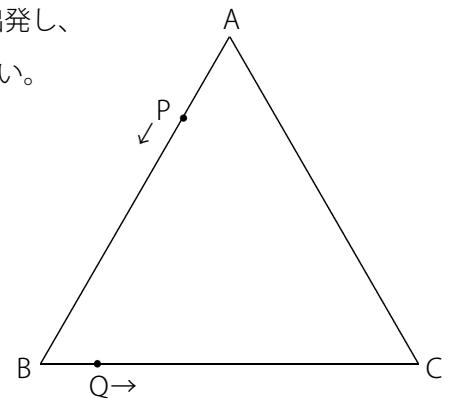




例題と解説

例題1

右図のような一辺30cmの正三角形ABCがあります。点PはAを、点QはBを同時に出発し、それぞれ矢印の方向に正三角形の辺上を回ります。このとき次の問いに答えなさい。



- (1) 点Pの秒速が5cm、点Qの秒速が2cmのとき、2回目に点Pが点Qに追いつくのは出発してから何秒後ですか。
- (2) 点Pの秒速が1cm、点Qの秒速が1cmのとき、はじめてPQとACが平行になるのは出発してから何秒後ですか。
- (3) 点Pの秒速が3cm、点Qの秒速が1cmのとき、はじめてPQとACが平行になるのは出発してから何秒後ですか。

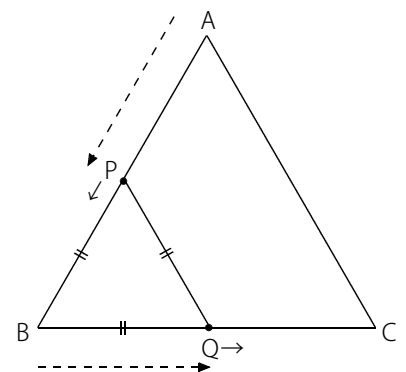
答え (1) 40秒後 (2) 15秒後 (3) 7.5秒後

[例題1の解説]

- (1) はじめは30cmはなれているので、1回目に追いつくのは出発してから $30 \div (5-2) = 10$ (秒後)
2回目は1回目に出会ってから、PがQよりも1周分、つまり $30 \times 3 = 90$ (cm) 多く回ったときなので
 $90 \div (5-2) = 30$ (秒後)
1回目から30秒後に2回目に追いつくので、出発してから $10 + 30 = 40$ (秒後)

- (2) PQとACがはじめて平行になるのは右図のようなときです。
PとQの進んだ距離の合計 $AP + BQ$ に着目します。
PQとACが平行なので、三角形PBQは正三角形です。このとき $BQ = BP$
PとQの進んだ距離の合計は $AP + BQ = AP + BP = AB = 30$ (cm)
PとQは1秒で合わせて $1 + 1 = 2$ (cm) 進むので
はじめてPQとACが平行になるのは出発してから $30 \div 2 = 15$ (秒後)

