

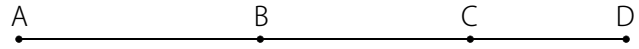


例題と解説

例題1

右図で $AB : BD = 2 : 3$, $AC : CD = 3 : 1$ です。

$AB : BC : CD$ を求めなさい。

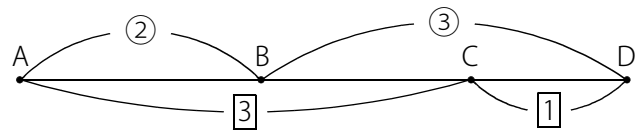


答え $8 : 7 : 5$

[例題1の解説]

$AB : BD = 2 : 3$, $AC : CD = 3 : 1$ なので右図のようになります。

※1あたりの大きさが異なるので○と□で分けています。



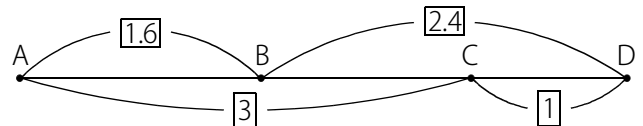
$AD = 2 + 3 = 5$, $AD = 3 + 1 = 4$ なので $5 = 4$

よって $1 = 0.8$ であることがわかります。

○を□で表すと次のようになります。② = $0.8 \times 2 = 1.6$, ③ = $0.8 \times 3 = 2.4$

このとき右図のようになります。 $AB = 1.6$, $BC = 3 - 1.6 = 1.4$, $CD = 1$

よって $AB : BC : CD = 1.6 : 1.4 : 1 = 16 : 14 : 10 = 8 : 7 : 5$



(別解)

$AD = 1$ とします。

$AB : BD = 2 : 3$ なので1を $2 : 3$ に比例配分します。 $AB = 1 \times \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$, $BD = 1 \times \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$

$AC : CD = 3 : 1$ なので1を $3 : 1$ に比例配分します。 $AC = 1 \times \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$, $CD = 1 \times \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

よって $AB = \frac{2}{5}$, $BC = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$, $CD = \frac{1}{4}$ なので $AB : BC : CD = \frac{2}{5} : \frac{7}{20} : \frac{1}{4} = \frac{8}{20} : \frac{7}{20} : \frac{5}{20} = 8 : 7 : 5$



例題と解説

例題 2

ある学校の生徒に 2 問の算数のテストを行いました。その結果、1 問目だけが正解の人と 2 問目だけが正解の人の人数の比は 3 : 2 で、2 問とも不正解の人は全体の $\frac{1}{6}$ でした。また 2 問とも正解の人は全体の $\frac{5}{24}$ でした。

1 問目が正解の人は全体のどれだけにあたりますか。分数で答えなさい。

答え $\frac{7}{12}$

[例題 2 の解説]

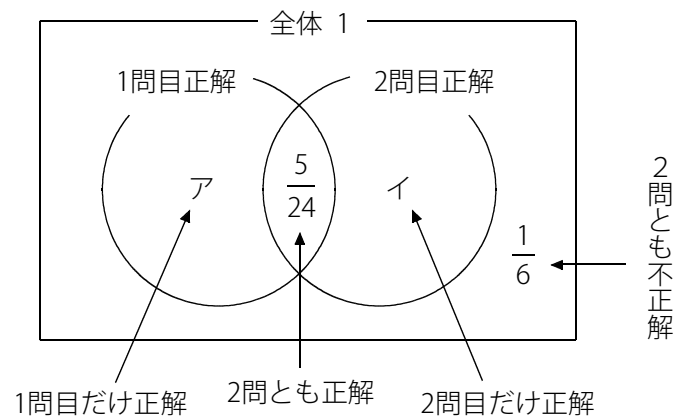
生徒全体を 1 としてベン図で表すと右図のようになります。

$$\text{このとき } \text{ア} + \text{イ} = 1 - \left(\frac{5}{24} + \frac{1}{6} \right) = \frac{5}{8}$$

