

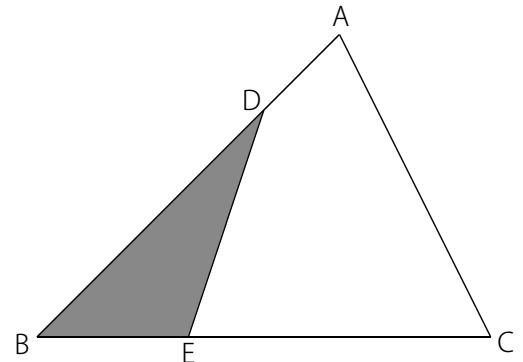


例題と解説

例題 1

右図で $AD : DB = 1 : 3$, $BE : EC = 1 : 2$ です。

色のついた部分の三角形DBEの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。



答え $\frac{1}{4}$ 倍

[例題 1 の解説]

右図のように、まずはAEで三角形ABCを^{ぶんかつ}分割します。

このとき (三角形ABEの面積) : (三角形AECの面積) = 1 : 2 なので

(三角形ABEの面積) : (三角形ABCの面積) = 1 : 3

よって (三角形ABEの面積) = (三角形ABCの面積) $\times \frac{1}{3}$... 式 1

次に三角形ABEをDEで分割します。

このとき (三角形ADEの面積) : (三角形DBEの面積) = 1 : 3 なので

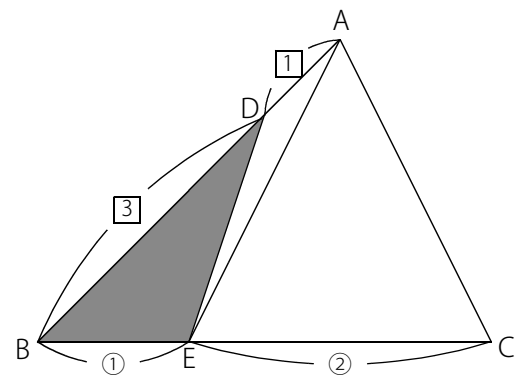
(三角形DBEの面積) : (三角形ABEの面積) = 3 : 4

よって (三角形DBEの面積) = (三角形ABEの面積) $\times \frac{3}{4}$... 式 2

式 1 と式 2 より、色のついた部分の三角形DBEの面積は、三角形ABCの面積の $\frac{1}{3}$ 倍の、さらに $\frac{3}{4}$ 倍であることがわかります。

よって (三角形DBEの面積) = (三角形ABCの面積) $\times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$ = (三角形ABCの面積) $\times \frac{1}{4}$

色のついた部分の三角形DBEの面積は三角形ABCの面積の $\frac{1}{4}$ 倍





例題と解説

(別解 1)

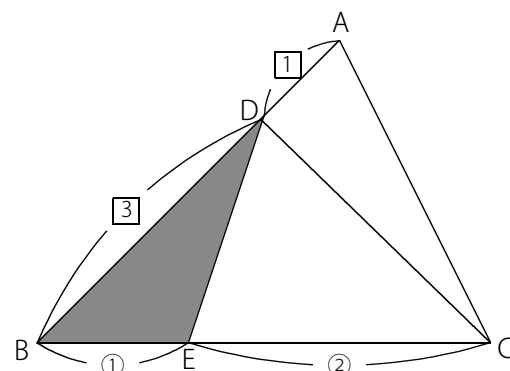
右図のようにCDで分割しても同じです。

$$(\text{三角形BCDの面積}) = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{3}{4}$$

次に三角形BCDをDEで分割します。

$$(\text{三角形DBEの面積}) = (\text{三角形BCDの面積}) \times \frac{1}{3}$$

$$\text{よって } (\text{三角形DBEの面積}) = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{1}{4}$$



(別解 2)

