



例題 1

次の問いに答えなさい。

- (1) 108の約数をすべて求めなさい。
- (2) 90をある整数Aで割ると6余ります。整数Aにあてはまる数をすべて求めなさい。
- (3) 14で割ると5余る整数で1000にもっとも近い整数を求めなさい。

答え (1) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108 (2) 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84 (3) 999

[例題 1 の解説]

- (1) ペアになるように書き出します。

1 2 3 4 6 9

右のようになるので108の約数は

108 54 36 27 18 12

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108 の12個

- (2) $90 \div A = \bigcirc \cdots 6$ ということです。

つまり $A \times \bigcirc = 90 - 6 = 84$ なので Aは84の約数のうち6より大きな数があてはまります。

84の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

このうち6より大きい整数は 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

- (3) 14で割ると5余る整数は 5, 19, 33, 47, 61, ... となります。

もっとも小さい数は5で、5に14の倍数を足した数はすべて14で割ると5余る整数です。

まずは1000にもっとも近い14の倍数を探します。

1000の中に14は $1000 \div 14 = 71 \cdots 6$ より71個入って6余ります。

よって1000にもっとも近い14の倍数は1000から余りの6をひいて $1000 - 6 = 994$

$994 + 5 = 999$ なので14で割ると5余る整数で1000にもっとも近い整数は999



例題2

次の問いに答えなさい。

- (1) 3けたの7の倍数は何個ありますか。
(2) 100から150までに5の倍数は何個ありますか。

答え (1) 128個 (2) 11個

[例題2の解説]

- (1) 3けたなので100から999までに7の倍数(7で割りきれ数)が何個あるかを求めます。
100から999までなので 1～999の7の倍数の個数から、1～99の7の倍数の個数をひきます。
1～999の7の倍数は $999 \div 7 = 142 \cdots 5$ より142個
1～99の7の倍数は $99 \div 7 = 14 \cdots 1$ より14個
よって 3けたの7の倍数は $142 - 14 = 128$ (個)

- (2) 1～150の5の倍数の個数から、1～99の5の倍数の個数をひきます。
1～150の5の倍数は $150 \div 5 = 30$ より30個
1～99の5の倍数は $99 \div 5 = 19 \cdots 4$ より19個
よって 100から150までの5の倍数は $30 - 19 = 11$ (個)

$$\begin{array}{ll} 1, 2, 3, \dots, 98, 99, 100, 101, \dots, 149, 150 & \rightarrow 30\text{個} \\ 1, 2, 3, \dots, 98, 99 & \rightarrow 19\text{個} \\ 100, 101, \dots, 149, 150 & \rightarrow 11\text{個} \end{array}$$

※ $150 - 100 = 50$, $50 \div 5 = 10$ で10個 としないようにしましょう。

A～Bで○の倍数を求めるとき、AまたはBが○の倍数である場合とそうでない場合では個数が変わります。

1～Bの○の倍数の個数から、1～Aの○の倍数の個数をひいて求めましょう。



例題 3

1から100までの整数について次の問いに答えなさい。

- (1) 約数の個数が3個の整数は何個ありますか。
- (2) 約数の個数が奇数個の整数は何個ありますか。

答え (1) 4個 (2) 10個

[例題 3 の解説]

- (1) 約数の個数が3個の整数は素数の四角数(平方数)です。

四角数(平方数)は同じ数を2回かけた数です。

素数は $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \dots$ のように、1とその数自身だけの約数を2個だけ持つ整数です。