ア : イ = 3 : 2 なので $\frac{5}{8}$ を 3 : 2 に比例配分します。

$$\text{ア} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{3+2} = \frac{3}{8}, \quad \text{イ} = \frac{5}{8} \times \frac{2}{3+2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{よって (1 問目が正解だった人)} = \frac{3}{8} + \frac{5}{24} = \frac{7}{12}$$





例題と解説

例題 3

50円切手と80円切手をそれぞれ何枚かずつ買いました。50円切手と80円切手の枚数の比が $3:7$ で、合計金額は2840円でした。50円切手と80円切手をそれぞれ何枚買いましたか。

答え 50円切手 12枚，80円切手 28枚

[例題 3 の解説]

50円切手の枚数を③，80円切手の枚数を⑦とします。

このとき (50円切手の合計金額) $= 50 \times \textcircled{3} = \textcircled{150}$ ，(80円切手の合計金額) $= 80 \times \textcircled{7} = \textcircled{560}$

よって全部の合計金額は $\textcircled{150} + \textcircled{560} = \textcircled{710}$

$\textcircled{710}$ が2840円なので $\textcircled{1} = 2840 \div 710 = 4$

よって (50円切手の枚数) $= \textcircled{3} = 4 \times 3 = 12$ (枚)，(80円切手の枚数) $= \textcircled{7} = 4 \times 7 = 28$ (枚)

※確認しておきます。 $50 \times 12 + 80 \times 28 = 600 + 2240 = 2840$ (円)

※(50円切手の合計金額) $= 50(\text{円}) \times \textcircled{3} = \textcircled{150}$ (円) のように1つあたりの値段に枚数(個数)をかけると合計代金になります。

比であっても実際の個数や金額の計算方法は変わりません。

(別解)

枚数の比が $3:7$ なので (50円切手の枚数) $= 3$ (枚)，(80円切手の枚数) $= 7$ (枚) と仮定します。

このときの合計金額は $50 \times 3 + 80 \times 7 = 710$ (円)

実際は2840円なので $2840 \div 710 = 4$ (倍) です。

よってそれぞれの枚数を4倍にすればいいので (50円切手の枚数) $= 3 \times 4 = 12$ (枚)，(80円切手の枚数) $= 7 \times 4 = 28$ (枚)



例題と解説

例題 4

5円玉と10円玉があわせて120枚があります。5円玉の合計金額と10円玉の合計金額の比は 5 : 6 です。

5円玉の枚数と10円玉の枚数をそれぞれ求めなさい。

答え 5円玉 75枚 , 10円玉 45枚

[例題 4 の解説]

5円玉の合計金額を⑤ , 10円玉の合計金額を⑥ とします。

このとき (5円玉の枚数) = ⑤ ÷ 5 = ① , (10円玉の枚数) = ⑥ ÷ 10 = ③

(5円玉の枚数) : (10円玉の枚数) = ① : ③ = 5 : 3

合計枚数は120枚なので120枚を 5 : 3 に比例配分します。

(5円玉の枚数) = $120 \times \frac{5}{5+3} = 75$ (枚) , (10円玉の枚数) = $120 \times \frac{3}{5+3} = 45$ (枚)



例題と解説

例題 5

10円玉と50円玉と100円玉があわせて36枚あります。10円玉と100円玉の枚数の比は 3 : 2 で50円玉の合計金額と100円玉の合計金額は等しくなっています。10円玉は何枚ありますか。

答え 12枚

[例題 5 の解説]

「50円玉の合計金額と100円玉の合計金額が等しい」ということに着目します。

50円玉の枚数をA枚，100円玉の枚数をB枚とします。

このとき $50 \times A = 100 \times B$ となります。

A : B は50と100の逆比になるので $A : B = 2 : 1$ となります。

※ $50 \times A = 1$ ， $100 \times B = 1$ とすると $A = \frac{1}{50}$ ， $B = \frac{1}{100}$ なので $A : B = \frac{1}{50} : \frac{1}{100} = 2 : 1$