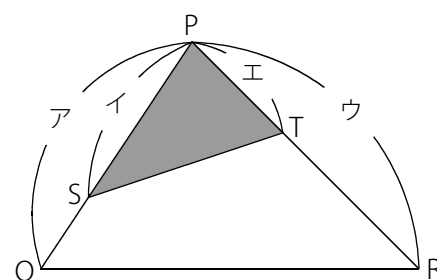
例えば右図のような場合

$$(\text{色のついた部分の三角形の面積}) = (\text{三角形PQRの面積}) \times \frac{\text{イ}}{\text{ア}} \times \frac{\text{エ}}{\text{ウ}} \text{ となります。}$$

※これは特別な公式というわけではなく、RSで分割して、

さらにSTで分割しているのを1つの式にまとめているだけです。

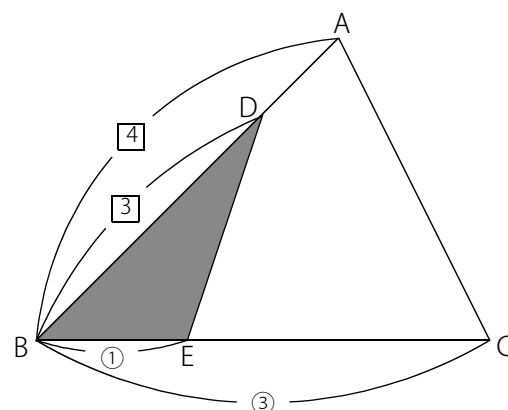
※とても大切な式なので三角形の分割を理解した上で覚えておきましょう。



この式を用いると

$$(\text{三角形DBEの面積}) = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = (\text{三角形ABCの面積}) \times \frac{1}{4}$$

※四角形ADECの面積は、三角形ABCの $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (倍) です。



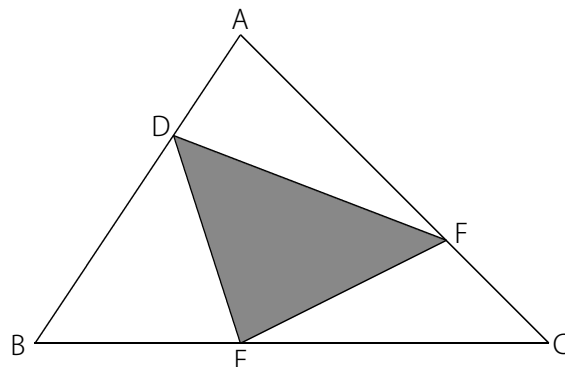


例題と解説

例題2

右図で $AD : DB = 1 : 2$, $BE : EC = 2 : 3$, $CF : FA = 1 : 2$ です。

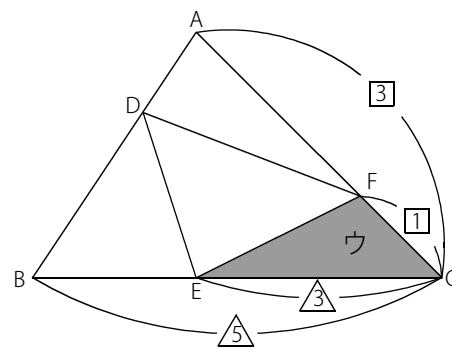
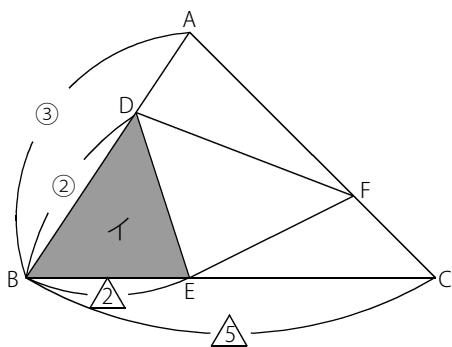
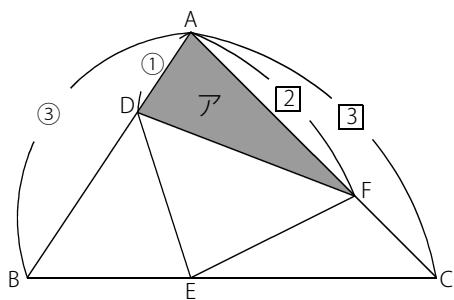
色のついた部分の三角形DEFの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。



