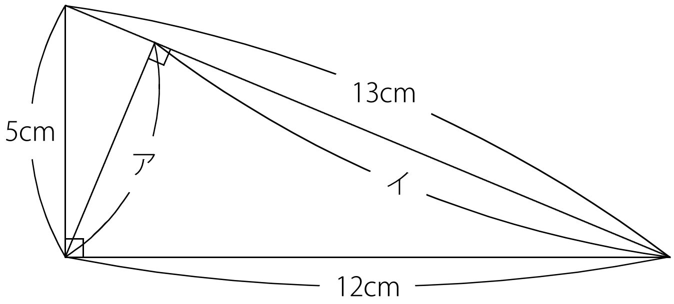
中学受験Unit.19- 4　5年　相似比と面積比１
相似3

例題と解説

例題１

右図のアとイの長さはそれぞれ何cmですか。



答え ア $4\frac{8}{13}$cm，イ $11\frac{1}{13}$cm

[例題１の解説]

右図のように (角BAC)＝●，(角ACB)＝○ とします。

このとき ●＋○＝180－(角ABC)＝180－90＝90(度) です。

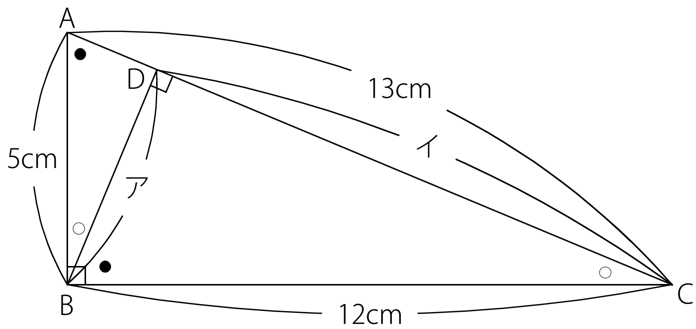
三角形ADBに着目すると

(角ABD)＝180－90－●＝90－●＝○ であることがわかります。

次に三角形BDCに着目すると

(角DBC)＝180－90－○＝90－○＝● であることがわかります。

よってそれぞれの角度は右図のようになります。



三角形ABCとADBとBDCは3つの角度が等しいので相似です。

三角形ABCの3つの辺の比は 5：12：13 なので、三角形ADBとBDCは3辺の比が 5：12：13 の直角三角形です。

三角形BCDに着目すると ア：BC＝5：13 なので ア＝$12\times\frac{5}{13}=4\frac{8}{13}$(cm)

※三角形ABDに着目して ア＝$5\times\frac{12}{13}=4\frac{8}{13}$(cm) としても求められます。

※(三角形ABCの面積)＝30(cm^2) なので底辺をACとして ア＝$30\times2\div13=4\frac{8}{13}$(cm) としても求められます。

イ：BC＝12：13 なので イ＝$12\times\frac{12}{13}=11\frac{1}{13}$(cm)

