



例題と解説

例題 1

次の問いに答えなさい。

- (1) A君とB君の所持金の比は $8:5$ で、B君の所持金は700円です。A君の所持金は何円ですか。
- (2) A君とB君とC君の所持金の比は $4:9:7$ で、A君とC君の所持金の差は450円です。B君の所持金は何円ですか。
- (3) AさんとBさんとCさんの年齢^{ねんれい}の比は $12:8:9$ で、BさんとCさんの年齢の和は51才です。Aさんは何才ですか。

答え (1) 1120円 (2) 1350円 (3) 36才

[例題 1 の解説]

- (1) $A:B=8:5$ なのでA君の所持金はB君の所持金の $8\div5=1.6$ (倍) です。

よって (A君の所持金) $=700\times1.6=1120$ (円)

(別解)

(A君の所持金) $=\textcircled{8}$, (B君の所持金) $=\textcircled{5}$ とします。

①を求めます。⑤ $=700$ (円) なので ① $=700\div5=140$ (円)

よって (A君の所持金) $=\textcircled{8}=140\times8=1120$ (円)

- (2) (A君の所持金) $=\textcircled{4}$, (B君の所持金) $=\textcircled{9}$, (C君の所持金) $=\textcircled{7}$ とします。

A君とC君の所持金の差は $\textcircled{7}-\textcircled{4}=\textcircled{3}$

③ $=450$ (円) なので ① $=450\div3=150$ (円)

よって (B君の所持金) $=\textcircled{9}=150\times9=1350$ (円)

- (3) (Aさんの年齢) $=\textcircled{12}$, (Bさんの年齢) $=\textcircled{8}$, (Cさんの年齢) $=\textcircled{9}$ とします。

BさんとCさんの年齢の和は $\textcircled{8}+\textcircled{9}=\textcircled{17}$

① $=51$ (才) なので ① $=51\div17=3$ (才)

よって (Aさんの年齢) $=3\times12=36$ (才)



例題2

次の問いに答えなさい。

- (1) $A:B=7:6$ で C は B の $1\frac{1}{3}$ 倍です。 $A:B:C$ を求めなさい。
- (2) $A:B=5:16$ で B は C の $2\frac{2}{5}$ 倍です。 $A:B:C$ を求めなさい。
- (3) $A:B=3:5$, $B:C=8:7$ のとき $A:B:C$ を求めなさい。
- (4) $A:B=9:4$, $A:C=6:5$ のとき $A:B:C$ を求めなさい。

答え (1) $7:6:8$ (2) $15:48:20$ (3) $24:40:35$ (4) $18:8:15$

[例題2の解説]

(1) C は B の $1\frac{1}{3}$ 倍なので $C=6\times 1\frac{1}{3}=8$

よって $A:B:C=7:6:8$

(2) B は C の $2\frac{2}{5}$ 倍なので $C\times 2\frac{2}{5}=16$ より $C=\frac{20}{3}$

よって $A:B:C=5:16:\frac{20}{3}=15:48:20$

(3) $B:C=8:7$ なので C は B の $\frac{7}{8}$ 倍です。

$A:B=3:5$ なので $B=5$ とすると $C=5\times \frac{7}{8}=\frac{35}{8}$

よって $A:B:C=3:5:\frac{35}{8}=24:40:35$



例題と解説

(別解)

$A : B = 3 : 5$, $B : C = 8 : 7$ を右図のように並べて書きます。

比が重なっているBに着目します。

Bの比は5と8なのでこれらの最小公倍数の40にします。

5は8倍になっているので、Aの3も8倍にして24となります。

8は5倍になっているので、Cの7も5倍にして35となります。

よって右図のように $A : B : C = 24 : 40 : 35$

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C \\ 3 & : & 5 & & \\ & & 8 & : & 7 \\ \hline 24 & : & 40 & : & 35 \end{array}$$

↑
5と8の最小公倍数

基準となっているBの比をそろえることでAとBとCの3つの数の比を求めることができます。

※3つ以上の比を^{れんぴ}連比といいます。

この問題のように2つずつの比がわかっていてそれらの連比を求める場合は上図のように求めましょう。

(4) $A : B = 9 : 4$, $A : C = 6 : 5$ を右図のように並べて書きます。

比が重なっているAに着目します。

Aの比は9と6なのでこれらの最小公倍数の18にします。

9は2倍になっているので、Bの4も2倍にして8となります。

6は3倍になっているので、Cの5も3倍にして15となります。

よって右図のように $A : B : C = 18 : 8 : 15$

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C \\ 9 & : & 4 & & \\ 6 & & & : & 5 \\ \hline 18 & : & 8 & : & 15 \end{array}$$