答え $\frac{14}{45}$ 倍

[例題2の解説]

下図のように全体からア、イ、ウの部分の面積を引いて、色のついた部分の三角形DEFの面積を求めます。



三角形ABCの面積を1とします。

$$ア = 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \quad , \quad イ = 1 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \quad , \quad ウ = 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{よって (色のついた部分の三角形DEFの面積)} = 1 - \left(\frac{2}{9} + \frac{4}{15} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{31}{45} = \frac{14}{45}$$

$\frac{14}{45} \div 1 = \frac{14}{45}$ なので角形DEFの面積は三角形ABCの面積の $\frac{14}{45}$ 倍であることがわかります。



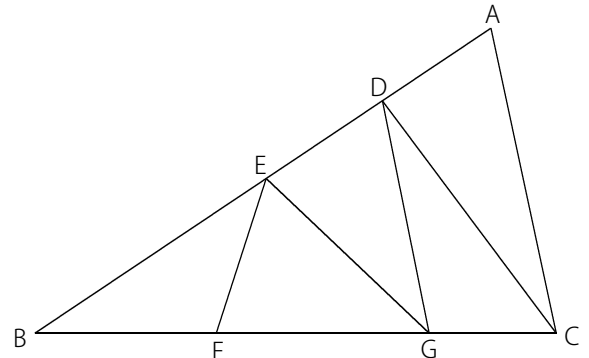
例題と解説

例題3

三角形ABCを右図のように面積の等しい5つの三角形に分けました。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) $BF : FG : GC$ を求めなさい。
- (2) $AB=12\text{cm}$ のとき、 DE の長さは何cmですか。



答え (1) $3 : 3 : 2$ (2) 3.2cm

[例題3の解説]

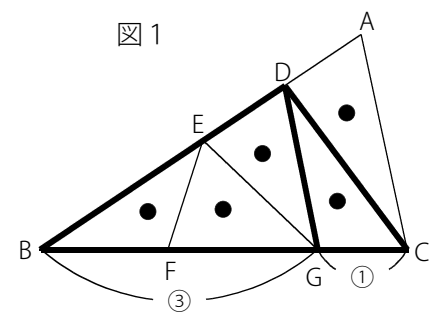
- (1) 5つの三角形は面積が等しいので右図1のように1つの面積を●とします。

そして太線で囲まれた2つの三角形DBGとDCGに着目します。

(三角形DBGの面積) : (三角形DCGの面積) = $3 : 1$

これらは高さが等しいので底辺の長さの比も $3 : 1$ です。

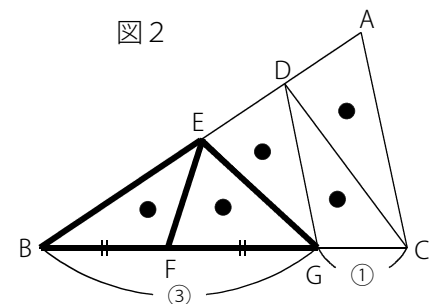
よって $BG : GC = 3 : 1$



次に三角形EBFとEGFに着目すると面積と高さが等しいので底辺の長さは同じです。

よって $BG = 3$ とすると $BF = FG = 3 \div 2 = 1.5$

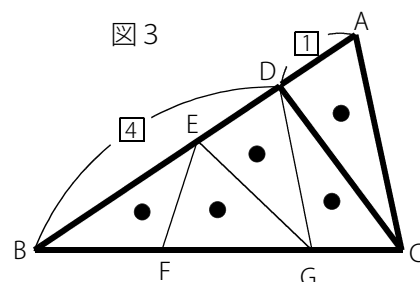
$BF : FG : GC = 1.5 : 1.5 : 1 = 3 : 3 : 2$