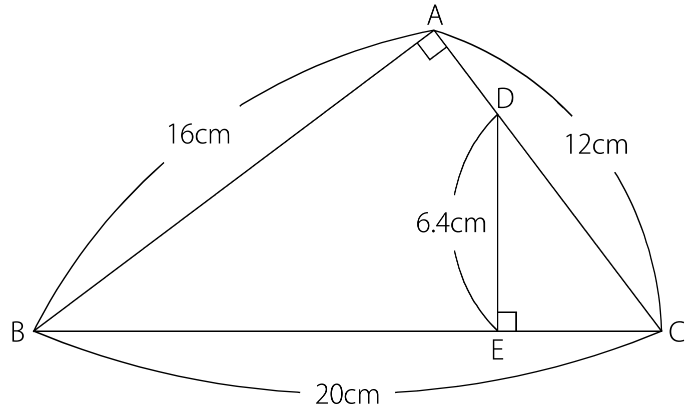
例題と解説

例題２

右図において次の問いに答えなさい。

（１）　CDの長さは何cmですか。

（２）　四角形ABEDの面積は何cm^2ですか。

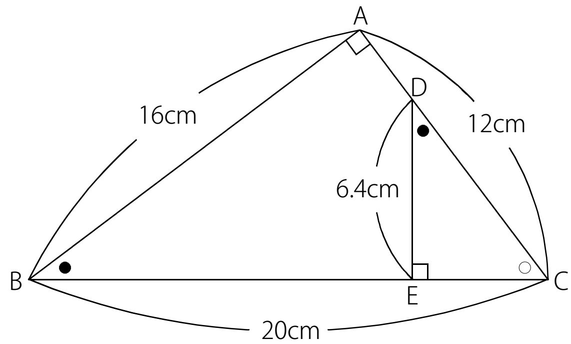


答え　（１）8cm（２）80.64cm^2

[例題２の解説]

（１）　右図のように (角ABC)＝●，(角ACB)＝○ としします。

このとき ●＋○＝180－90＝90(度)



三角形CDEに着目すると (角DCE)＝○ なので (角CDE)＝90－○＝●

3つの角度が等しいので三角形ABCと三角形EDCは相似です。

三角形ABCは CA：AB：BC＝12：16：20＝3：4：5 の直角三角形です。

三角形EDCも CE：ED：DC＝3：4：5 の直角三角形です。

ED：DC＝4：5 なので CD＝ED×$\frac{5}{4}$＝6.4×$\frac{5}{4}$＝8(cm)

(別解)

三角形ABCと三角形EDCの相似比は AB：ED＝16：6.4＝5：2

よって CD＝CB×$\frac{2}{5}$＝20×$\frac{2}{5}$＝8(cm)

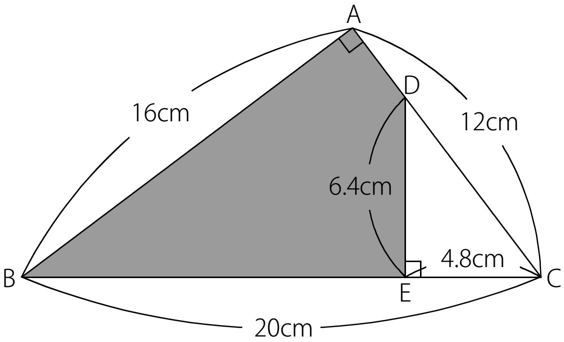
例題と解説

（２）　CE：ED＝3：4 なので CE＝ED×$\frac{3}{4}$＝6.4×$\frac{3}{4}$＝4.8(cm)

(三角形CDEの面積)＝4.8×6.4÷2＝15.36(cm^2)

(三角形ABCの面積)＝12×16÷2＝96(cm^2)

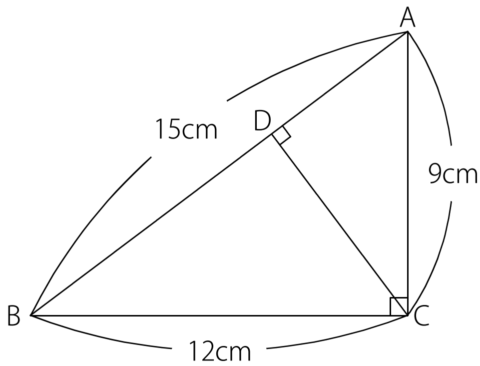
よって (四角形ABEDの面積)＝96－15.36＝80.64(cm^2)



相似な形の辺の長さの求め方を整理しておきます。

右図で三角形ABCと三角形ACDは相似です。

ADの長さの求め方は次の2通りあります。



(方法1) … 相似比の利用

対応する辺の長さは AB＝15(cm)，AC＝9(cm) なので

(三角形ABCと三角形ACDの相似比)＝15：9＝5：3

よって AC：AD＝5：3 なので AD＝9×$\frac{3}{5}$＝5.4(cm)