※QがBからAに進むとして、PとQの「出会い」と考えても同じです。





例題と解説

(3) 考え方は(2)と同じです。

Pは秒速3cm , Qは秒速1cmなのでPQとACがはじめて平行になるのは右図のようなときです。

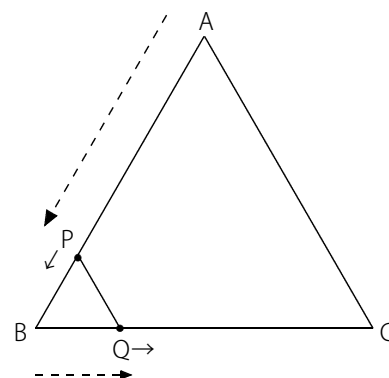
PとQの進んだ距離の合計 $AP+BQ$ に着目します。

PQとACが平行なので、三角形PBQは正三角形です。このとき $BQ=BP$

PとQの進んだ距離の合計は $AP+BQ=AP+BP=AB=30(\text{cm})$

PとQは1秒で合わせて $3+1=4(\text{cm})$ 進むので

はじめてPQとACが平行になるのは出発してから $30 \div 4 = 7.5(\text{秒後})$



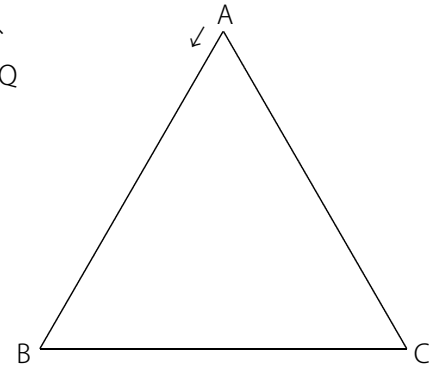


例題と解説

例題2

右図のような一辺30cmの正三角形ABCがあります。点Pと点QはAを同時に出発し、2点とも同じ向きで矢印の方向に正三角形の辺上を回ります。点Pは秒速5cm、点Qは秒速2cmで辺上を進みます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) はじめてPQとACが平行になるのは出発してから何秒後ですか。
- (2) はじめてPQとBCが平行になるのは出発してから何秒後ですか。



答え (1) $8\frac{4}{7}$ 秒後 (2) $12\frac{6}{7}$ 秒後

[例題2の解説]

- (1) はじめてPがBに着くのは $30 \div 5 = 6$ (秒後) で右図1のようになっています。

図1の状態から進んで図2のようになって、PQとACが平行になります。
このとき三角形PBQは正三角形です。

図1の状態から図2の状態になるまでにPとQが進んだ距離の合計に着目します。

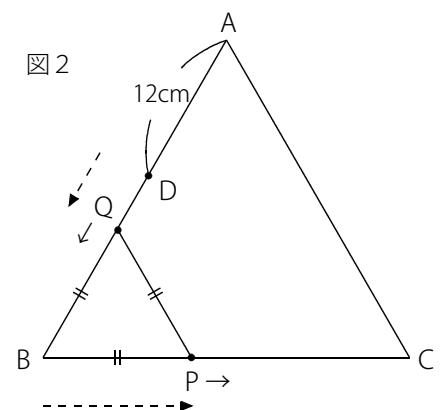
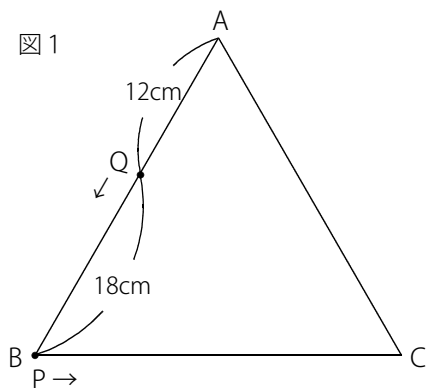
Pが進んだ距離はBP, Qが進んだ距離はDQなので合計は $BP + DQ$

三角形PBQは正三角形なので $BP = BQ$

よって $BP + DQ = BQ + DQ = 18$ (cm)

1秒でPとQは合わせて $5 + 2 = 7$ (cm) 進むので $18 \div 7 = 2\frac{4}{7}$ (秒後)

はじめてPQとACが平行になるのは出発してから $6 + 2\frac{4}{7} = 8\frac{4}{7}$ (秒後)





例題と解説

(2) PをCまで進めて考えます。

はじめてPがCに着くのは $60 \div 5 = 12$ (秒後) で右図3のようになっています。

図3の状態から進んで図4のようになって、PQとBCが平行になります。
このとき三角形PAQは正三角形です。

図3の状態から図4の状態になるまでにPとQが進んだ距離の合計に着目します。

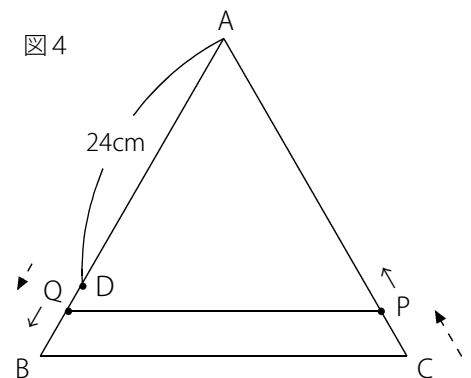
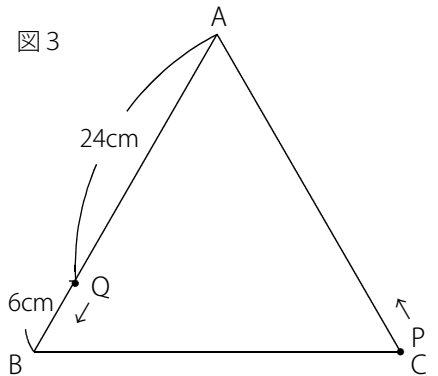
Pが進んだ距離はCP, Qが進んだ距離はDQなので合計は $CP + DQ$

