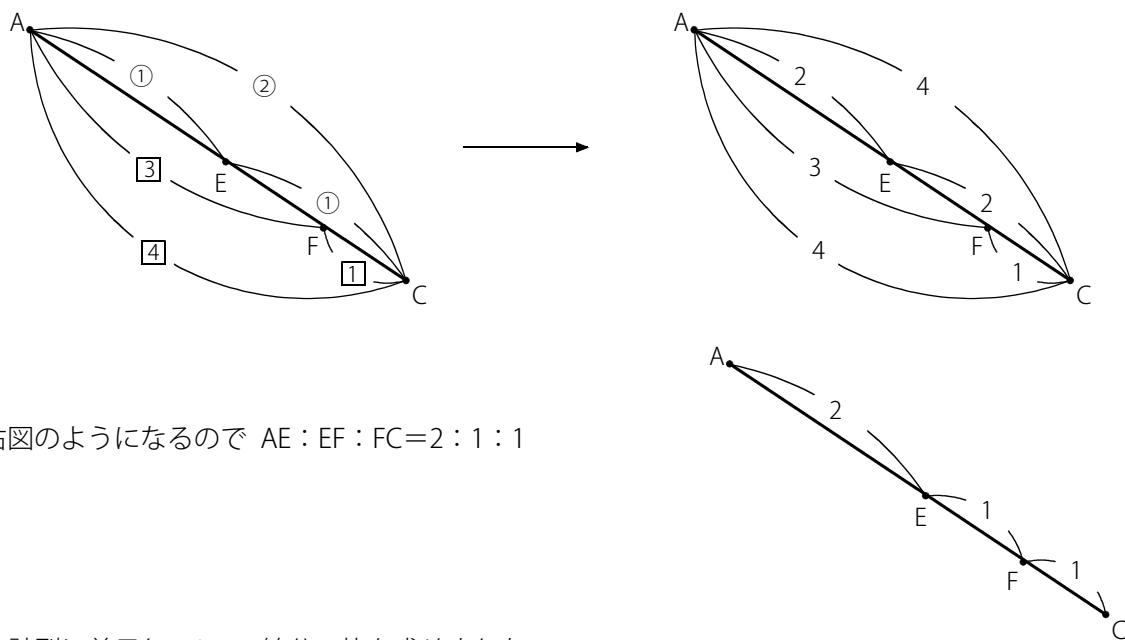


例題と解説

$AC = \textcircled{1} + \textcircled{1} = \textcircled{2}$, $AC = \textcircled{3} + \textcircled{1} = \textcircled{4}$ なので $\textcircled{2} = \textcircled{4}$

○と□をそろえるために、ACの長さを2と4の最小公倍数である4とします。

このとき下図のようになります。



整理すると右図のようになるので $AE : EF : FC = 2 : 1 : 1$

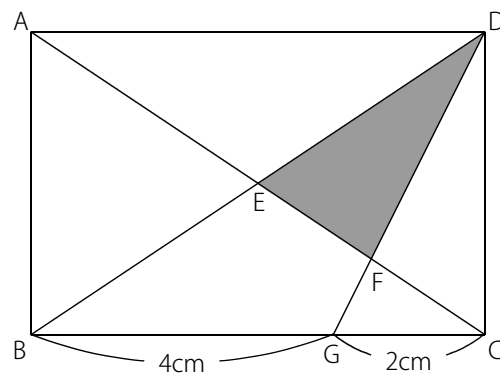
※ 2組の砂時計型に着目して3つの線分の比を求めました。

- (2) 三角形ADCの面積は四角形ABCDの面積の $\frac{1}{2}$ です。

さらに $AE : EF : FC = 2 : 1 : 1$ なので

三角形DEFの面積は三角形ADCの面積の $\frac{1}{2+1+1} = \frac{1}{4}$

よって三角形DEFの面積は四角形ABCDの面積の $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ (倍)





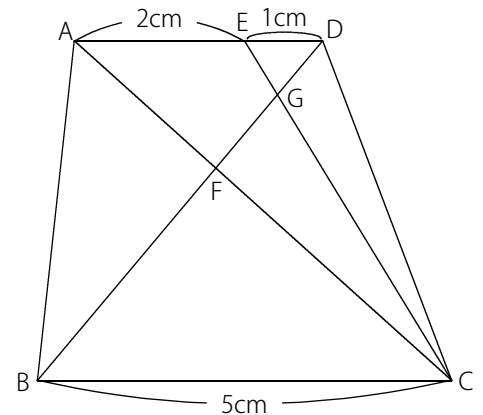
例題と解説

例題 2

右図の四角形ABCDはADとBCが平行な台形です。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $BF : FG : GD$ を求めなさい。
- (2) 三角形CFGの面積は四角形ABCDの面積の何倍ですか。