(方法2) … 辺の長さの比の利用

三角形ABCの3辺の比は短い方から 9：12：15＝3：4：5

三角形ABCと三角形ACDは相似なので、三角形ACDの3辺の比も短い方から 3：4：5

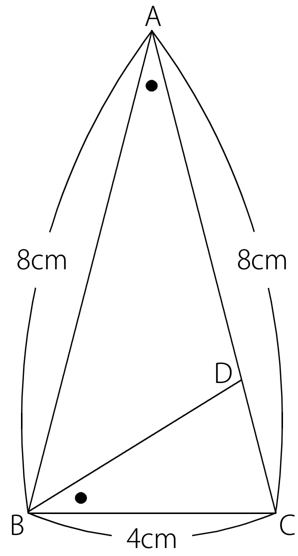
よって AC：AD＝5：3 なので AD＝9×$\frac{3}{5}$＝5.4(cm)

※CDの求め方は上の2つに加えて、ABを底辺と見たときの高さとしても求めることができます。

例題と解説

例題３

右図の●は角度が等しいことを表しています。CDの長さは何cmですか。



答え 2cm

[例題３の解説]

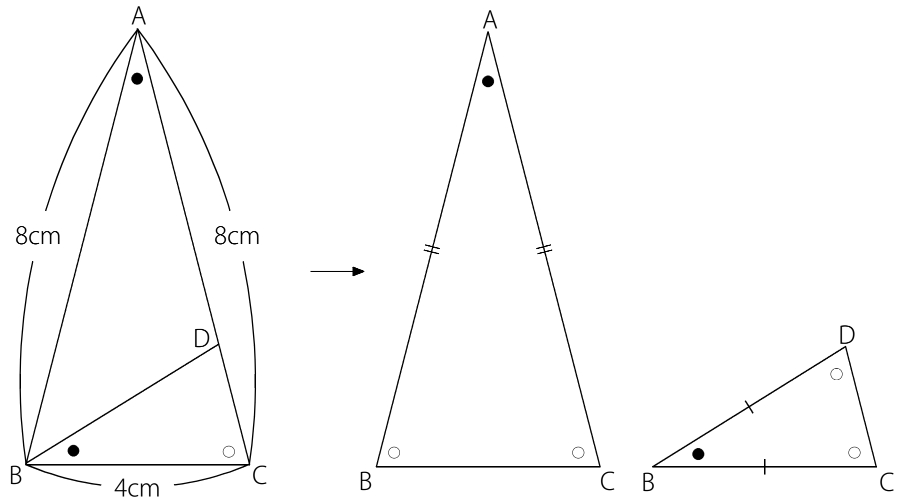
右図のように (角ACB)＝○ とします。

このとき三角形ABCと三角形BCDは3つの角度が等しいので相似であることがわかります。

(三角形ABCと三角形BCDの相似比)
＝8：4＝2：1

よって BC：CD＝2：1 なので

$CD=4\times\frac{1}{2}=2(cm)$



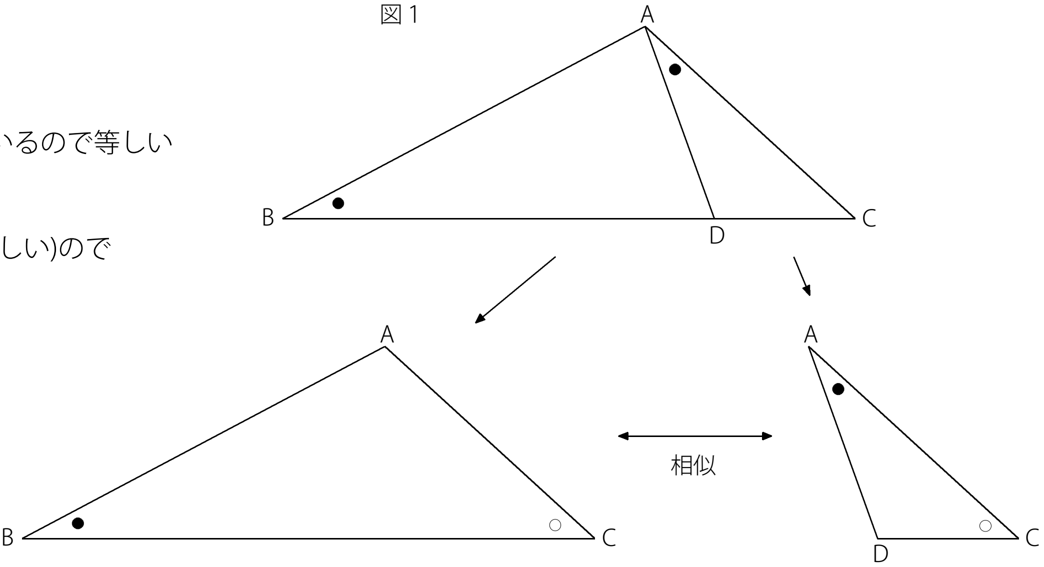
※このような形の場合は二等辺三角形でなくても相似です。相似を見分け方について整理しておきます。

