中学受験Unit.17- 1　5年　割合と比３
倍数算

例題と解説

例題１

次の問いに答えなさい。

（１） はじめ兄の所持金は2500円、弟の所持金は1500円でしたが、兄が弟にいくらかお金をわたしたところ、兄と弟の所持金の比は 3：7 になりました。兄が弟にわたしたお金は何円ですか。

（２） はじめ兄と弟の所持金の比は 2：1 でしたが、兄が弟に250円をわたしたところ、兄と弟の所持金の比は 7：5 になりました。はじめの兄の所持金は何円ですか。

答え　（１）1300円（２）2000円

[例題１の解説]

いくつかの数量が変化して割合や比の関係が変わる問題を**倍数算**(ばいすうざん)といいます。

倍数算には次の3つの種類があります。**「和が一定の倍数算」**・**「差が一定の倍数算」**・**「和も差も変化する倍数算」**

まずは**和が一定の倍数算**から考えていきます。

（１） はじめの兄と弟の所持金の合計は 2500＋1500＝4000(円) です。

兄が弟にいくらかわたしても2人の所持金の合計は4000円のまま変わりません。よって**和が一定の倍数算**です。

兄が弟にお金をわたした後の兄の所持金と弟の所持金の比は 3：7 なので

(あとの兄の所持金)＝③，(あとの弟の所持金)＝⑦ とします。このとき (あとの2人の所持金の合計)＝③＋⑦＝⑩

⑩＝4000(円) なので ①＝4000÷10＝400(円)

(あと兄の所持金)＝③＝400×3＝1200(円)

はじめの兄の所持金は2500円だったので (兄が弟にわたしたお金)＝2500－1200＝1300(円)

（２） (はじめの兄の所持金)＝②，(はじめの弟の所持金)＝① とすると (はじめの2人の所持金の合計)＝②＋①＝③

(あとの兄の所持金)＝$\boxed{7}$，(あとの弟の所持金)＝$\boxed{5}$ とすると (あとの2人の所持金の合計)＝$\boxed{7}$＋$\boxed{5}$＝$\boxed{12}$

兄が弟に250円をわたすだけなので、2人の所持金の合計金額は変わりません。**和が一定の倍数算**です。

③＝$\boxed{12}$ より ①＝$\boxed{4}$ となります。

よって (はじめの兄の所持金)＝②＝$\boxed{4}$×2＝$\boxed{8}$，(はじめの弟の所持金)＝①＝$\boxed{4}$

兄は弟に250円をわたして$\boxed{8}$が$\boxed{7}$となったので $\boxed{1}$＝250(円)

よって (はじめの兄の所持金)＝$\boxed{8}$＝250×8＝2000(円)

中学受験Unit.17- 1　5年　割合と比３
倍数算

例題と解説

例題２

次の問いに答えなさい。

（１）　はじめ兄の所持金は3000円、弟の所持金は2400円でしたが、兄と弟が同じ金額ずつ使ったところ、兄と弟の所持金の比は 7：5 になりました。兄と弟は何円ずつ使いましたか。

（２）　はじめ兄と弟の所持金の比は 2：1 でしたが、兄と弟が400円ずつ使ったところ、兄と弟の所持金の比は 9：4 になりました。はじめの兄の所持金は何円ですか。

答え　（１）900円（２）4000円

[例題２の解説]

（１）　(はじめの兄と弟の所持金の差)＝3000－2400＝600(円)

兄と弟は同じ金額ずつ使うので、使った後も差は600円のままです。よって**差が一定の倍数算**です。

(あとの兄の所持金)＝⑦，(あとの弟の所持金)＝⑤ とします。このとき (あとの2人の所持金の差)＝⑦－⑤＝②

②＝600(円) なので ①＝600÷2＝300(円)

(あと兄の所持金)＝⑦＝300×7＝2100(円) より (使ったお金)＝3000－2100＝900(円)

