



例題と解説

例題 1

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

答え $\frac{3}{4}$

[例題 1 の解説]

通分をして求めます。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

(別解)

次のように分数の形を変えます。

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

これらを用いると $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$ となります。

() を外すと $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$-\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{2}$ で合わせて 0 になります。また $-\frac{1}{3}$ と $\frac{1}{3}$ で合わせて 0 になります。

$$\text{よって } \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



例題と解説

例題2

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$$

答え $\frac{8}{9}$

[例題2の解説]

通分して計算するのでは時間がかかってしまいます。

工夫して計算しましょう。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} &= \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, & \frac{1}{6} &= \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, & \frac{1}{12} &= \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, & \frac{1}{20} &= \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, & \frac{1}{30} &= \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ \frac{1}{42} &= \frac{1}{6 \times 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}, & \frac{1}{56} &= \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}, & \frac{1}{72} &= \frac{1}{8 \times 9} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9}\end{aligned}$$

これらを用いると

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} \\&= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) \\&= \left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{5}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{5}} - \cancel{\frac{1}{6}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{6}} - \cancel{\frac{1}{7}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{8}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{8}} - \frac{1}{9}\right)\end{aligned}$$

※上のようにあいだが合わせて0になります。よって残りは先頭の $\frac{1}{1}$ と最後の $-\frac{1}{9}$ なので次のようになります。

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$



例題と解説

例題3

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35}$$

答え $\frac{3}{7}$

[例題3の解説]

通分をして求めます。

3と15と35の最小公倍数は105です。

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} = \frac{35}{105} + \frac{7}{105} + \frac{3}{105} = \frac{45}{105} = \frac{3}{7}$$

(別解)

次のように分数の形を変えます。

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) \quad \leftarrow \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{なので} \quad \frac{1}{3} \quad \text{にするために} \quad \frac{1}{2} \quad \text{をかけます。}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \quad \leftarrow \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} \quad \text{なので} \quad \frac{1}{15} \quad \text{にするために} \quad \frac{1}{2} \quad \text{をかけます。}$$

$$\frac{1}{35} = \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) \quad \leftarrow \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{35} \quad \text{なので} \quad \frac{1}{35} \quad \text{にするために} \quad \frac{1}{2} \quad \text{をかけます。}$$

これらを用いると

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right)$$

$\frac{1}{2}$ でまとめます。



例題と解説

$$=\frac{1}{2}\times\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\times\left\{\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{5}}-\frac{1}{7}\right)\right\}$$

※上のようにあいだが合わせて0になります。よって残りは先頭の $\frac{1}{1}$ と最後の $-\frac{1}{7}$ なので次のようになります。

$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{7}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{6}{7}$$

$$=\frac{3}{7}$$

※ $\frac{1}{2}$ をかけるのを忘れないようにしましょう。問題によっては $\frac{1}{3}$ や $\frac{1}{4}$ をかける場合もあります。



例題と解説

例題4

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \frac{1}{208}$$

答え $\frac{5}{16}$

[例題4の解説]

工夫して計算しましょう。

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{28} = \frac{1}{4 \times 7} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right)$$

...

$$\frac{1}{208} = \frac{1}{13 \times 16} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right)$$

※ 全部書かなくても分母は (1, 4) (4, 7) (7, 10) (10, 13) (13, 16) であることがわかります。

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \frac{1}{208}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right) \quad \leftarrow \text{あいだは合わせて0になります。}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{15}{16}$$

$$= \frac{5}{16}$$

※ 慣れてくれば暗算で解けるようになります。



例題と解説

例題 5

次の計算をなさい。

$$\frac{11}{2 \times 5} + \frac{41}{5 \times 8} + \frac{89}{8 \times 11} + \frac{155}{11 \times 14}$$

答え $4\frac{1}{7}$

[例題 5 の解説]

帯分数に直してから、工夫して計算します。

$$\frac{11}{2 \times 5} + \frac{41}{5 \times 8} + \frac{89}{8 \times 11} + \frac{155}{11 \times 14}$$

$$= \frac{11}{10} + \frac{41}{40} + \frac{89}{88} + \frac{155}{154}$$

$$= 1\frac{1}{10} + 1\frac{1}{40} + 1\frac{1}{88} + 1\frac{1}{154}$$

$$= 4 + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154}$$

$$= 4 + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14}$$

$$= 4 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{14} \right) \quad \leftarrow \text{あいだは合わせて0になります。}$$

$$= 4 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14} \right)$$

$$= 4 + \frac{1}{3} \times \frac{6}{14}$$

$$= 4\frac{1}{7}$$



例題と解説

例題6

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \frac{1}{7 \times 9 \times 11}$$

答え $\frac{8}{99}$

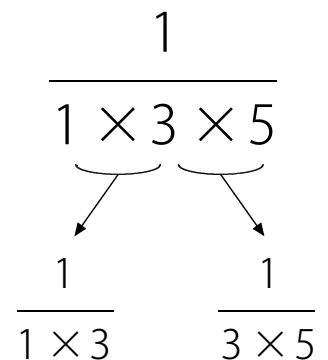
[例題6の解説]

工夫して計算しましょう。

$$\frac{1}{1 \times 3 \times 5} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right)$$

これは右図のように分母の前の2つと後の2つで分けています。

そして $\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} = \frac{4}{15}$ なので $\frac{1}{15}$ にするために $\frac{1}{4}$ をかけます。



同じように

$$\frac{1}{3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right)$$

$$\frac{1}{5 \times 7 \times 9} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right)$$

$$\frac{1}{7 \times 9 \times 11} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{7 \times 9} - \frac{1}{9 \times 11} \right)$$

$$\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \frac{1}{7 \times 9 \times 11}$$

$$= \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right) + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right) + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right) + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{7 \times 9} - \frac{1}{9 \times 11} \right)$$



例題と解説

$\frac{1}{4}$ でまとめます。

$$= \frac{1}{4} \times \left\{ \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right) + \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right) + \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right) + \left(\frac{1}{7 \times 9} - \frac{1}{9 \times 11} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} \times \left\{ \left(\frac{1}{1 \times 3} - \cancel{\frac{1}{3 \times 5}} \right) + \left(\cancel{\frac{1}{3 \times 5}} - \cancel{\frac{1}{5 \times 7}} \right) + \left(\cancel{\frac{1}{5 \times 7}} - \cancel{\frac{1}{7 \times 9}} \right) + \left(\cancel{\frac{1}{7 \times 9}} - \frac{1}{9 \times 11} \right) \right\}$$

※上のようにあいだが合わせて0になります。よって残りは先頭の $\frac{1}{1 \times 3}$ と最後の $-\frac{1}{9 \times 11}$ なので次のようになります。

$$= \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{9 \times 11} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{32}{99}$$

$$= \frac{8}{99}$$

ポイントまとめ

$$\cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\cdot \frac{1}{1 \times 3 \times 5} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right)$$