中学受験Unit.19- 4　5年　相似比と面積比１
相似3

例題と解説

右図１のように (角ABC)＝(角DAC)＝● の場合

図１



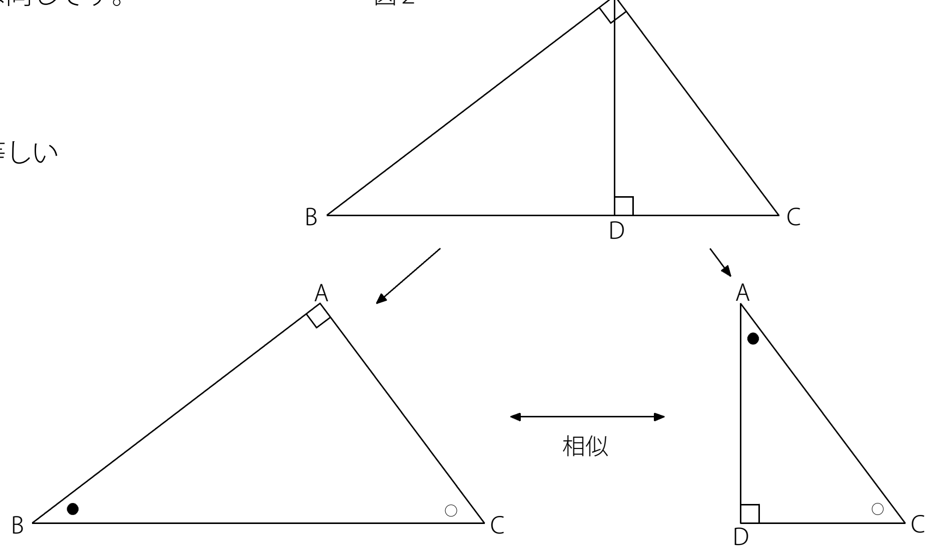
(角ABC)＝(角DAC)＝●

(角ACB)＝(角DCA)＝○　※共通しているので等しい

2つの角が等しい(つまり3つの角が等しい)ので
三角形ABCと三角形DACは相似です。

右図２のような直角三角形の場合でも考え方は同じです。

図２



(角BAC)＝(角ADC)＝90度(直角)

(角ACB)＝(角DCA)＝○　※共通しているので等しい

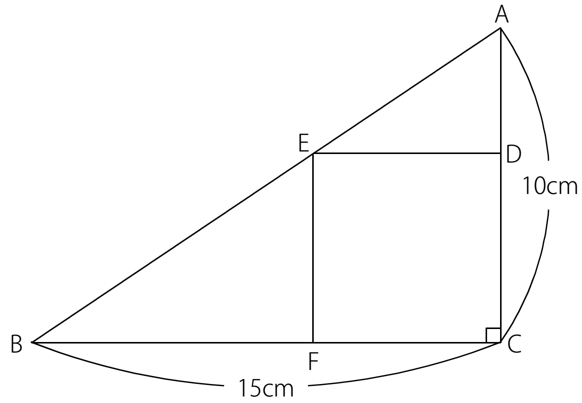
2つの角が等しい(つまり3つの角が等しい)ので
三角形ABCと三角形DACは相似です。
※三角形DBAも相似です。

