



例題と解説

例題 1

[0] , [1] , [2] , [3] , [4] のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で5枚あります。

このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 2の倍数は何通り作ることができますか。
(2) 奇数^{きすう}は何通り作ることができますか。

答え (1) 30通り (2) 18通り

[例題 1 の解説]

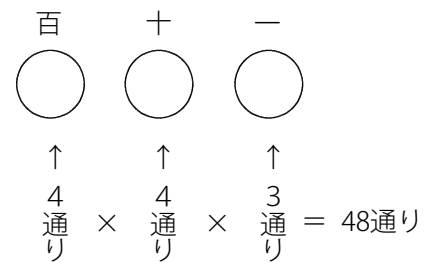
- (1) 3けたの整数を作るので百の位に0を使うことはできません。

作ることのできる3けたの整数をすべて書き出します。

百の位には1～4の4枚、十の位には0が使えるので残りの4枚、一の位には残りの3枚を使うことができるので
全部で $4 \times 4 \times 3 = 48$ (通り) です。

102 , 103 , 104 , 120 , 123 , 124 , 130 , 132 , 134 , 140 , 142 , 143
201 , 203 , 204 , 210 , 213 , 214 , 230 , 231 , 234 , 240 , 241 , 243
301 , 302 , 304 , 310 , 312 , 314 , 320 , 321 , 324 , 340 , 341 , 342
401 , 402 , 403 , 410 , 412 , 413 , 420 , 421 , 423 , 430 , 431 , 432

よって2の倍数は30通り





例題と解説

(別解)

2の倍数条件は一の位が偶数^{ぐうすう}であることです。

一の位が0, 2, 4の場合でそれぞれ何通りずつあるかを計算で求めます。

一の位が0の場合

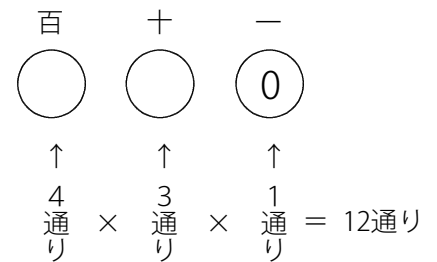
右図のように

百の位 … 1～4の4通り

十の位 … 残りの3通り

一の位 … 1通り

よって $4 \times 3 \times 1 = 12$ (通り)



一の位が2の場合

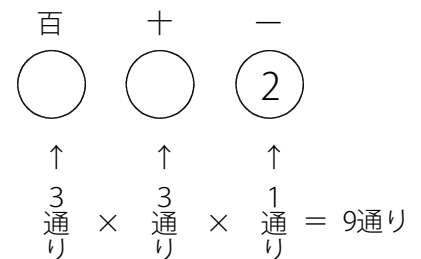
右図のように

百の位 … 1, 3, 4の3通り

十の位 … 0をふくめて残りの3通り

一の位 … 1通り

よって $3 \times 3 \times 1 = 9$ (通り)



一の位が4の場合

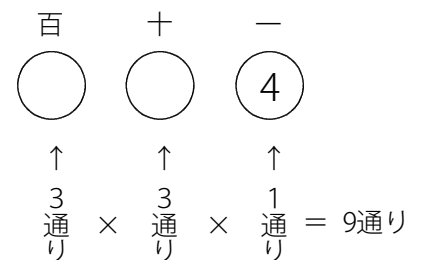
右図のように

百の位 … 1, 2, 3の3通り

十の位 … 0をふくめて残りの3通り

一の位 … 1通り

よって $3 \times 3 \times 1 = 9$ (通り)



よって全部で $12 + 9 + 9 = 30$ (通り)



例題と解説

- (2) 整数は偶数か奇数に分けることができます。

3けたの整数は全部で48通りでそのうち2の倍数(偶数)は30通りなので、奇数は $48 - 30 = 18$ (通り)



例題と解説

例題 2

[0] , [1] , [2] , [3] , [4] , [5] のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で6枚あります。

このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。5の倍数は何通り作ることができますか。

答え 36通り

[例題 2 の解説]

5の倍数条件は一の位が0か5であることです。

一の位が0 , 5の場合でそれぞれ何通りずつあるかを計算で求めます。

一の位が0の場合

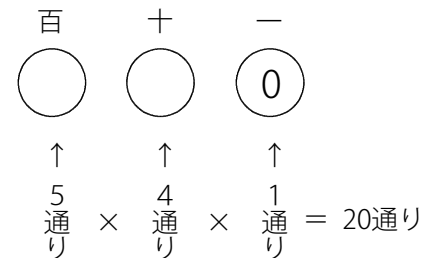
右図のように

百の位 … 1～5の5通り

十の位 … 残りの4通り

一の位 … 1通り

よって $5 \times 4 \times 1 = 20$ (通り)