三角形PAQは正三角形なので $CP = BQ$

よって $CP + DQ = BQ + DQ = 6(\text{cm})$

1秒でPとQは合わせて $5 + 2 = 7(\text{cm})$ 進むので $6 \div 7 = \frac{6}{7}$ (秒後)

はじめてPQとBCが平行になるのは出発してから $12 + \frac{6}{7} = 12\frac{6}{7}$ (秒後)

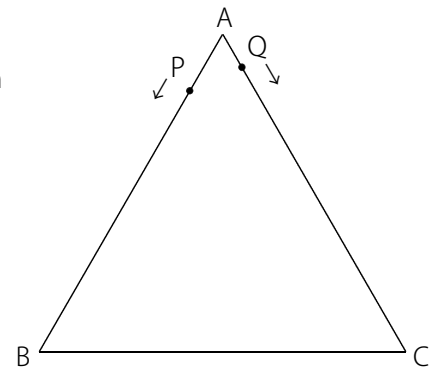




例題と解説

例題 3

右図のような一辺30cmの正三角形ABCがあります。点Pと点QはAを同時に出発し、それぞれ矢印の方向に正三角形の辺上を回ります。点Pは秒速5cm、点Qは秒速2cmで辺上を進みます。はじめてPQとABが平行になるのは出発してから何秒後ですか。



答え 10秒後

[例題 3 の解説]

PをBまで進めて考えます。

はじめてPがBに着くのは $30 \div 5 = 6$ (秒後) で右図1のようになっています。

図1の状態から進んで図2のようになって、PQとABが平行になります。

このとき三角形PCQは正三角形です。

図1の状態から図2の状態になるまでにPとQが進んだ距離の差に着目します。

Pが進んだ距離はBP, Qが進んだ距離はDQなので差は $BP - DQ$

三角形PCQは正三角形なので $BP = AQ$

よって $BP - DQ = AQ - DQ = 12(\text{cm})$

1秒でPとQの進む距離の差は $5 - 2 = 3(\text{cm})$ なので差が12cmになるのは $12 \div 3 = 4$ (秒後)

はじめてPQとACが平行になるのは出発してから $6 + 4 = 10$ (秒後)

※ 点の移動の問題では2点の進んだ距離の「和」や「差」に着目して
旅人算と同じように考えます。

図1

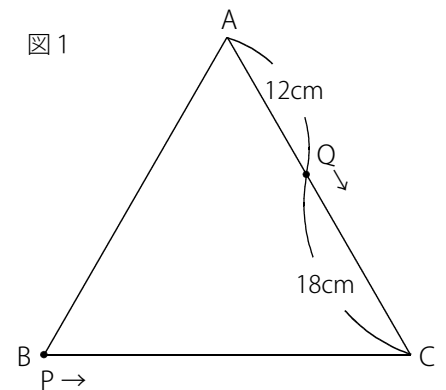
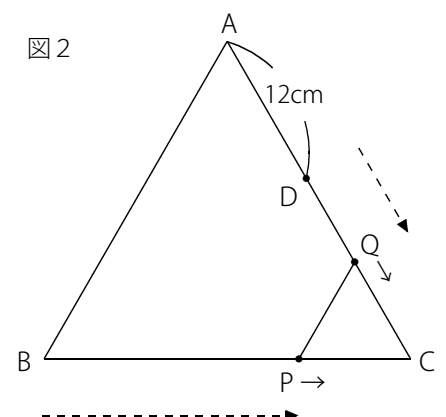


図2



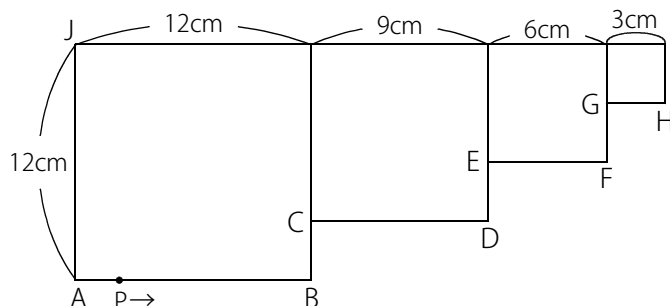


例題と解説

例題4

右図のように、4つの正方形を並べます。点PはAを出発して秒速1.5cmで $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$ の順にIまで辺上を進みます。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 点Pが出発してからHに着くまでに何秒かかりますか。
- (2) 点Pが出発してから18秒後のとき三角形APJの面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 三角形APJの面積が 162cm^2 なのは出発して何秒後から何秒後までですか。