例題と解説

例題４

右図の三角形ABCは直角三角形で、四角形CDEFは正方形です。

正方形CDEFの面積は何cm^{2}ですか。



答え 36cm^2

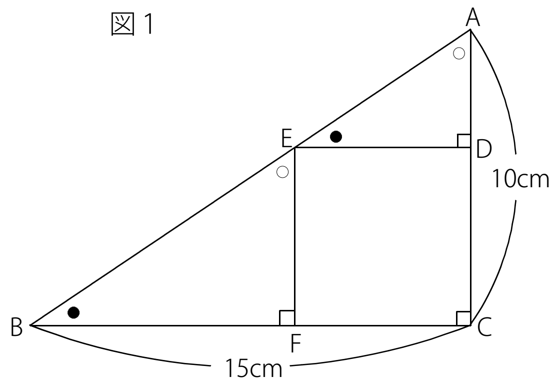
[例題４の解説]

BCとEDは平行なので同位角より (角EBF)＝(角AED)＝●

(角BEF)＝(角EAD)＝90－●＝○

記号を用いて角度を整理すると右図１のようになります。

図１



よって三角形ABCと三角形EBFと三角形AEDは相似であることがわかります。

三角形ABCに着目すると2辺の比が 10：15＝2：3 となっています。

ここで最も小さい三角形AEDのADの長さを②とすると

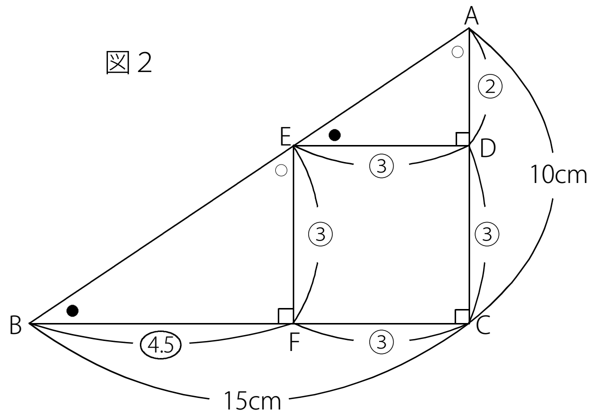
AD：ED＝2：3 なので ED＝③ となります。

四角形CDEFは正方形なので EF＝FC＝CD＝ED＝③

次に三角形EBFに着目すると EF：BF＝2：3 で EF＝③ より

BF＝③×$\frac{3}{2}$＝4.5 なので右図２のようになります。

図２



辺ACに着目すると AC＝②＋③＝⑤ ← 10cm

①＝10÷5＝2(cm) なので ③＝6(cm)

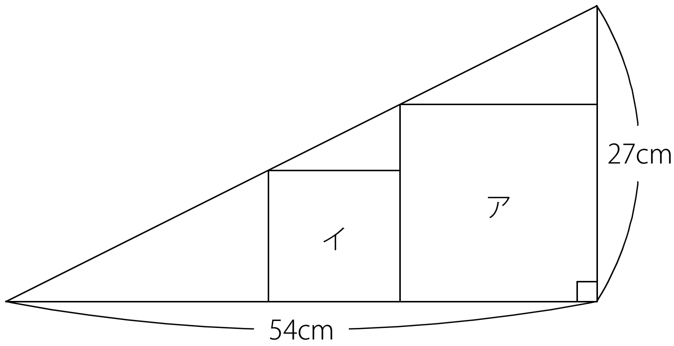
よって (正方形CDEFの面積)＝6×6＝36(cm^2)

例題と解説

例題５

右図の四角形アとイは正方形です。

正方形アとイの1辺の長さはそれぞれ何cmですか。



答え ア 18cm，イ 12cm

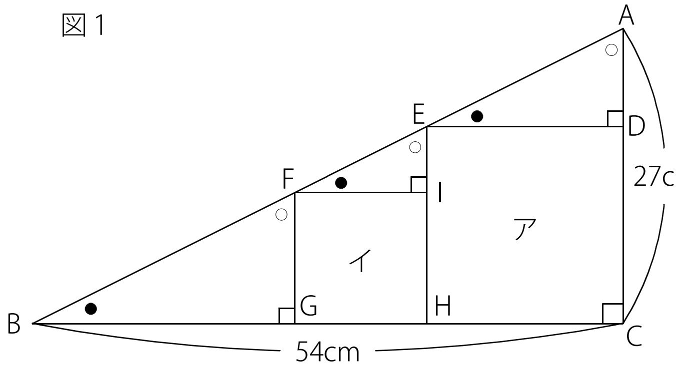
[例題５の解説]