50円玉と100円玉の枚数の比が 2 : 1 であることがわかりました。

10円玉と100円玉の枚数の比が 3 : 2 なので連比を求めます。

右図のようになります。

よって (10円玉の枚数) : (50円玉の枚数) : (100円玉の枚数) = 3 : 4 : 2

合計枚数は36枚なので 3 : 4 : 2 に比例配分して10円玉の枚数を求めます。

(10円玉の枚数) = $36 \times \frac{3}{3+4+2} = 12$ (枚)

$$\begin{array}{rcl} 10円 & : & 50円 & : & 100円 \\ 3 & & & : & 2 \\ & & 2 & : & 1 \\ \hline 3 & : & 4 & : & 2 \end{array}$$



例題と解説

例題 6

ある小学校の昨年の全生徒数は450人でしたが、今年は男子が10%減って、女子が5%増えたので、全体では9人減りました。今年の男子と女子の人数をそれぞれ求めなさい。

答え 男子 189人，女子 252人

[例題 6 の解説]

(昨年の男子の人数) = ①，(昨年の女子の人数) = ① とします。

このとき $① + ① = 450(\text{人})$ … 式 1

今年は男子が10%減って、女子が5%増えるので (男子の減る人数) = $① \times 0.1 = ① \times 0.1$ ，(女子の増える人数) = $① \times 0.05 = ① \times 0.05$

よって (今年の男子の人数) = $① - ① \times 0.1 = ① \times 0.9$ ，(今年の女子の人数) = $① + ① \times 0.05 = ① \times 1.05$

今年は全体で9人減っているので生徒の人数は全部で $450 - 9 = 441(\text{人})$

このとき $① \times 0.9 + ① \times 1.05 = 441(\text{人})$ … 式 2

式 1 と式 2 で消去算を利用します。

$① + ① = 450(\text{人})$ … 式 1

$① \times 0.9 + ① \times 1.05 = 441(\text{人})$ … 式 2

①をそろえるために式 1 を0.9倍にします。

$① \times 0.9 + ① \times 0.9 = 450 \times 0.9$ より $① \times 0.9 + ① \times 0.9 = 405(\text{人})$ … 式 3

式 2 から式 3 を引きます。

$① \times 0.15 = 36(\text{人})$

よって $① = 36 \div 0.15 = 240(\text{人})$ ← 昨年の女子の人数

(昨年の男子の人数) = $① = 450 - 240 = 210(\text{人})$

(今年の男子の人数) = $① \times 0.9 = 210 \times 0.9 = 189(\text{人})$ ，(今年の女子の人数) = $① \times 1.05 = 240 \times 1.05 = 252(\text{人})$



例題と解説

(別解)

男子にそろえて、男子も女子も10%減った場合を考えます。

このときは男子も女子も90%になるので、次のようになります。

$$(\text{昨年の男子}) \times 0.9 + (\text{昨年の女子}) \times 0.9$$

$$= (\text{昨年の男子} + \text{昨年の女子}) \times 0.9$$

$$= 450 \times 0.9$$

$$= 405(\text{人})$$

整理すると $(\text{昨年の男子}) \times 0.9 + (\text{昨年の女子}) \times 0.9 = 405(\text{人})$ … 式 1

実際は女子は5%増えるので105%になって生徒全体は $450 - 9 = 441(\text{人})$ になります。

このとき次のようになります。

$$(\text{昨年の男子}) \times 0.9 + (\text{昨年の女子}) \times 1.05 = 441(\text{人}) \quad \dots \text{式 2}$$