素数を2回かけた数は約数を3個持ちます。

$$2 \times 2 = 4, 3 \times 3 = 9, 5 \times 5 = 25, 7 \times 7 = 49$$

よって4個

※49の次は $11 \times 11 = 121$

- (2) 約数の個数が 1 個, 3 個, 5 個, $\dots$ のように奇数個の整数は四角数(平方数)です。

$1 \times 1 = 1$, $2 \times 2 = 4$, $3 \times 3 = 9$, $4 \times 4 = 16$, $5 \times 5 = 25$, $6 \times 6 = 36$, $7 \times 7 = 49$, $8 \times 8 = 64$

$$9 \times 9 = 81, \quad 10 \times 10 = 100$$

よって10個

※例えば 64 であれば右のように7個です。

1	2	4	8
64	32	16	



例題 4

1から100までの整数について次の問いに答えなさい。

- (1) 約数の個数をもっとも多い整数をすべて答えなさい。またそれらの整数の約数の個数を求めなさい。
- (2) 約数の個数が7個の整数は1つしかありません。その整数を求めなさい。
- (3) 約数の個数が10個の整数は2つあります。その2つの整数を求めなさい。

答え (1) 60, 72, 84, 90, 96, 12個 (2) 64 (3) 48, 80

[例題 4 の解説]

- (1) 1から100までの整数で約数の個数をもっとも多いのは 60, 72, 84, 90, 96 でこれらの整数は12個の約数を持ちます。
- (2) 1から100までの整数で約数の個数が7個の整数は64だけです。
- (3) 1から100までの整数で約数の個数が10個の整数は48と80です。

※1から100までの整数の約数に関する問題は頻出です。

覚えておきましょう。



例題と解説

例題 5

1から100までの整数について次の問いに答えなさい。

- (1) 2でも3でも割り切れる数は何個ありますか。
- (2) 2または3で割り切れる数は何個ありますか。
- (3) 2でも3でも割り切れない数は何個ありますか。

答え (1) 16個 (2) 67個 (3) 33個

[例題 5 の解説]

- (1) 2でも3でも割り切れる → 2と3の最小公倍数の6で割り切れる → 6の倍数
1～100の6の倍数は $100 \div 6 = 16 \cdots 4$ より16個

- (2) ベン図に整理します。

1～100の2の倍数は $100 \div 2 = 50$ より50個

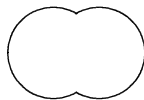
1～100の3の倍数は $100 \div 3 = 33 \cdots 1$ より33個

1～100の6の倍数は $100 \div 6 = 16 \cdots 4$ より16個

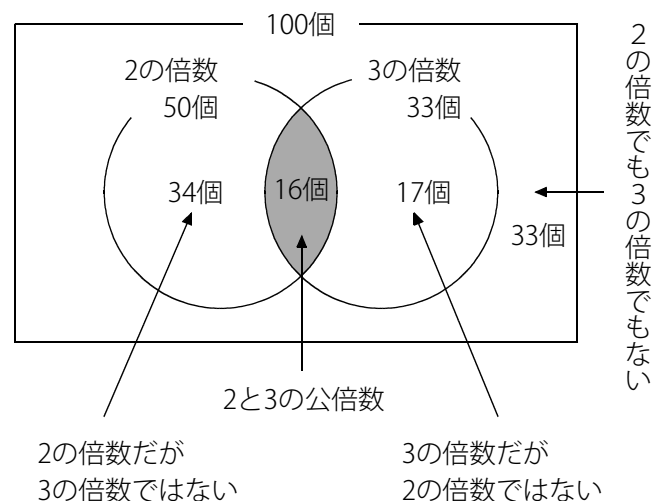
右図のようになります。

2または3で割り切れる整数というのは
2と3のどちらか(または両方)で割り切れる整数です。
よって $34 + 16 + 17 = 67$ (個)

※ベン図の雪ダルマの部分です。



- (3) 2でも3でも割り切れない整数は $100 - 67 = 33$ (個)
※ベン図の雪ダルマ以外の部分です。





例題と解説

例題6

1から100までの整数について次の問いに答えなさい。

- (1) 2でも3でも5でも割りきれ数は何個ありますか。
- (2) 2または3または5で割りきれ数は何個ありますか。
- (3) 2でも3でも5でも割り切れない数は何個ありますか。