記号を用いて角度を整理すると右図１のようになります。

三角形ABC，AED，EFI，FBG はすべて相似です。

これらの三角形は2辺の比が 27：54＝1：2 です。

図１



AD＝①，EI＝$\boxed{1}$ とすると図２のようになります。

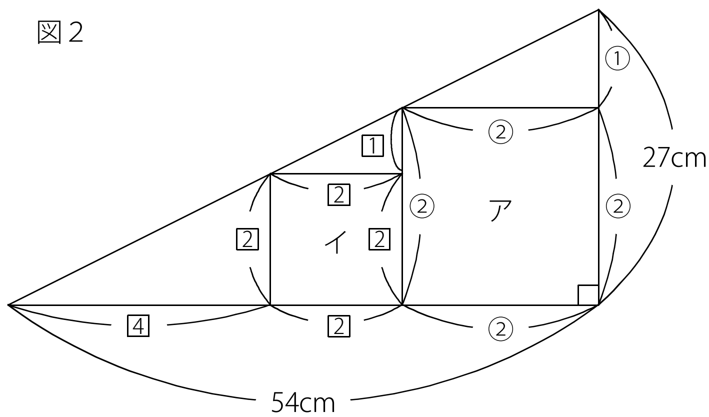
27(cm)＝①＋②＝③ より ①＝27÷3＝9(cm)

よって (アの1辺の長さ)＝②＝9×2＝18(cm)

EHに着目すると $\boxed{3}$＝②＝18(cm) より $\boxed{1}$＝18÷3＝6(cm)

よって (イの1辺の長さ)＝$\boxed{2}$＝6×2＝12(cm)

図２

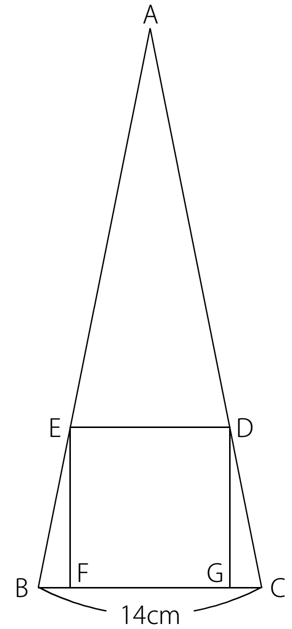


例題と解説

例題６

右図の三角形ABCは AB＝AC の二等辺三角形で面積は245cm²です。

また、四角形DEFGは正方形です。正方形DEFGの面積は何cm²ですか。



答え 100cm²

[例題６の解説]

三角形ABCと三角形AEDは相似です。

(三角形ABCの高さ)＝245×2÷14＝35(cm)

三角形ABCと三角形AEDは底辺と高さの比が 14：35＝2：5 です。

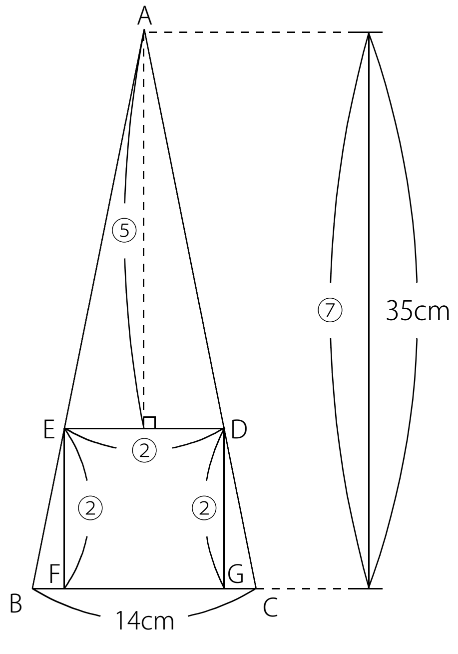
三角形AEDの高さを⑤，底辺EDを② とすると右図のようになります。

このとき高さの35cmは ⑤＋②＝⑦ であることがわかります。

⑦＝35(cm) より ①＝35÷7＝5(cm)

(正方形の1辺の長さ)＝②＝5×2＝10(cm)