（２）　兄と弟が400円ずつ使うので差はわかりません。よって**差が一定の倍数算**です。

(はじめの兄の所持金)＝②，(はじめの弟の所持金)＝① とすると (はじめの2人の所持金の差)＝②－①＝①

(あとの兄の所持金)＝$\boxed{9}$，(あとの弟の所持金)＝$\boxed{4}$ とすると (あとの2人の所持金の差)＝$\boxed{9}$－$\boxed{4}$＝$\boxed{5}$

①＝$\boxed{5}$ より (はじめの兄の所持金)＝②＝$\boxed{5}$×2＝$\boxed{10}$，(はじめの弟の所持金)＝①＝$\boxed{5}$

兄は400円を使って$\boxed{10}$が$\boxed{9}$になったので $\boxed{1}$＝400(円)

よって (はじめの兄の所持金)＝$\boxed{10}$＝400×10＝4000(円)

※倍数算では変わらない数量に着目することが大切です。

例題と解説

例題３

次の問いに答えなさい。

（１）　A君とB君とC君のはじめの所持金の比は 4：2：3 でした。A君がC君に200円をわたし、その後、B君とC君がそれぞれ200円ずつ使ったところ、A君とB君とC君の所持金の比は 10：4：9 になりました。はじめのA君の所持金は何円ですか。

（２）　A君とB君とC君のはじめの所持金の比は 8：10：7 でした。A君がB君に1800円をわたし、B君がC君に900円わたしたところ、A君とB君とC君の所持金の比は 10：23：17 になりました。はじめのA君の所持金は何円ですか。

答え　（１）1200円（２）4800円

[例題３の解説]

（１）　お金のやりとりを整理すると右図のようになります。

	A君	B君	C君
A君がC君に200円をわたす	−200円		＋200円
B君とC君が200円ずつ使う		−200円	−200円
結果	−200円	−200円	0

結果としてA君とB君は200円ずつ減って、C君は変わっていないことがわかります。
A君とB君は200円ずつ減っているので、A君とB君の所持金の差が変わっていないことに着目します(**差が一定の倍数算**)。

(はじめのA君の所持金)＝④，(はじめのB君の所持金)＝②，(はじめのC君の所持金)＝③ とします。
(最後のA君の所持金)＝$\boxed{10}$，(最後のB君の所持金)＝$\boxed{4}$，(最後のC君の所持金)＝$\boxed{9}$ とします。

(はじめのA君とB君の所持金の差)＝④−②＝②，(あとのA君とB君の所持金の差)＝$\boxed{10}$−$\boxed{4}$＝$\boxed{6}$
②＝$\boxed{6}$ より ①＝$\boxed{6}$÷2＝$\boxed{3}$ なので (はじめのA君の所持金)＝④＝$\boxed{3}$×4＝$\boxed{12}$
A君はB君に200円をわたして$\boxed{12}$が$\boxed{10}$になっているので $\boxed{12}$−$\boxed{10}$＝$\boxed{2}$ ← 200円
よって $\boxed{1}$＝200÷2＝100(円) なので (はじめのA君の所持金)＝$\boxed{12}$＝100×12＝1200(円)

(別解)

C君の所持金が結果的に変わっていないことに着目します。

	A君	B君	C君
A君がC君に200円をわたす	－200円		＋200円
B君とC君が200円ずつ使う		－200円	－200円
結果	－200円	－200円	0

(はじめのA君の所持金)＝④，(はじめのB君の所持金)＝②，(はじめのC君の所持金)＝③ とします。

(最後のA君の所持金)＝$\boxed{10}$，(最後のB君の所持金)＝$\boxed{4}$，(最後のC君の所持金)＝$\boxed{9}$ とします。

(はじめのC君の所持金)＝(最後のC君の所持金) なので ③＝$\boxed{9}$

よって ①＝$\boxed{9}$÷3＝$\boxed{3}$

(はじめのA君の所持金)＝④＝$\boxed{3}$×4＝$\boxed{12}$

A君は200円減って$\boxed{12}$が$\boxed{10}$になっているので $\boxed{12}$－$\boxed{10}$＝$\boxed{2}$ ← 200円