答え (1) 26秒 (2) 126cm^2 (3) 22秒後から24秒後

[例題4の解説]

- (1) AからHまでの長さを右図のようにまとめて求めます。

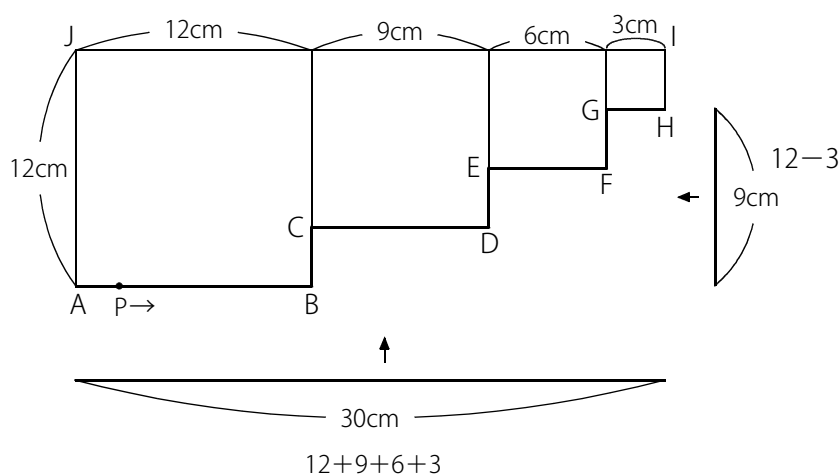
下から見ると $12+9+6+3=30(\text{cm})$

右から見ると $12-3=9(\text{cm})$

合わせて $30+9=39(\text{cm})$

Pは秒速1.5cmなので

$39 \div 1.5 = 26(\text{秒})$ かかります。





例題と解説

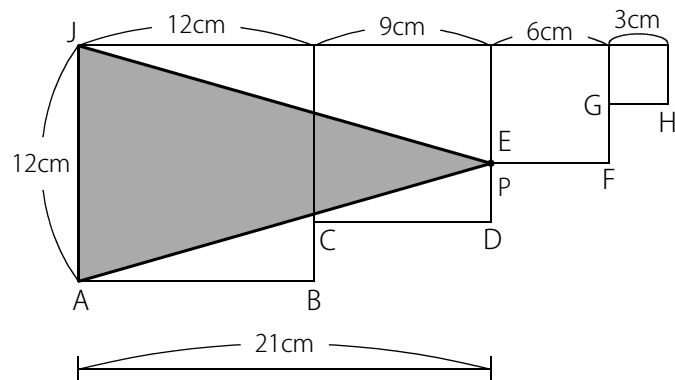
- (2) Pは秒速1.5cmなので18秒で $1.5 \times 18 = 27(\text{cm})$ 進みます。

$AB + BC + CD + DE = 12 + 3 + 9 + 3 = 27(\text{cm})$ なので出発して18秒後にはPはEにいます。

このとき三角形APJは右図のようになります。

底辺を12cmとすると高さは21cmなので

(三角形APJの面積) $= 12 \times 21 \div 2 = 126(\text{cm}^2)$



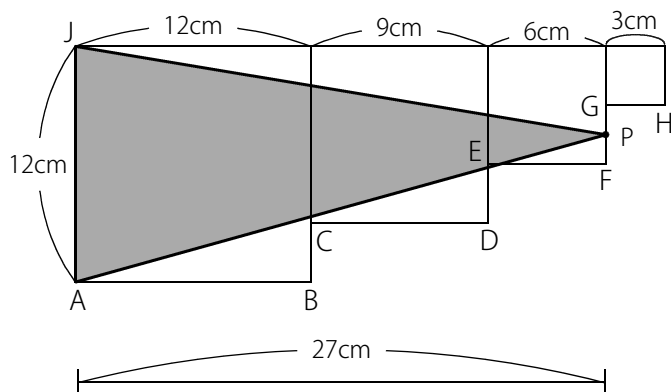
- (3) 底辺を $AJ = 12(\text{cm})$ と考えると、三角形APJの面積が 162cm^2 のとき、高さは $162 \times 2 \div 12 = 27(\text{cm})$