答え (1) $15 : 5 : 4$ (2) $\frac{25}{192}$ 倍

[例題 2 の解説]

- (1) 図 1 , 図 2 のように 2 組の相似に着目します。

(三角形ADFと三角形CBFの相似比)=3 : 5 より $DF : FB = 3 : 5$

(三角形EDGと三角形CBGの相似比)=1 : 5 より $DG : GB = 1 : 5$

$DF + FB = 3 + 5 = 8$, $DG + GB = 1 + 5 = 6$ なので

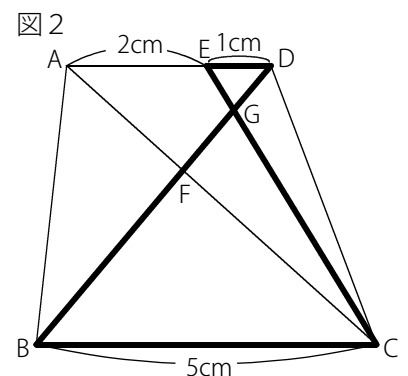
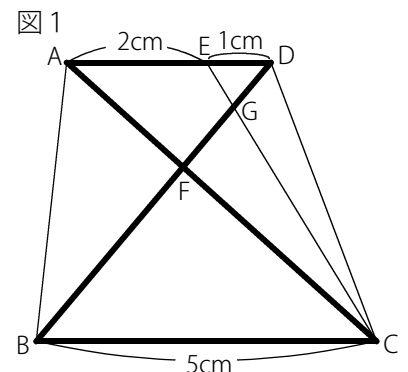
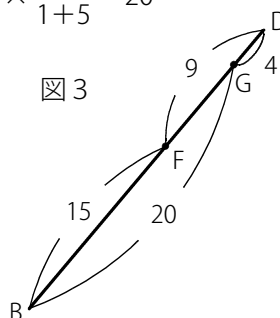
DBの長さを6と8の最小公倍数の24とします。

このとき $DF : FB = 3 : 5$ より $DF = 24 \times \frac{3}{3+5} = 9$, $FB = 24 \times \frac{5}{3+5} = 15$

$DG : GB = 1 : 5$ より $DG = 24 \times \frac{1}{1+5} = 4$, $GB = 24 \times \frac{5}{1+5} = 20$

よって右図 3 のようになります。

$BF : FG : GD = 15 : 5 : 4$





例題と解説

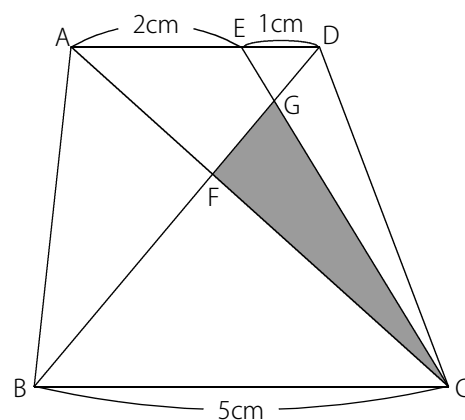
(2) (三角形ADBと三角形CBDの面積比)=3:5

よって (三角形CBDの面積)=(四角形ABCDの面積) $\times \frac{5}{8}$

さらに BF:FG:GD=15:5:4 なので

三角形CFGの面積は三角形CBDの面積の $\frac{5}{15+5+4} = \frac{5}{24}$

よって三角形CFGの面積は四角形ABCDの面積の $\frac{5}{8} \times \frac{5}{24} = \frac{25}{192}$ (倍)