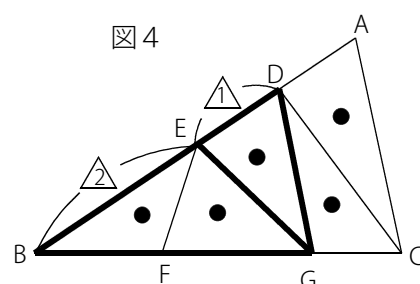


例題と解説

- (2) 右図3のように三角形BCDと三角形ACDに着目すると
(三角形BCDの面積) : (三角形ACDの面積) = 4 : 1 なので BD : DA = 4 : 1



- 次に図4のように三角形BGEと三角形DGEに着目すると
(三角形BGEの面積) : (三角形DGEの面積) = 2 : 1 なので BE : ED = 2 : 1



$$BD = 4 \text{ とすると } DE = 4 \times \frac{1}{2+1} = \frac{4}{3}$$

$$5 = 12(\text{cm}) \text{ なので } 1 = 12 \div 5 = 2.4(\text{cm})$$

$$\text{よって } DE = \frac{4}{3} = 2.4 \times \frac{4}{3} = 3.2(\text{cm})$$

※高さの等しい三角形に着目して、面積比から底辺の長さの比を求めましょう。

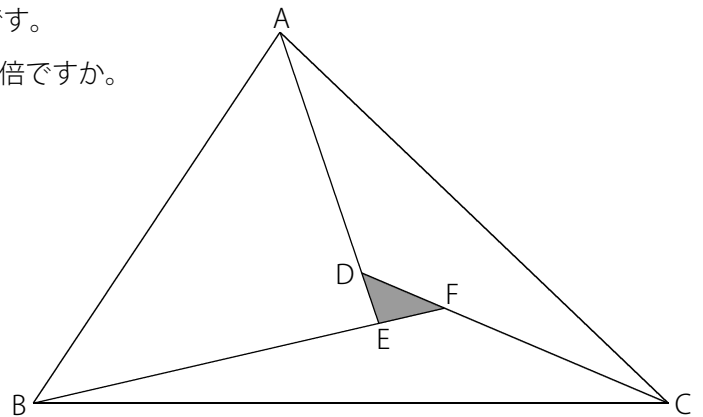


例題と解説

例題 4

右図で $AD : DE = 4 : 1$, $BE : EF = 5 : 1$, $CF : FD = 3 : 1$ です。

三角形ABCの面積は色のついた部分の三角形DEFの面積の何倍ですか。



答え 60倍

[例題 4 の解説]