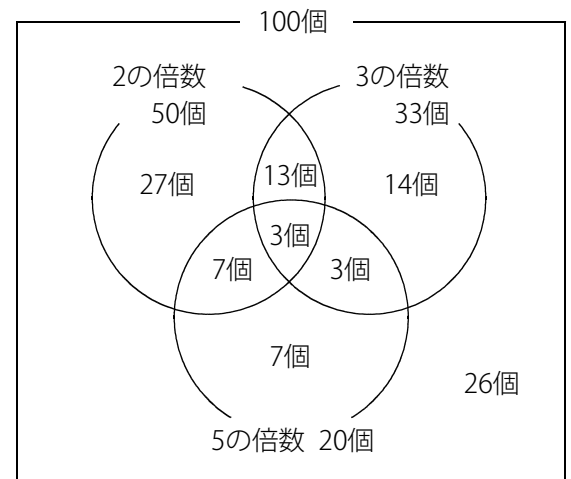
答え (1) 3個 (2) 74個 (3) 26個

[例題6の解説]

- (1) 2でも3でも5でも割り切れる → 2と3と5の最小公倍数の30で割り切れる → 30の倍数
1～100の30の倍数は $100 \div 30 = 3 \cdots 10$ より3個

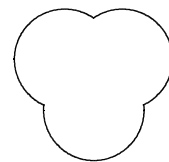
- (2) ベン図に整理します。

1～100の2の倍数は $100 \div 2 = 50$ より50個
1～100の3の倍数は $100 \div 3 = 33 \cdots 1$ より33個
1～100の5の倍数は $100 \div 5 = 20$ より20個
(2と3の最小公倍数)=6
1～100の6の倍数は $100 \div 6 = 16 \cdots 4$ より16個
(2と5の最小公倍数)=10
1～100の10の倍数は $100 \div 10 = 10$ より10個
(3と5の最小公倍数)=15
1～100の15の倍数は $100 \div 15 = 6 \cdots 10$ より6個
(2と3と5の最小公倍数)=30
1～100の30の倍数は $100 \div 30 = 3 \cdots 10$ より3個



よって2または3または5で割り切れる数は $27 + 13 + 14 + 7 + 3 + 3 + 7 = 74$ (個)

←



- (3) (全体) - (2または3または5で割り切れる数の個数) = $100 - 74 = 26$ (個)



例題7

150から300までの整数について次の問いに答えなさい。

- (1) 2でも5でも7でも割りきれ数は何個ありますか。
- (2) 2または5または7で割りきれ数は何個ありますか。
- (3) 2でも5でも7でも割り切れない数は何個ありますか。
- (4) 2でも5でも割り切れるが、7では割り切れない数は何個ありますか。

答え (1) 2個 (2) 99個 (3) 52個 (4) 14個

[例題7の解説]

- (1) 2でも5でも7でも割り切れる → 2と5と7の最小公倍数の70で割り切れる → 70の倍数
1～300の70の倍数は $300 \div 70 = 4 \cdots 20$ より4個
1～149の70の倍数は $149 \div 70 = 2 \cdots 9$ より2個
150～300の70の倍数は $4 - 2 = 2$ より2個
- (2) ベン図に整理します。
150～300の2の倍数は $300 \div 2 = 150(\text{個})$, $149 \div 2 = 74(\text{個}) \cdots 1$ よって $150 - 74 = 76(\text{個})$
150～300の5の倍数は $300 \div 5 = 60(\text{個})$, $149 \div 5 = 29(\text{個}) \cdots 4$ よって $60 - 29 = 31(\text{個})$
150～300の7の倍数は $300 \div 7 = 42(\text{個}) \cdots 6$, $149 \div 7 = 21(\text{個}) \cdots 2$ よって $42 - 21 = 21(\text{個})$
(2と5の最小公倍数)=10
150～300の10の倍数は $300 \div 10 = 30(\text{個})$, $149 \div 10 = 14(\text{個}) \cdots 9$ よって $30 - 14 = 16(\text{個})$
(2と7の最小公倍数)=14
150～300の14の倍数は $300 \div 14 = 21(\text{個}) \cdots 6$, $149 \div 14 = 10(\text{個}) \cdots 9$ よって $21 - 10 = 11(\text{個})$
(5と7の最小公倍数)=35
150～300の35の倍数は $300 \div 35 = 8(\text{個}) \cdots 20$, $149 \div 35 = 4(\text{個}) \cdots 9$ よって $8 - 4 = 4(\text{個})$
(2と5と7の最小公倍数)=70
150～300の70の倍数は $300 \div 70 = 4(\text{個}) \cdots 20$, $149 \div 70 = 2(\text{個}) \cdots 9$ よって $4 - 2 = 2(\text{個})$