よって $\boxed{1}$＝200÷2＝100(円) なので (はじめのA君の所持金)＝$\boxed{12}$＝100×12＝1200(円)

例題と解説

（２）　お金のやりとりを整理すると下図のようになります。

	A君	B君	C君
A君がB君に1800円をわたす	－1800円	＋1800円	
B君がC君に900円をわたす		－900円	＋900円
結果	－1800円	＋900円	＋900円

3人でお金をやりとりしているだけなので3人の所持金の合計は変わりません(**和が一定の倍数算**)。
(はじめのA君の所持金)＝⑧，(はじめのB君の所持金)＝⑩，(はじめのC君の所持金)＝⑦ とします。
(最後のA君の所持金)＝$\boxed{10}$，(最後のB君の所持金)＝$\boxed{23}$，(最後のC君の所持金)＝$\boxed{17}$ とします。

(はじめの所持金の合計)＝⑧＋⑩＋⑦＝㉕，(最後の所持金の合計)＝$\boxed{10}$＋$\boxed{23}$＋$\boxed{17}$＝$\boxed{50}$

(はじめの所持金の合計)＝(最後の所持金の合計) より ㉕＝$\boxed{50}$
よって ①＝$\boxed{50}$÷25＝$\boxed{2}$

(はじめのA君の所持金)＝⑧＝$\boxed{2}$×8＝$\boxed{16}$

A君は1800円減って$\boxed{16}$が$\boxed{10}$になっているので $\boxed{16}$－$\boxed{10}$＝$\boxed{6}$ ← 1800円

よって $\boxed{1}$＝1800÷6＝300(円)
(はじめのA君の所持金)＝$\boxed{16}$＝300×16＝4800(円)

例題と解説

(別解)

B君とC君は900円ずつ増えているので、B君とC君の所持金の差が変わっていないことに着目します(**差が一定の倍数算**)。

	A君	B君	C君
A君がB君に1800円をわたす	－1800円	＋1800円	
B君がC君に900円をわたす		－900円	＋900円
結果	－1800円	＋900円	＋900円

(はじめのA君の所持金)＝⑧，(はじめのB君の所持金)＝⑩，(はじめのC君の所持金)＝⑦ とします。

(最後のA君の所持金)＝$\boxed{10}$，(最後のB君の所持金)＝$\boxed{23}$，(最後のC君の所持金)＝$\boxed{17}$ とします。

(はじめのB君とC君の所持金の差)＝⑩－⑦＝③，(最後のB君とC君の所持金の差)＝$\boxed{23}$－$\boxed{17}$＝$\boxed{6}$

(はじめのB君とC君の所持金の差)＝(最後のB君とC君の所持金の差) より ③＝$\boxed{6}$

よって ①＝$\boxed{6}$÷3＝$\boxed{2}$

(はじめのA君の所持金)＝⑧＝$\boxed{2}$×8＝$\boxed{16}$

A君は1800円減って$\boxed{16}$が$\boxed{10}$になっているので $\boxed{16}$－$\boxed{10}$＝$\boxed{6}$ ← 1800円

よって $\boxed{1}$＝1800÷6＝300(円)

(はじめのA君の所持金)＝$\boxed{16}$＝300×16＝4800(円)

中学受験Unit.17- 1　5年　割合と比３
倍数算

例題と解説

例題４

次の問いに答えなさい。

（１） はじめ兄の所持金は1400円、弟の所持金は1200円でしたが、兄がお金をいくらか使ったところ、兄と弟の所持金の比は 5：6 になりました。兄は何円使いましたか。

（２） はじめ兄と弟の所持金の比は 5：4 でしたが、兄が700円使ったところ、兄と弟の所持金の比は 9：10 になりました。はじめの兄の所持金は何円ですか。

答え　（１）400円（２）2500円

[例題４の解説]