(色のついた部分の三角形DEFの面積)=① として、三角形ABCの面積がどれだけになるかを求めます。

まずは下図のように、三角形ACDがどれだけになるかを求めます。

図 1

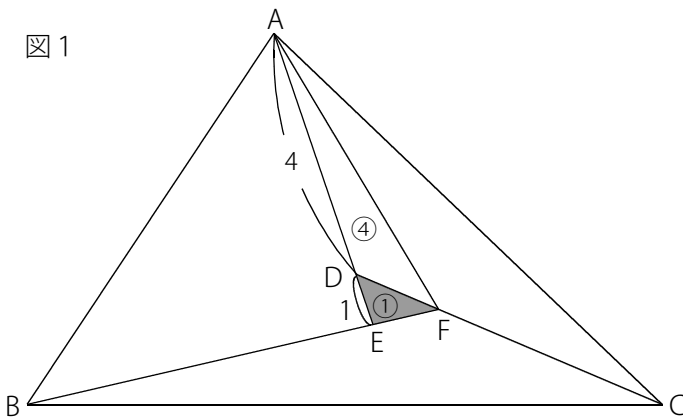


図 2

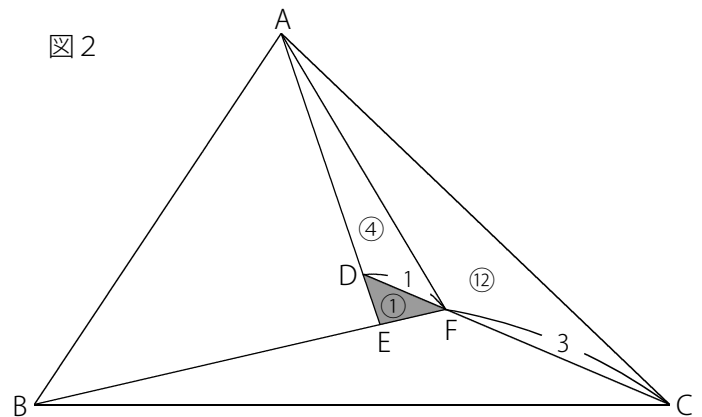


図 1 より三角形DEFと三角形ADFは底辺の長さの比が $1 : 4$ で高さが等しいので (三角形ADFの面積) $=① \times 4 = ④$

さらに図 2 より三角形ADFと三角形AFCは底辺の長さの比が $1 : 3$ で高さが等しいので (三角形AFCの面積) $=④ \times 3 = ⑫$

よって (三角形ACDの面積) $=④ + ⑫ = ⑯$ であることがわかります。



例題と解説

同じように三角形ABEがどれだけになるかを求めます。

図 3

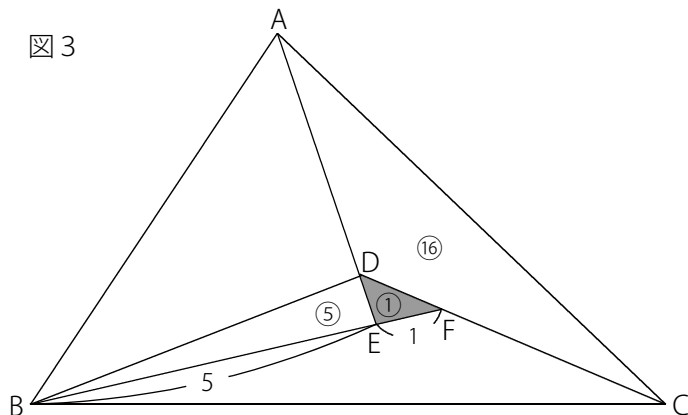


図 4

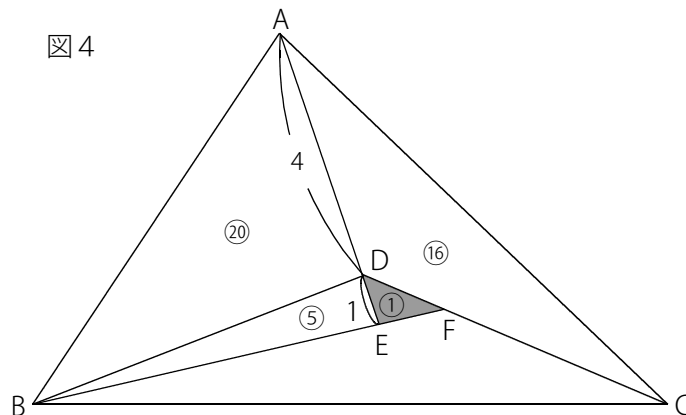


図 3 より三角形DEFと三角形DBEは底辺の長さの比が $1:5$ で高さが等しいので (三角形DBEの面積) $=① \times 5 = ⑤$

さらに図 4 より三角形DBEと三角形ABDは底辺の長さの比が $1:4$ で高さが等しいので (三角形ABDの面積) $=⑤ \times 4 = ②⑤$

よって (三角形ABEの面積) $=⑤ + ②⑤ = ③①$ であることがわかります。

最後に三角形BCFがどれだけになるかを求めます。

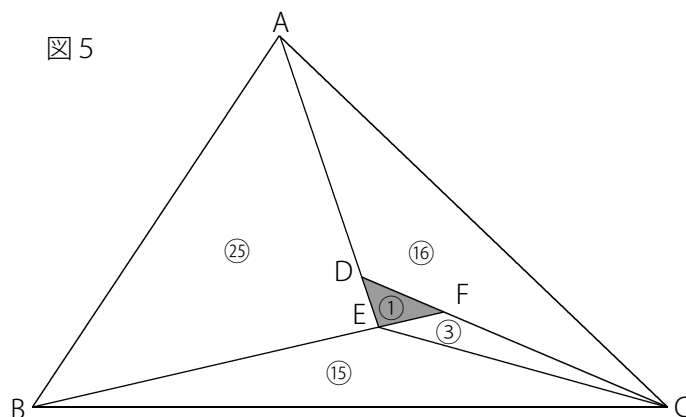