高さが27cmのときは右図のようにPがFとGの間にあるときです。

AからFまでは $27 + 3 + 3 = 33(\text{cm})$ なので

PがFに着くのは出発してから $33 \div 1.5 = 22(\text{秒後})$

FからGまでは3cmなので $3 \div 1.5 = 2(\text{秒})$



よって三角形APJの面積が 162cm^2 なのは出発して22秒後から24秒後までであることがわかります。



例題と解説

例題5

下図1のような図形があります。点PはAを出発して秒速2cmで $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$ の順に辺上を1周します。
このときの三角形ABPの面積と時間の関係を表したグラフが図2です。このとき次の問いに答えなさい。

図1

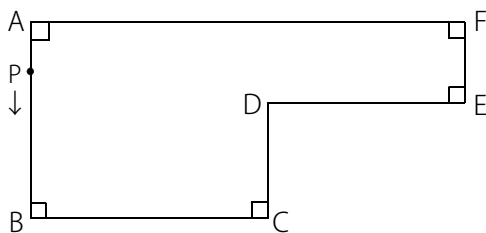
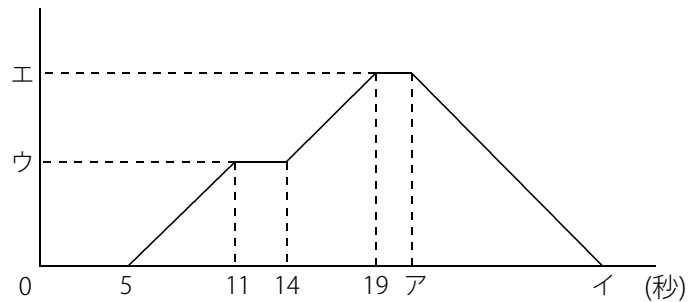


図2 (cm²)



- (1) 図1のABとBCの長さはそれぞれ何cmですか。
- (2) 図2のア～エにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

答え (1) AB 10cm, BC 12cm (2) ア 21, イ 32, ウ 60, エ 110

[例題5の解説]

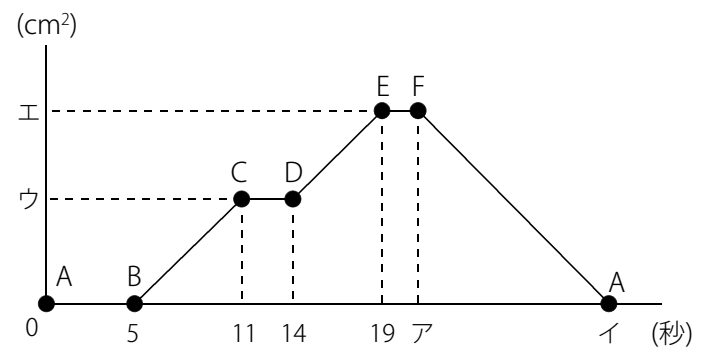
- (1) まずグラフの折れ曲がりに着目して、Pがどこにいるかを調べると下図のようになります。

Pは秒速2cmで進みます。

AからBに進むのに5秒かかるので $AB = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$

BからCに進むのに $11 - 5 = 6(\text{秒})$ かかるので

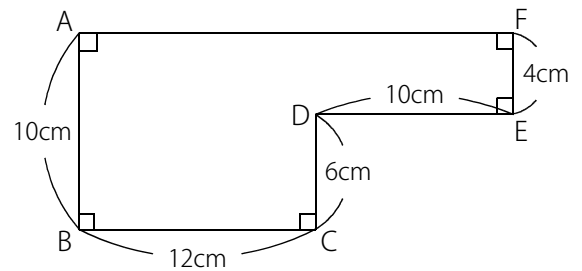
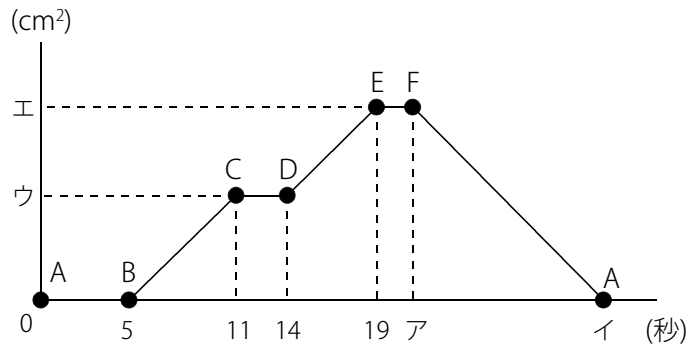
$BC = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$