（１） 兄がお金を使っただけなので弟の所持金は変わりません。

(あとの兄の所持金)＝⑤，(あとの弟の所持金)＝⑥ とします。

(あとの弟の所持金)＝⑥＝1200(円) なので ①＝1200÷6＝200(円)

よって (あとの兄の所持金)＝⑤＝200×5＝1000(円) なので (使ったお金)＝1400－1000＝400(円)

（２） 兄がお金を使っただけなので弟の所持金は変わりません。

(はじめの兄の所持金)＝⑤，(はじめの弟の所持金)＝④ とします。

(あとの兄の所持金)＝$\boxed{9}$，(あとの弟の所持金)＝$\boxed{10}$ とします。

④＝$\boxed{10}$ より ①＝$\boxed{10}$÷4＝$\boxed{2.5}$ なので (はじめの兄の所持金)＝⑤＝$\boxed{2.5}$×5＝$\boxed{12.5}$

兄は700円使って$\boxed{12.5}$が$\boxed{9}$になったので $\boxed{12.5}$－$\boxed{9}$＝$\boxed{3.5}$ ← 700円

よって $\boxed{1}$＝700÷3.5＝200(円)

(はじめの兄の所持金)＝$\boxed{12.5}$＝200×12.5＝2500(円)

例題と解説

例題５

次の問いに答えなさい。

（１） はじめ兄と弟の所持金の比は 3：2 でしたが、兄が300円使い、弟が900円使ったところ、兄と弟の所持金の比は 5：1 になりました。はじめの兄の所持金は何円ですか。

（２） はじめ兄と弟の所持金の比は 6：5 でしたが、兄と弟が 4：3 の割合でお金を出し合って1つのゲームソフトを買ったので、残りの所持金は2人とも1600円になりました。ゲームソフトの値段は何円ですか。

答え　（１）1800円（２）5600円

[例題５の解説]

（１） 兄も弟もお金を使うので、和が一定ではありません。また、使う金額も異なるので、差が一定でもありません。
一定の数量がなく、**和も差も変化する倍数算を倍数変化算**といいます。
倍数変化算では比例式を利用します。

(はじめの兄の所持金)＝③，(はじめの弟の所持金)＝② とします。
兄は300円使うので (あとの兄の所持金)＝③－300円
弟は900円使うので (あとの弟の所持金)＝②－900円

(あとの兄の所持金)：(あとの弟の所持金)＝5：1 なので
(③－300円)：(②－900円)＝5：1 という比例式が成り立ちます。

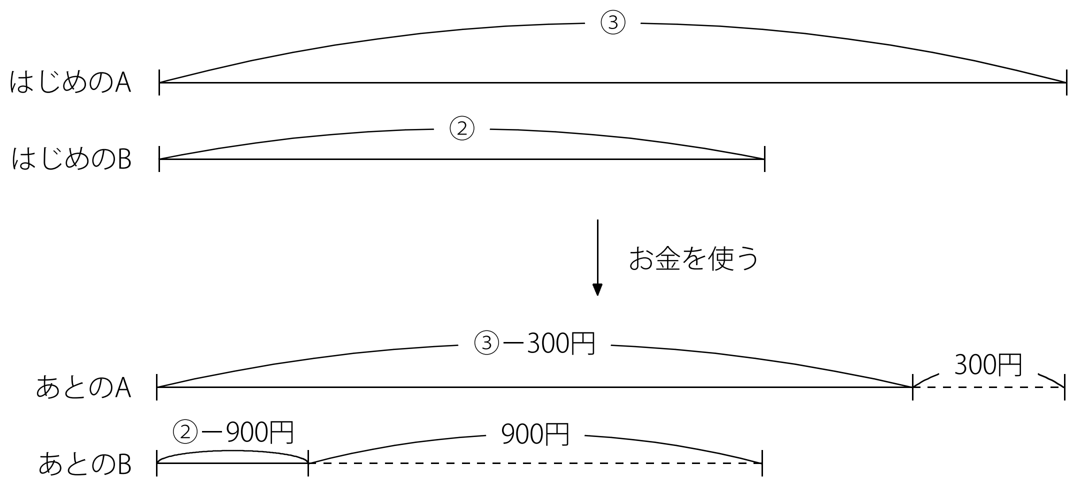
比例式では (内項の積)＝(外項の積) なので
5×(②－900円)＝1×(③－300円)　→ （ ）を外します。
⑩－4500円＝③－300円
整理すると ⑦＝4200(円) となるので ①＝600(円)