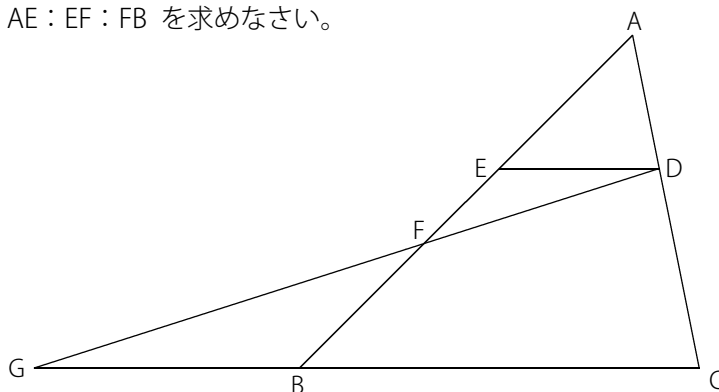




例題と解説

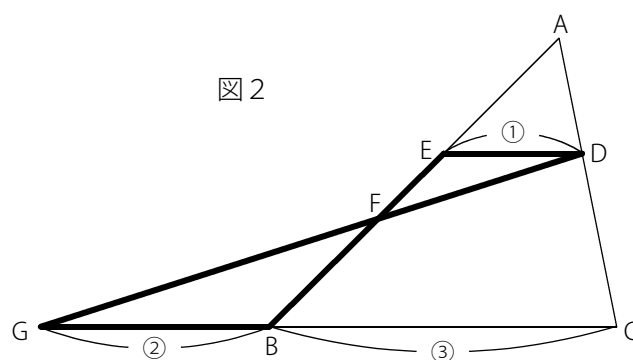
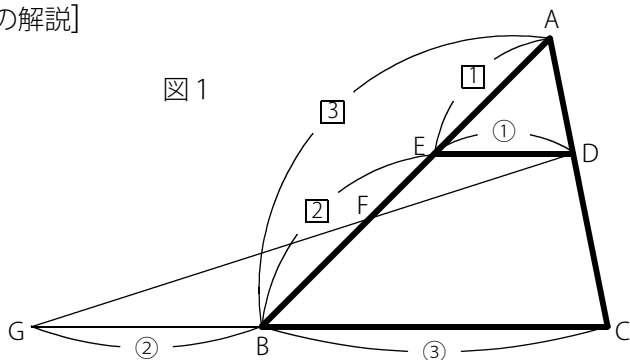
例題 3

右図で $AE : EB = AD : DC = 1 : 2$, $GB : BC = 2 : 3$ です。 $AE : EF : FB$ を求めなさい。



答え 3 : 2 : 4

[例題 3 の解説]



$AE : EB = AD : DC = 1 : 2$ なので ED と BC は平行です。よって三角形 AED と三角形 ABC は相似であることがわかります。

図 1 のようなピラミッド型に着目すると (三角形 AED と三角形 ABC の相似比) $= 1 : 3$ なので $ED : BC = 1 : 3$

ここで $ED = ①$, $BC = ③$ とすると $GB : BC = 2 : 3$ なので $GB = ②$ となります。

次に図 2 のように砂時計型の相似に着目します。(三角形 EDF と三角形 BGF の相似比) $= 1 : 2$ より $EF : FB = 1 : 2$

$$\text{図 1 より } EF + FB = ② \text{ なので } EF = ② \times \frac{1}{1+2} = \frac{②}{3}, FB = ② \times \frac{2}{1+2} = \frac{④}{3}$$

$$\text{よって } AE : EF : FB = ① : \frac{②}{3} : \frac{④}{3} = 3 : 2 : 4$$



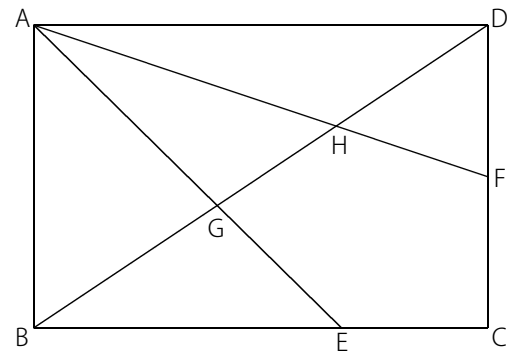
例題と解説

例題 4

右図の四角形ABCDは長方形です。

点FはCDの中点で、 $BE:EC=2:1$ です。

$BG:GH:HD$ を求めなさい。



答え 6:4:5

[例題 4 の解説]