例題と解説

- (2) CからDに進むのに $14-11=3$ (秒) かかるので $CD=2 \times 3=6$ (cm)
DからEに進むのに $19-14=5$ (秒) かかるので $DE=2 \times 5=10$ (cm)
辺の長さを整理すると右図のようになり $EF=10-6=4$ (cm)



$EF=4$ (cm) なのでEからFに進むのに $4 \div 2=2$ (秒) かかります。 $ア=19+2=21$

$FA=10+12=22$ (cm) なのでFからAに進むのに $22 \div 2=11$ (秒) かかります。 $イ=21+11=32$

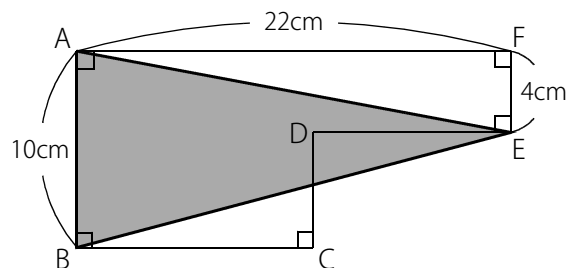
次にウにあてはまる数を求めます。ウは出発してから11秒後の三角形ABPの面積です。

このときPはCにいるので (三角形ABPの面積) $=10 \times 12 \div 2=60$ (cm²) より ウ=60

次にエにあてはまる数を求めます。エは出発してから19秒後から21秒後の三角形ABPの面積です。

PがEにいたときの面積を求めればよいので右図のようになります。

(三角形ABPの面積) $=10 \times 22 \div 2=110$ (cm²) より エ=110

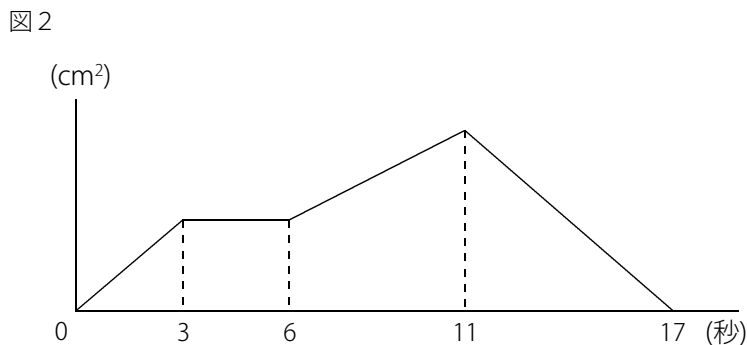
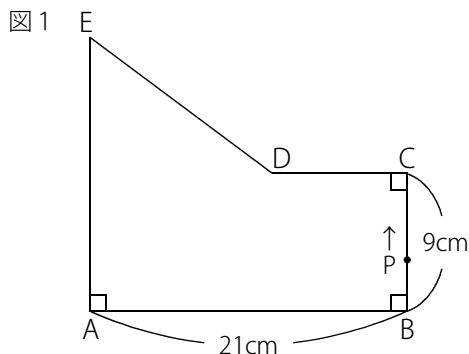




例題と解説

例題 6

下図 1 のような図形があります。点PはBを出発して一定の速さで $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$ の順に辺上を進みます。
このときの三角形ABPの面積と時間の関係を表したグラフが図 2 です。このとき次の問いに答えなさい。



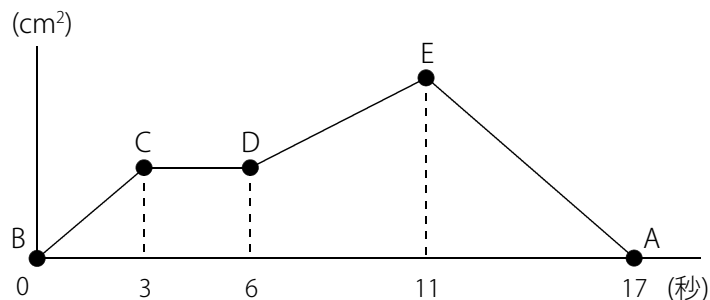
- (1) 点Pの速さは秒速何cmですか。
- (2) 点Pが出発してから14秒後のとき三角形ABPの面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 点Pが出発してから10秒後のとき三角形ADPの面積は何 cm^2 ですか。