よって (正方形DEFGの面積)＝10×10＝100(cm²)



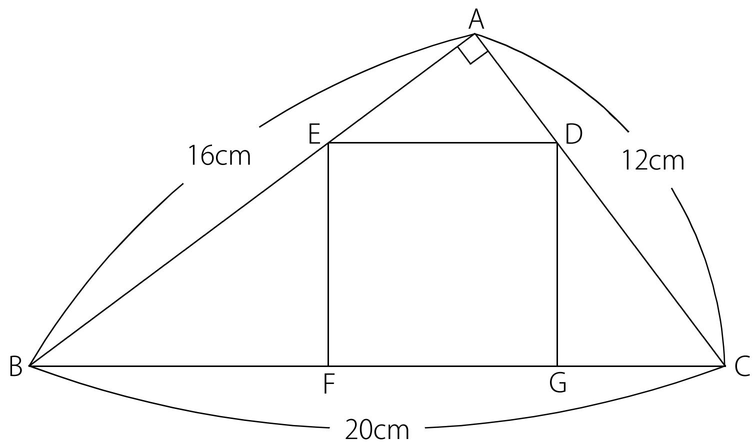
中学受験Unit.19- 4　5年　相似比と面積比１
相似3

例題と解説

例題７

右図の四角形DEFGは正方形です。

正方形DEFGの1辺の長さは何cmですか。



答え $6\frac{18}{37}$cm

[例題７の解説]

記号を用いて角度を整理すると右図１のようになります。

三角形ABC，AED，FBE，GDC はすべて相似です。

これらの三角形は3辺の比が 12：16：20＝3：4：5 です。

三角形AEDの3辺を ③，④，⑤ として整理すると

図２のようになります。

AC＝③＋6.25＝9.25 ← 12cm

よって ①＝12÷9.25＝$\frac{48}{37}$(cm)

(正方形の1辺の長さ)＝⑤＝$\frac{48}{37}$×5＝$6\frac{18}{37}$(cm)

図１

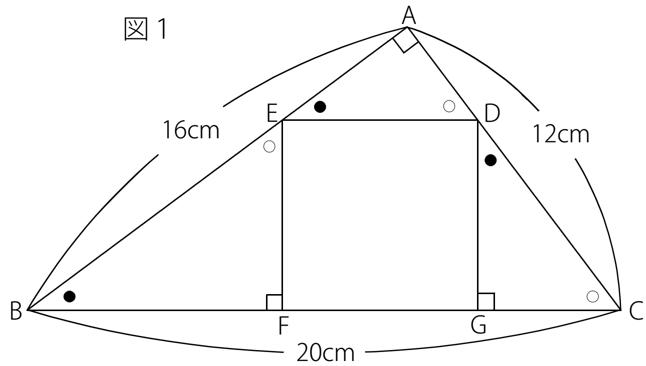
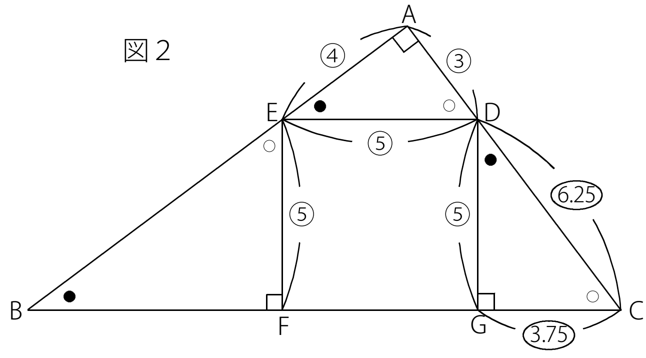


図２



例題と解説

ポイントまとめ

・相似かどうかを見抜くために●や〇の記号を用いて角度を整理しましょう。

・●や〇をもとに対応する頂点や辺をまちがわないようにしましょう。

・辺の比を求めて相似な三角形がどのような形の三角形であるかを調べましょう。

・三角形の中に正方形があるタイプの問題では、最も小さな三角形の辺の比を〇数字で表すと解きやすくなります。

・〇数字で辺の長さを表して、実際の長さと比べて①が何cmであるかを求める、というのが基本的な解法です。