$BE=②$, $EC=①$ とすると図 1 のように $AD=②+①=③$

(三角形ADGと三角形EBGの相似比) $=3:2$ より $DG:GB=3:2$

次に図 2 のように点FはCDの中点なので $AB=②$ とすると $DF=①$

(三角形ABHと三角形FDHの相似比) $=2:1$ より $BH:HD=2:1$

$DG+GB=3+2=5$, $BH+HD=2+1=3$ なので

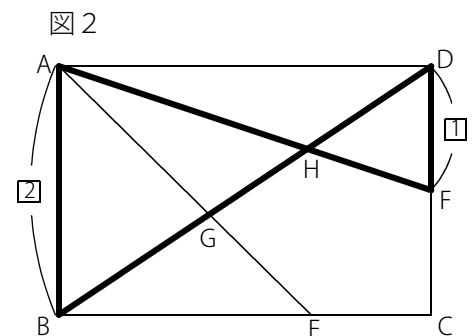
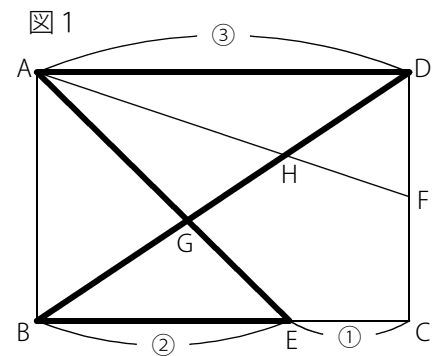
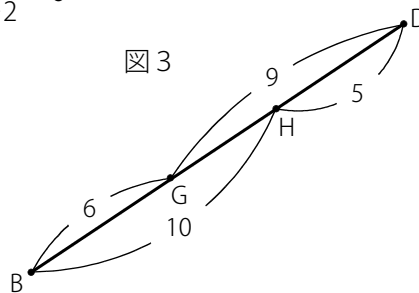
BDの長さを5と3の最小公倍数の15とします。

このとき $DG=15 \times \frac{3}{3+2}=9$, $GB=15 \times \frac{2}{3+2}=6$

$BH=15 \times \frac{2}{2+1}=10$, $HD=15 \times \frac{1}{2+1}=5$

よって右図 3 のようになります。

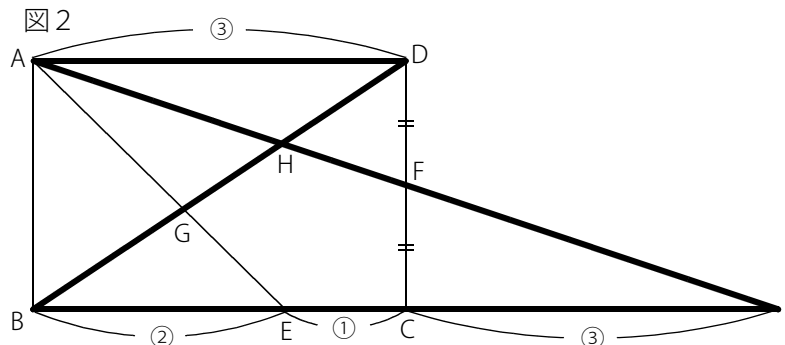
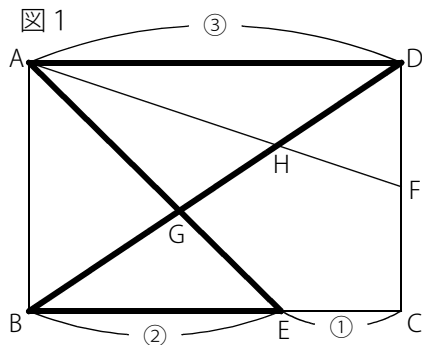
$BG:GH:HD=6:4:5$



※砂時計型とチョウチョ型の2組の相似に着目しました。



(別解)



$BE=②$, $EC=①$ とすると図1のように $AD=②+①=③$

(三角形ADGと三角形EBGの相似比)=3 : 2 より $DG : GB=3 : 2$

次に図2のように、AFをのばした直線と、BCをのばした直線が交わる点をIとします。

FはDCの midpoint なので $DF : FC=1 : 1$ より (三角形ADFと三角形ICFの相似比)=1 : 1 よって $IC=AD=③$

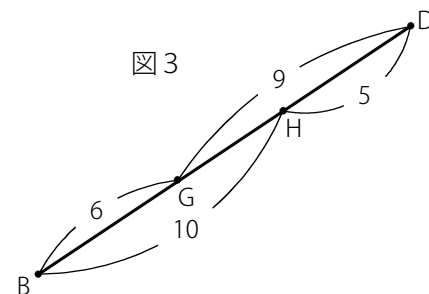
ここで図2のような砂時計型の相似に着目します。

$AD=③$, $BI=②+①+③=⑥$ より (三角形ADHと三角形IBHの相似比)= $③ : ⑥=1 : 2$

よって $DH : HB=1 : 2$

あとは同じようにBDの長さを5と3の最小公倍数の15とすると右図のようになります。

$BG : GH : HD=6 : 4 : 5$



※別解のように補助線を付け足さなくても、砂時計型とチョウチョ型に着目すれば解ことができます。

ただし「補助線で延長して三角形の相似を作る」という操作を利用することも多いので慣れておきましょう。



例題と解説

ポイントまとめ

- ・ 相似の関係にある複数の図形に着目して、長さを比例配分します。
- ・ 同じ部分の長さに最小公倍数を用いることで比例配分の計算が簡単になります。
- ・ 辺を延長して相似な図形を作るという操作に慣れておきましょう。