これまでと同じように考えて $DF:FC=1:3$ より

(三角形FCE) $=① \times 3 = ③$

そして $FE:EB=1:5$ なので (三角形BCE) $=③ \times 5 = ①⑤$

よって (三角形BCFの面積) $=③ + ①⑤ = ①⑧$

図 5



(三角形ABCの面積) $=① + ①⑥ + ②⑤ + ①⑧ = ④①$

よって三角形ABCの面積は三角形DEFの面積の $④① \div ① = ④①$ (倍) となります。

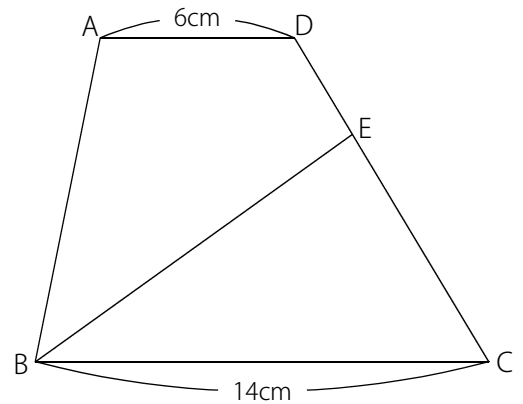


例題と解説

例題 5

右図の四角形ABCDはADとBCが平行な台形です。

この台形の面積をBEで2等分します。DE：ECを求めなさい。



答え 2：5

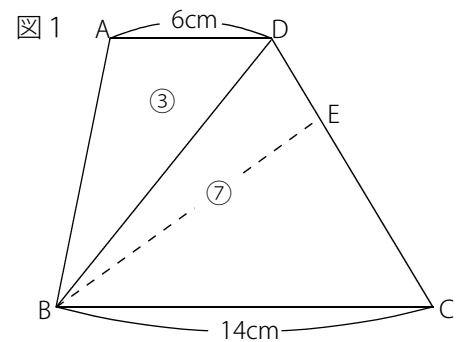
[例題 5 の解説]

右図 1 のように台形をBDで分けます。

このとき三角形ABDと三角形BCDは高さが等しい三角形なので
面積比は底辺の長さの比になります。

よって (三角形ABDの面積)：(三角形BCDの面積) = 6：14 = 3：7

ここで図 1 のように (三角形ABDの面積) = ③ , (三角形BCDの面積) = ⑦ とします。



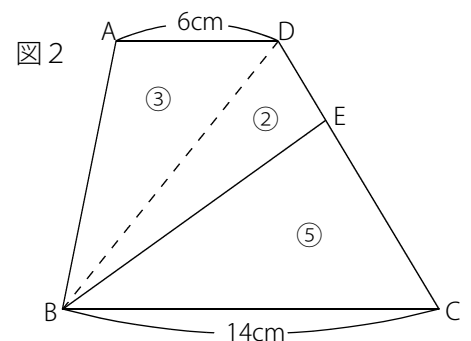
このとき (台形ABCDの面積) = ③ + ⑦ = ⑩

この⑩をBEで2等分するので (四角形ABEDの面積) = ⑩ ÷ 2 = ⑤ , (三角形BCEの面積) = ⑤

よって図 2 のように (三角形BDEの面積) = ⑤ - ③ = ② となります。

三角形BDEと三角形BCEは高さが等しい三角形なので (面積比) = (底辺の長さの比)