一の位が5の場合

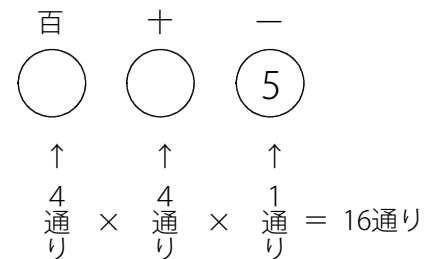
右図のように

百の位 … 1～4の4通り

十の位 … 0をふくめて残りの4通り

一の位 … 1通り

よって $4 \times 4 \times 1 = 16$ (通り)



よって全部で $20 + 16 = 36$ (通り)

すべて書き出して確認しておきます。

120 , 130 , 140 , 150 , 210 , 230 , 240 , 250 , 310 , 320 , 340 , 350 , 410 , 420 , 430 , 450 , 510 , 520 , 530 , 540
105 , 125 , 135 , 145 , 205 , 215 , 235 , 245 , 305 , 315 , 325 , 345 , 405 , 415 , 425 , 435



例題と解説

例題 3

0, 1, 2, 3, 4, 5のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で6枚あります。

このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。4の倍数は何通り作ることができますか。

答え 24通り

[例題 3 の解説]

4の倍数条件は下2けたが4の倍数であることです。

4の倍数の下2けたは次のようになります。

04, 12, 20, 24, 32, 40, 52

それぞれ何通りあるかを考えると右図のようになります。

全部で $4+3+4+3+3+4+3=24$ (通り)

	百	十	一	
1, 2, 3, 5	→	0	4	… 4通り
3, 4, 5	→	1	2	… 3通り
1, 3, 4, 5	→	2	0	… 4通り
1, 3, 5	→	2	4	… 3通り
1, 4, 5	→	3	2	… 3通り
1, 2, 3, 5	→	4	0	… 4通り
1, 3, 4	→	5	2	… 3通り



例題と解説

例題 4

$\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で6枚あります。

このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。3の倍数は何通り作ることができますか。

答え 40通り

[例題 4 の解説]

3の倍数条件は各位の数の和が3の倍数であることです。

まずは3の倍数になる数の組み合わせを考えます。

(0 , 1 , 2) (0 , 1 , 5) (0 , 2 , 4) (0 , 4 , 5) (1 , 2 , 3) (1 , 3 , 5) (2 , 3 , 4) (3 , 4 , 5)

次にならべかえてそれぞれ何通りあるかを求めます。

(0 , 1 , 2) … 102 , 120 , 201 , 210 … 4通り

(0 , 1 , 5) … 105 , 150 , 501 , 510 … 4通り

(0 , 2 , 4) … 204 , 240 , 402 , 420 … 4通り

(0 , 4 , 5) … 405 , 450 , 504 , 540 … 4通り

(1 , 2 , 3) … 123 , 132 , 213 , 231 , 312 , 321 … 6通り

(1 , 3 , 5) … 135 , 153 , 315 , 351 , 513 , 531 … 6通り

(2 , 3 , 4) … 234 , 243 , 324 , 342 , 423 , 432 … 6通り

(3 , 4 , 5) … 345 , 354 , 435 , 453 , 534 , 543 … 6通り

よって全部で $4 \times 4 + 6 \times 4 = 40$ (通り)



例題と解説

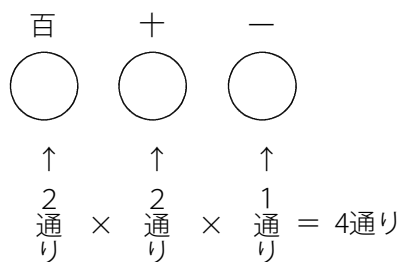
(別解)

まずは3の倍数になる数の組み合わせを考えます。

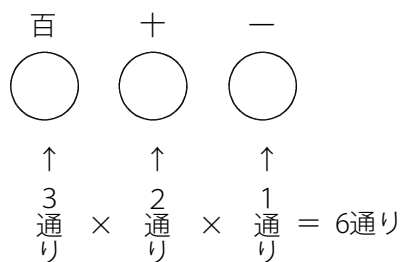
(0, 1, 2) (0, 1, 5) (0, 2, 4) (0, 4, 5) (1, 2, 3) (1, 3, 5) (2, 3, 4) (3, 4, 5)