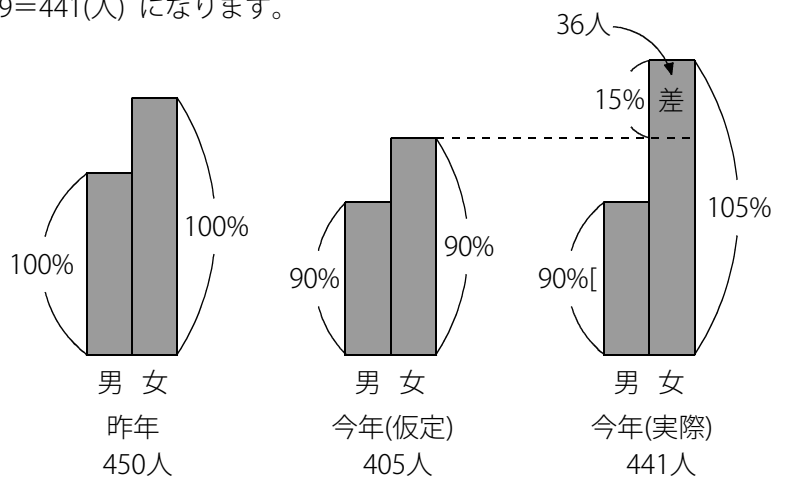
式 2 から式 1 を引きます。

$$(\text{昨年の女子}) \times 0.15 = 36(\text{人})$$

$$\text{よって } (\text{昨年の女子の人数}) = 36 \div 0.15 = 240(\text{人})$$

$$(\text{昨年の男子の人数}) = 450 - 240 = 210(\text{人})$$

$$(\text{今年の男子の人数}) = 210 \times 0.9 = 189(\text{人}), (\text{今年の女子の人数}) = 240 \times 1.05 = 252(\text{人})$$



※「割合をそろえて場合を仮定して実際との差に着目する」という解き方を覚えておきましょう。



例題と解説

例題 7

ある中学校の昨年の男子と女子の人数の比は 7 : 6 でした。今年は男子が5%減って、女子が15%増えたので、学年全体で22人増えました。今年の男子の人数を求めなさい。

答え 266人

[例題 7 の解説]

(昨年の男子の人数) = ⑦ , (昨年の女子の人数) = ⑥ とします。

このとき (昨年の生徒全体) = ⑦ + ⑥ = ⑬

今年の男子は5%減るので昨年の95%になり、今年の女子は15%増えるので昨年の115%になります。

(今年の男子の人数) = ⑦ $\times$ 0.95 = 6.65 , (今年の女子の人数) = ⑥ $\times$ 1.15 = 6.9

このとき (今年の生徒全体) = 6.65 + 6.9 = 13.55

今年の生徒数は昨年よりも 13.55 - ⑬ = 0.55 増えています。

0.55 = 22(人) なので ① = 22 $\div$ 0.55 = 40(人)

よって (今年の男子の人数) = 6.65 = 40 $\times$ 6.65 = 266(人)



例題と解説

例題 8

ある中学校の1年生の昨年の生徒数は280人でした。昨年の男子と今年の男子の生徒数の比は 9 : 10 で、昨年の女子と今年の女子の生徒数の比は 29 : 28 です。今年の生徒数は昨年よりも10人多くなっています。昨年の男子と女子の人数を求めなさい。

答え 男子 135人 , 女子 145人

[例題 8 の解説]

(昨年の生徒全体) = 280(人) なので (今年の生徒全体) = $280 + 10 = 290$ (人) です。

(昨年の男子の人数) = ⑨ , (今年の男子の人数) = ⑩ とします。

(昨年の女子の人数) = ㉙ , (今年の女子の人数) = ㉘ とします。

このとき次のようになります。

$$\text{昨年の生徒全体} \quad ⑨ + ㉙ = 280(\text{人}) \quad \cdots \text{式 1}$$

$$\text{今年の生徒全体} \quad ⑩ + ㉘ = 290(\text{人}) \quad \cdots \text{式 2}$$

○をそろえるために式 2 を 0.9 倍にします。

$$⑨ + ㉘.㉘ = 261(\text{人}) \quad \cdots \text{式 3}$$

式 1 から式 3 を引きます。

$$㉘.㉘ = 19(\text{人})$$

$$㉙ = 19 \div 3.8 = 5(\text{人})$$

$$\text{よって (昨年の女子の人数)} = ㉙ = 5 \times 29 = 145(\text{人})$$

$$\text{(昨年の男子の人数)} = 280 - 145 = 135(\text{人})$$

ポイントまとめ

- ・比の○数字や□数字であっても実際の個数や金額の計算方法は変わりません。
- ・「割合をそろえて場合を仮定して実際との差に着目する」という解き方を覚えておきましょう。