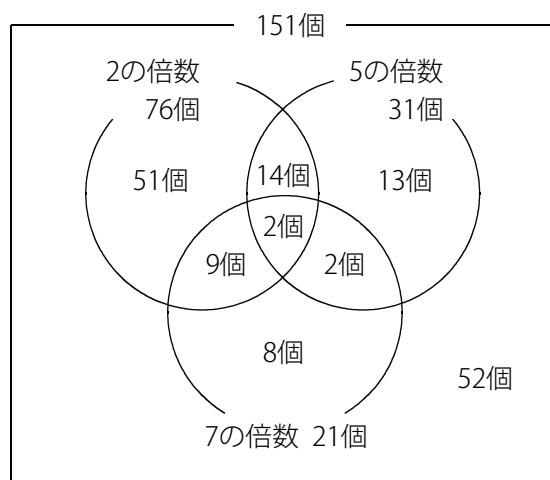
例題と解説

全体は $300 - 150 + 1 = 151$ (個) です。 ※ $300 - 150 = 150$ (個)としないようにしましょう。

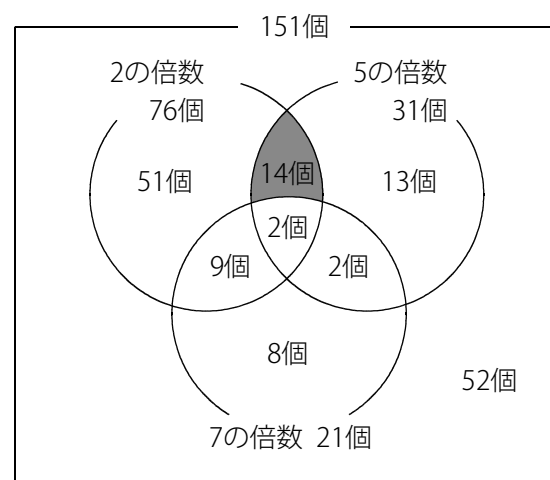
ベン図は右のようになります。

よって2または5または7で割り切れる数は
 $51 + 14 + 13 + 9 + 2 + 2 + 8 = 99$ (個)

- (3) (全体) - (2または5または7で割り切れる数の個数)
 $= 151 - 99$
 $= 52$ (個)



- (4) 2でも5でも割り切れるが、7では割り切れない数は
右図の色をついた部分です。
よって 14個





ポイントまとめ

- $A \sim B$ で $\bigcirc$ の倍数を求めるとき、 $1 \sim B$ の $\bigcirc$ の倍数の個数から、 $1 \sim A$ の $\bigcirc$ の倍数の個数をひいて求めましょう。
- 約数の個数が3個の整数は素数の四角数(平方数)です。
- 約数の個数が 1個, 3個, 5個, ... のように奇数個の整数は四角数(平方数)です。
- 1から100までの整数で約数の個数をもっとも多いのは 60, 72, 84, 90, 96 で、これらの整数は12個の約数を持ちます。
- 1から100までの整数で約数の個数が7個の整数は64だけです。
- 1から100までの整数で約数の個数が10個の整数は48と80です。