次にならべかえてそれぞれ何通りあるかを計算で求めます。

0がある場合



0がない場合



(0, 1, 2) … $2 \times 2 \times 1 = 4$ (通り)

(0, 1, 5) … $2 \times 2 \times 1 = 4$ (通り)

(0, 2, 4) … $2 \times 2 \times 1 = 4$ (通り)

(0, 4, 5) … $2 \times 2 \times 1 = 4$ (通り)

(1, 2, 3) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(1, 3, 5) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(2, 3, 4) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(3, 4, 5) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

よって全部で $4 \times 4 + 6 \times 4 = 40$ (通り)



例題と解説

例題 5

[0] , [1] , [2] , [3] , [4] , [5] のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で6枚あります。
このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。6の倍数は何通り作ることができますか。

答え 20通り

[例題 5 の解説]

$6=2\times 3$ なので6の倍数条件は一の位が偶数で、各位の数の和が3の倍数であることです。

まずは3の倍数になる数の組み合わせを考えます。

(0 , 1 , 2) (0 , 1 , 5) (0 , 2 , 4) (0 , 4 , 5) (1 , 2 , 3) (1 , 3 , 5) (2 , 3 , 4) (3 , 4 , 5)

次に一の位が偶数になるようにならべかえてそれぞれ何通りあるかを求めます。

(0 , 1 , 2) … 102 , 120 , 210	… 3通り
(0 , 1 , 5) … 150 , 510	… 2通り
(0 , 2 , 4) … 204 , 240 , 402 , 420	… 4通り
(0 , 4 , 5) … 450 , 504 , 540	… 3通り
(1 , 2 , 3) … 132 , 312	… 2通り
(1 , 3 , 5) …	… 0通り
(2 , 3 , 4) … 234 , 324 , 342 , 432	… 4通り
(3 , 4 , 5) … 354 , 534	… 2通り

よって全部で $3+2+4+3+2+0+4+2=20$ (通り)

※ 3や6や9の倍数を作るときは数の組み合わせを書き出してからならべかえましょう。



例題と解説

(別解)

$6=2\times 3$ なので6の倍数条件は一の位が偶数で、各位の数の和が3の倍数であることです。

一の位が0, 2, 4の場合で3の倍数になる3けたの整数をそれぞれ考えます。

一の位が0の場合 … 120, 150, 210, 240, 420, 450, 510, 540 … 8通り

一の位が2の場合 … 102, 132, 312, 342, 402, 432 … 6通り

一の位が4の場合 … 204, 234, 324, 354, 504, 534 … 6通り

よって全部で $8+6+6=20$ (通り)



例題と解説

例題6

①, ②, ③, ④, ⑤のカードがそれぞれ1枚ずつ、全部で5枚あります。

このうち3枚のカードをならべかえて3けたの整数を作ります。

3で割ったときに1あまる整数は何通り作ることができますか。

答え 18通り

[例題6の解説]

「3で割ったときに1あまる整数」は「3の倍数に1を加えた整数」です。

「3で割ったときに1あまる整数」は各位の数の和が (3の倍数)+1 となります。

各位の数の和が (3の倍数)+1 となる数の組み合わせを考えます。

(1, 2, 4) (1, 4, 5) (2, 3, 5)

次にならべかえてそれぞれ何通りあるかを求めます。

(1, 2, 4) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(1, 4, 5) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(2, 3, 5) … $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

よって全部で $6 \times 3 = 18$ (通り)



ポイントまとめ

- 2の倍数条件 … 一の位が^{ぐうすう}偶数
- 3の倍数条件 … 各位の数の和が3の倍数
- 4の倍数条件 … 下2けたが4の倍数
- 5の倍数条件 … 一の位が0か5
- 6の倍数条件 … 一の位が偶数で各位の数の和が3の倍数
- 8の倍数条件 … 下3けたが8の倍数
- 9の倍数条件 … 各位の数の和が9の倍数
- 3で割ったときに1あまる整数 … 各位の数の和が (3の倍数)+1
- 2や5の倍数を作るときは一の位をきめてからそれぞれ何通りずつあるかを数えます。
- 4の倍数を作るときは下2けたをきめてからそれぞれ何通りずつあるかを数えます。
- 3や6や9の倍数を作るときは数の組み合わせを書き出してからならべかえましょう。