↑
9と6の最小公倍数



例題と解説

例題3

3つの整数A, B, Cがあり $A:B=4:5$, $B:C=3:5$ のとき次の問いに答えなさい。

- (1) AとBとCの和が156だとするとAはいくつですか。
- (2) AとBの差が18だとするとCはいくつですか。
- (3) $A+B$ とCの差が8だとするとBはいくつですか。

答え (1) 36 (2) 150 (3) 60

[例題3の解説]

- (1) $A:B=4:5$, $B:C=3:5$ なので右図のように $A:B:C=12:15:25$

$A=\textcircled{12}$, $B=\textcircled{15}$, $C=\textcircled{25}$ とします。

このとき $A+B+C=\textcircled{52}$

$\textcircled{52}=156$ より $\textcircled{1}=156\div 52=3$

よって $A=\textcircled{12}=3\times 12=36$

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C \\ 4 & : & 5 & & \\ & & 3 & : & 5 \\ \hline 12 & : & 15 & : & 25 \\ & & \uparrow & & \\ & & \text{5と3の最小公倍数} & & \end{array}$$

- (2) AとBの差は $B-A=\textcircled{15}-\textcircled{12}=\textcircled{3}$ でこれが18です。

$\textcircled{1}=18\div 3=6$

よって $C=\textcircled{25}=6\times 25=150$

- (3) $A+B=\textcircled{12}+\textcircled{15}=\textcircled{27}$

$A+B$ とCの差は $\textcircled{27}-\textcircled{25}=\textcircled{2}$

$\textcircled{2}=8$ より $\textcircled{1}=8\div 2=4$

よって $B=\textcircled{15}=4\times 15=60$



例題と解説

例題4

次の問いに答えなさい。

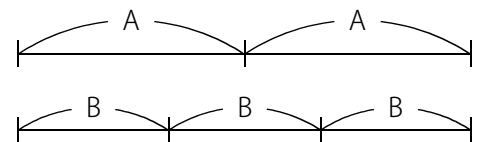
- (1) Aの2倍とBの3倍が等しいとき $A:B$ を求めなさい。
- (2) Aの $\frac{3}{4}$ 倍とBの1.2倍が等しいとき $A:B$ を求めなさい。

答え (1) $3:2$ (2) $8:5$

[例題4の解説]

- (1) 「Aの2倍とBの3倍が等しい」というのを式にすると $A \times 2 = B \times 3$ です。

線分図で表すと右図のようになります。



AとBにあてはまる数を探してみます。

例えば $A=6$, $B=4$ であれば $6 \times 2 = 4 \times 3$ で左右ともに12になるので成り立ちます。

$6:4=3:2$ なので $A:B=3:2$ であることがわかります。

$A:B=3:2$ であればいいので 例えば $A=45$, $B=30$ でも成り立ちます。 $45 \times 2 = 30 \times 3$

(別解)

$A \times 2$ と $B \times 3$ が等しければいいので $A \times 2 = 1$, $B \times 3 = 1$ というふうに両方とも1になるとします。

このとき $A = 1 \div 2 = \frac{1}{2}$, $B = 1 \div 3 = \frac{1}{3}$ なので $A:B = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3:2$ であることがわかります。

※ $A:B = (2の逆数) : (3の逆数) = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3:2$ となっています。

逆数は分母と分子を入れかえてできる数です。

このような逆数の比を ぎゃくひ 逆比といいます。逆比は受験算数で非常に重要です。



例題と解説

$$(2) \quad A \times \frac{3}{4} = B \times 1.2$$

$$A \times \frac{3}{4} = 1, \quad B \times 1.2 = 1 \quad \text{とします。}$$

$$A = 1 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \quad \leftarrow \frac{3}{4} \text{の逆数}$$

$$B = 1 \div 1.2 = 1 \div \frac{6}{5} = \frac{5}{6} \quad \leftarrow 1.2 \text{の逆数}$$

$$\text{よって } A : B = \frac{4}{3} : \frac{5}{6} = 8 : 5$$

※逆比について整理しておきます。

$$A \times 3 = B \times 5 \quad \text{のとき} \quad A : B = 5 : 3$$

$$A \times 12 = B \times 15 \quad \text{のとき} \quad A : B = 15 : 12 = 5 : 4$$

つまり $A \times \bigcirc = B \times \square$ のとき $A : B = \square : \bigcirc$ となります。

2つの数の場合は $\bigcirc$ と $\square$ を入れかえるだけで逆比を求めることができます。

ただし3つの数の場合はこのように入れかえるのはまちがいです。注意しましょう。

※逆比は $A \times \bigcirc = 1, \quad B \times \square = 1$ として逆数を求めてから比を求めることが基本です。



例題 5

次の問いに答えなさい。

- (1) Aの2倍とBの3倍とCの4倍が等しいとき $A : B : C$ を求めなさい。
- (2) $A \times 2 = B \times 3\frac{1}{3} = C \times 2.5$ のとき $A : B : C$ を求めなさい。