(はじめの兄の所持金)＝③＝600×3＝1800(円)

(別解)

線分図で考えます。

(はじめの兄の所持金)＝③，(はじめの弟の所持金)＝② とすると下図のようになります。



(あとのAの所持金)：(あとのBの所持金)＝5：1 なので ③－300円 は ②－900円 の5倍であることがわかります。

③－300＝5×(②－900)

(　)を外して整理すると ⑦＝4200(円) となるので ①＝600(円)

よって (はじめの兄の所持金)＝③＝600×3＝1800(円)

※③－300＝5×(②－900) の式は比例式を解いた場合の式とまったく同じです。
　比例式の意味を線分図で理解しておきましょう。

例題と解説

（2）　倍数変化算です。

ゲームソフトを買うために出し合ったお金を〇数字で表します。

(兄が出したお金)＝④，(弟が出したお金)＝③ とします。

この後、2人の所持金はともに1600円になったので

(はじめの兄の所持金)＝④＋1600円，(はじめの弟の所持金)＝③＋1600円 となります。

(はじめの兄の所持金)：(はじめの弟の所持金)＝6：5 なので

(④＋1600円)：(③＋1600円)＝6：5 という比例式が成り立ちます。

比例式では (内項の積)＝(外項の積) なので

6×(③＋1600円)＝5×(④＋1600円)　　→ （　）を外します。

⑱＋9600円＝⑳＋8000円

整理すると ②＝1600(円) となるので ①＝800(円)

(ゲームソフトの値段)＝④＋③＝⑦＝800×7＝5600(円)

※ 倍数変化算では「比例式を作る」ことを目的とすることがポイントです。

「比例式を作る」ために「何を〇数字にするべきか」ということに着目しましょう。

例題と解説

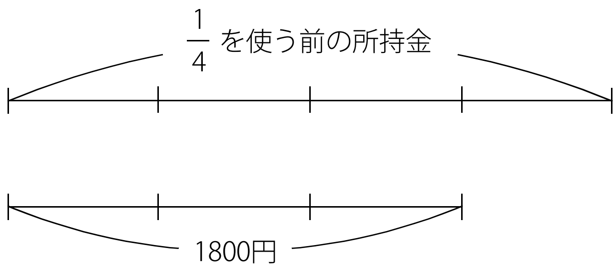
例題６

兄と弟がそれぞれいくらかお金を持って買い物に出かけました。兄が所持金の$\frac{1}{4}$を使い、弟も兄と同じ金額のお金を使ったところ、兄と弟の所持金の比は 3：2 になりました。その後、兄はさらに450円使い、弟はおじさんから1050円もらったので、兄と弟の所持金の比は 3：5 になりました。買い物に出かける前の兄と弟の所持金の比を求めなさい。

答え 4：3

[例題６の解説]
(最後の兄の所持金)＝③，(最後の弟の所持金)＝⑤ とします。
兄は450円を使って③になったので、450円を使う前の所持金は ③＋450円
弟は1050円をもらって⑤になったので、1050円をもらう前の所持金は ⑤－1050円

倍数変化算です。比例式を立てると次のようになります。(③＋450円)：(⑤－1050円)＝3：2
比例式では (内項の積)＝(外項の積) なので 3×(⑤－1050円)＝2×(③＋450円)　→（ ）を外します。
⑮－3150円＝⑥＋900円
整理すると ⑨＝4050円
よって ①＝450(円)
兄が$\frac{1}{4}$を使ったあとの所持金は ③＋450円＝450×3＋450＝1800(円)