(三角形BDEの面積)：(三角形BCEの面積) = 2：5 より DE：EC = 2：5

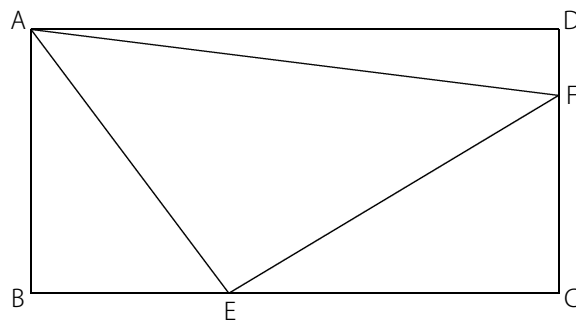




例題と解説

例題 6

右図の長方形ABCDの面積は 128cm^2 ，三角形ABEの面積は 24cm^2 ，
三角形ADFの面積は 16cm^2 です。三角形AEFの面積は何 cm^2 ですか。



答え $58(\text{cm}^2)$

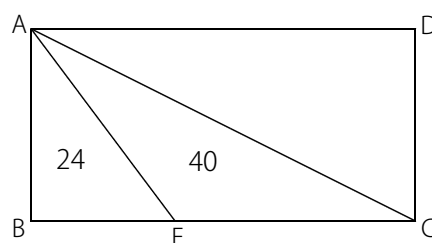
[例題 6 の解説]

三角形ABCの面積は長方形の半分なので (三角形ABCの面積) $=128 \div 2 = 64(\text{cm}^2)$

よって (三角形ACEの面積) $=64 - 24 = 40(\text{cm}^2)$

このとき右図 1 のようになるので $BE : EC = 24 : 40 = 3 : 5$

図 1

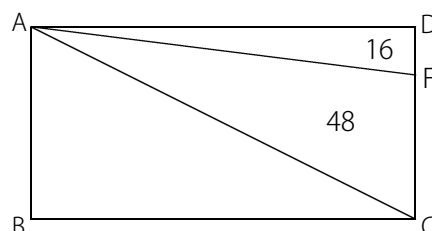


同じように (三角形ACDの面積) $=128 \div 2 = 64(\text{cm}^2)$ なので

(三角形ACFの面積) $=64 - 16 = 48(\text{cm}^2)$

このとき右図 2 のようになるので $DF : FC = 16 : 48 = 1 : 3$

図 2



三角形ECFの面積を求めます。

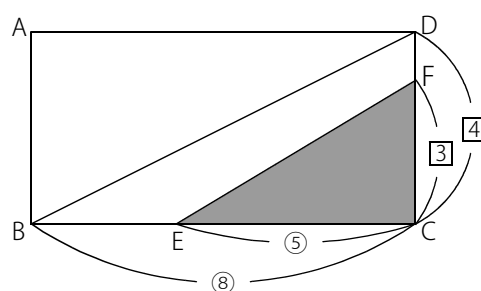
(三角形BCDの面積) $=128 \div 2 = 64(\text{cm}^2)$

図3の色のついた部分の三角形ECFの面積は

$$64 \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = 30(\text{cm}^2) \quad \text{※三角形の分割の式を利用}$$

よって (三角形AEFの面積) $=128 - (24 + 16 + 30) = 58(\text{cm}^2)$

図 3





例題と解説

ポイントまとめ

- いろいろな方向から、高さの等しい三角形に着目できるようにしておきましょう。

- (右図の色のついた部分の三角形の面積)=(三角形PQRの面積) $\times \frac{\text{イ}}{\text{ア}} \times \frac{\text{エ}}{\text{ウ}}$

- 台形を対角線で分けてできる2つの三角形の面積比は上底と下底の長さの比と等しくなります。

- 長方形や平行四辺形などを対角線で分けると面積は2等分されます。
とても基本的なことですが図形が複雑になっても引き出せるように慣れておきましょう。