答え (1) $6 : 4 : 3$ (2) $5 : 3 : 4$

[例題 5 の解説]

(1) $A \times 2 = B \times 3 = C \times 4$

$A \times 2 = 1$, $B \times 3 = 1$, $C \times 4 = 1$ とします。

$$A = 1 \div 2 = \frac{1}{2} , B = 1 \div 3 = \frac{1}{3} , C = 1 \div 4 = \frac{1}{4}$$

よって $A : B : C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{6}{12} : \frac{4}{12} : \frac{3}{12} = 6 : 4 : 3$ であることがわかります。

※ $A \times 2 = B \times 3 = C \times 4$ で2と3と4を入れかえて $A : B : C = 4 : 3 : 2$ とするのはまちがいです。

このようなまちがいが非常に多いので気をつけましょう。

(2) $A \times 2 = B \times 3\frac{1}{3} = C \times 2.5$

$A \times 2 = 1$, $B \times 3\frac{1}{3} = 1$, $C \times 2.5 = 1$ とします。

$$A = 1 \div 2 = \frac{1}{2} , B = 1 \div 3\frac{1}{3} = \frac{3}{10} , C = 1 \div 2.5 = \frac{2}{5}$$

よって $A : B : C = \frac{1}{2} : \frac{3}{10} : \frac{2}{5} = \frac{5}{10} : \frac{3}{10} : \frac{4}{10} = 5 : 3 : 4$



例題と解説

例題6

次の□にあてはまる数を求めなさい。

- (1) $4 : \square = \square : 1$ ※□には同じ数が入ります。
(2) $\square : 16 = 4 : \square$ ※□には同じ数が入ります。
(3) $99 : \square = \square : 1\frac{5}{11}$ ※□には同じ数が入ります。

答え (1) 2 (2) 8 (3) 12

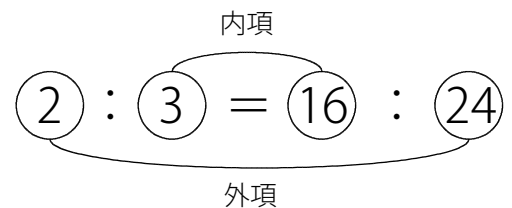
[例題6の解説]

例えば $2 : 3 = 16 : 24$ のような比を使った式を^{ひれいしき}比例式といいます。

比例式では^{ないこう}(内項の積)^{がいこう}=(外項の積) が成り立ちます。

右図のように「内項」は内側の2つの数で3と16です。

「外項」は外側の2つの数で2と24です。



「内項の積」は内項の2つの数をかけた数なので (内項の積) $=3 \times 16 = 48$

「外項の積」は外項をかけた数なので (外項の積) $=2 \times 24 = 48$

よってともに48となっているので (内項の積)=(外項の積) となっていることがわかります。

整理すると $A : B = C : D$ のとき $B \times C = A \times D$ が成り立ちます。このような比例式の性質を覚えておきましょう。

- (1) 探しても簡単に見つかりますが、比例式の性質を利用します。

$4 : \square = \square : 1$ なので (内項の積) $=\square \times \square$, (外項の積) $=4 \times 1 = 4$

(内項の積)=(外項の積) なので $\square \times \square = 4$ となります。

□を2回かけて4になっているので、□にあてはまる数は2です。□=2

- (2) 比例式の性質を利用します。

$16 \times 4 = \square \times \square$ となります。つまり $64 = \square \times \square$

□を2回かけて64になっているので □=8 であることがわかります。



例題と解説

(3) 比例式の性質を利用します。

$$\square \times \square = 99 \times 1\frac{5}{11} \text{ となります。つまり } \square \times \square = 144$$

$\square$ を2回かけて144になっているので $\square=12$ であることがわかります。

※比例式の性質は文章題だけではなく、図形題でも利用します。

ポイントまとめ

- ・3つ以上の比を^{れんぴ}連比といいます。最小公倍数を利用して連比を求められるようにしておきましょう。
- ・ $A \times 2 = B \times 3$ のとき $A \times 2 = 1$, $B \times 3 = 1$ として $A : B = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$
このような逆数の比を^{ぎゃくひ}逆比といいます。
- ・逆比は $A \times \bigcirc = 1$, $B \times \square = 1$ として逆数を求めてから比を求めることが基本です。
- ・ $A \times 2 = B \times 3 = C \times 4$ で2と3と4を入れかえて $A : B : C = 4 : 3 : 2$ とするのはまちがいです。
- ・ $A : B = C : D$ のとき $B \times C = A \times D$ が成り立ちます。このような比例式の性質を覚えておきましょう。