右図より1800円ははじめの所持金の$\frac{3}{4}$にあたります。

よって (はじめの兄の所持金)＝1800÷$\frac{3}{4}$＝2400(円)

(兄が最初に使ったお金)＝2400×$\frac{1}{4}$＝600(円)

(600円を使った後の弟の所持金)＝⑤－1050円＝450×5－1050＝1200(円)
よって (はじめの弟の所持金)＝1200＋600＝1800(円)
買い物に出かける前の所持金の比は 2400：1800＝4：3

例題と解説

例題７

同じ重さのコップAとBがあります。これらのコップにはそれぞれいくらか水が入っていて、AからBに40gの水を移すとコップと水をあわせた重さの比はAとBで 9：5 から 4：3 に変わり、コップの中の水の重さだけの比はAとBで 2：1 となりました。コップ1つの重さは何gですか。

答え 160g

[例題７の解説]

はじめはAからBに40g移したのでAとBの合計は変わりません。**和が一定の倍数算**です。

(はじめのAの合計の重さ)＝⑨，(はじめのBの合計の重さ)＝⑤ とします。このとき (AとBの合計)＝⑭

(移したあとのAの合計の重さ)＝$\boxed{4}$，(移したあとのBの合計の重さ)＝$\boxed{3}$ とします。このとき (AとBの合計)＝$\boxed{7}$

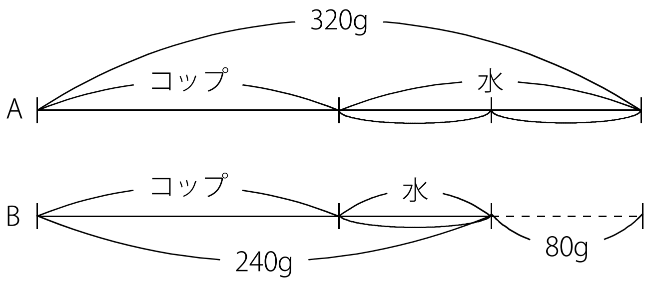
和が一定なので ⑭＝$\boxed{7}$ より $\boxed{1}$＝⑭÷7＝②

(移したあとのAの合計の重さ)＝$\boxed{4}$＝②×4＝⑧，(移したあとのBの合計の重さ)＝$\boxed{3}$＝②×3＝⑥

Aは40g減って⑨が⑧になっているので ①＝40(g) であることがわかります。

(移したあとのAの合計の重さ)＝⑧＝40×8＝320(g)，(移したあとのBの合計の重さ)＝⑥＝40×6＝240(g)

320gと240gからそれぞれコップの重さを引いた水だけの重さの比が 2：1となります。



右図のようになるので

(コップAの水の重さ)＝80×2＝160(g)

よって (コップの重さ)＝320－160＝160(g)

※「A君の所持金が320円，B君の所持金が240円で同じお金を使う」のと同じなので

コップの重さを引いた水だけの重さは**差が一定の倍数算**と考えることができます。

差が一定の倍数算で比例式を立ててもかまいません。

(コップの重さ)＝△ とすると (Aの水の重さ)＝320－△，(Bの水の重さ)＝240－△

(320－△)：(240－△)＝2：1 なので 2×(240－△)＝320－△ より △＝160(g)

例題と解説

ポイントまとめ

・いくつかの数量が変化して割合や比の関係が変わる問題を**倍数算**（ばいすうざん）といいます。

・倍数算には次の3つの種類があります。**「和が一定の倍数算」・「差が一定の倍数算」・「和も差も変化する倍数算」**

・一定の数量がなく、**和も差も変化する倍数算を倍数変化算**といいます。

・倍数変化算では比例式を利用します。

・**倍数変化算では「比例式を作る」ことを目的とする**ことがポイントです。