答え (1) 秒速3cm (2) 94.5cm^2 (3) 86.4cm^2

[例題 6 の解説]

- (1) まずグラフの折れ曲がりに着目して、Pがどこにいるかを調べると下図のようになります。

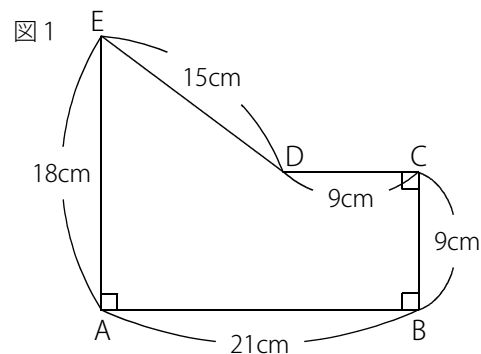
$BC=9(\text{cm})$ でBからCに進むのに3秒かかるので
(Pの秒速) $=9 \div 3 = (\text{秒速})3(\text{cm})$





例題と解説

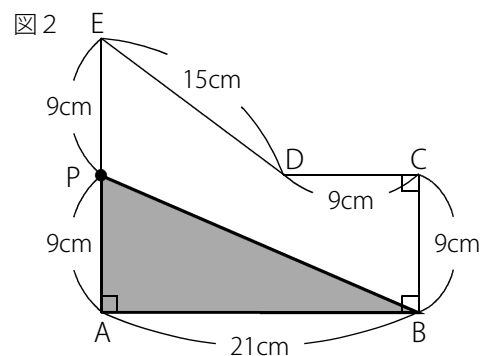
- (2) CからDまで進むのに $6-3=3$ (秒) かかるので $CD=3\times 3=9$ (cm)
DからEまで進むのに $11-6=5$ (秒) かかるので $DE=3\times 5=15$ (cm)
EからAまで進むのに $17-11=6$ (秒) かかるので $EA=3\times 6=18$ (cm)
辺の長さを整理すると右図1 のようになります。



Pは出発してから14秒で $3\times 14=42$ (cm) 進みます。

このときPは右図2の位置にあります。

(三角形ABPの面積) $=21\times 9\div 2=94.5$ (cm^2)



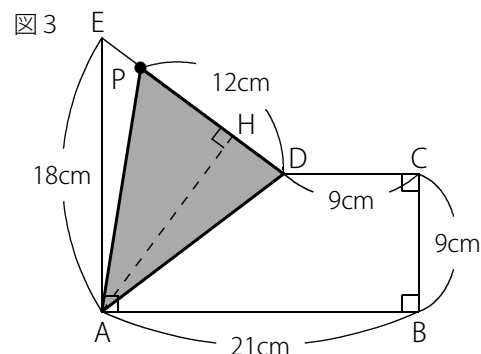


例題と解説

- (3) Pは出発してから10秒で $3 \times 10 = 30(\text{cm})$ 進みます。

このときPは右図3の位置にあります。

三角形ADPの面積を求めるために、底辺をDPとしたときの高さAHを求めます。



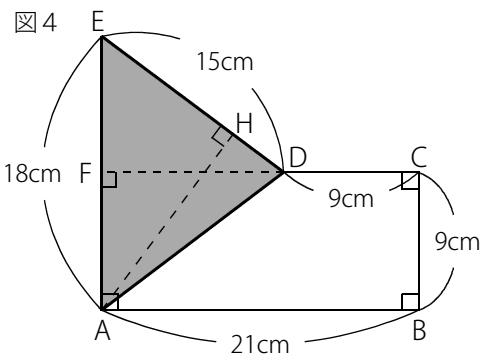
右図4のように三角形ADEに着目します。

$AE = 18(\text{cm})$, 高さは $DF = 21 - 9 = 12(\text{cm})$ なので

(三角形ADEの面積) $= 18 \times 12 \div 2 = 108(\text{cm}^2)$

三角形ADEについて底辺をDEと考えます。

このときの高さAHは $108 \times 2 \div 15 = 14.4(\text{cm})$



よって (三角形ADPの面積) $= 12 \times 14.4 \div 2 = 86.4(\text{cm}^2)$

※ いろいろな方向から三角形の高さを求められるようにしておきましょう。

ポイントまとめ

- 点の移動の問題では2点の進んだ距離の「和」や「差」に着目して旅人算と同じように考えます。
- グラフの問題ではグラフの「折れ曲がり」が何を意味しているのかを調べましょう。